

УДК 539.3 : 621.891; 678.5  
DOI: 10.7868/S25000640190201

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ УПРУГИХ СВОЙСТВ ПОЛИМЕРНЫХ ФРИКЦИОННЫХ КОМПОЗИТОВ

© 2019 г. Академик В.И. Колесников<sup>1</sup>, В.В. Бардушкин<sup>2</sup>, И.В. Лавров<sup>2</sup>,  
А.П. Сычев<sup>3</sup>, А.А. Сычев<sup>1</sup>, В.Б. Яковлев<sup>2,4</sup>

**Аннотация.** В работе решается задача построения модели прогнозирования эффективных упругих характеристик полимерных фрикционных композитов. Рассматриваются трибокомпозиты на эпоксифенольной основе, хаотически армированные короткими волокнами бесщелочного стекла с дисперсными добавками каучука, глинозема, графита и барита. Модель опирается на обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей, используемое при решении стохастического дифференциального уравнения равновесия упругой среды. С помощью указанного приближения возможен анализ изменения компонент тензора эффективных модулей упругости в зависимости от состава, структуры и процентного содержания элементов неоднородности полимерных фрикционных композитов.

На основе разработанной модели проведены численные модельные расчеты эффективных (эксплуатационных) упругих свойств полимерных фрикционных композитов (модуля Юнга и коэффициента Пуассона), учитывающие изменения объемных концентраций их компонентов. При вычислении эффективных упругих характеристик модельных композитов использован метод самосогласования.

Исследования показали, что увеличение содержания включений каучука приводит к снижению значений модуля Юнга модельных композитов фрикционного назначения, а увеличение объемной концентрации как дисперсных добавок минерального порошка, состоящего из глинозема, графита и барита в равных объемных долях, так и волокон бесщелочного стекла – к росту значений модуля Юнга. Кроме того, увеличение объемного содержания включений любого типа приводит к снижению значений коэффициента Пуассона модельных фрикционных композитов. Изменения значений рассматриваемых эксплуатационных упругих свойств фрикционных композитов в диапазонах вариаций их объемных концентраций, используемых на практике, происходят по закону, близкому к линейному.

**Ключевые слова:** полимерный фрикционный композит, включение, матрица, эффективные модули упругости, моделирование.

### PREDICTION OF EFFECTIVE ELASTIC PROPERTIES OF POLYMERIC FRICTION COMPOSITES

Academician RAS V.I. Kolesnikov<sup>1</sup>, V.V. Bardushkin<sup>2</sup>, I.V. Lavrov<sup>2</sup>,  
A.P. Sychev<sup>3</sup>, A.A. Sychev<sup>1</sup>, V.B. Yakovlev<sup>2,4</sup>

**Abstract.** The paper solves the problem of constructing a model for predicting the effective elastic characteristics of polymeric friction composites. Epoxyphenolic-based tribocomposites, randomly reinforced with short fibers of E-glass with dispersed additives of rubber, alumina, graphite and barite, are considered. The model is based on the generalized singular approximation of random field theory used for solving stochastic differential equations of equilibrium of an elastic medium. Using this approximation, it is possible to analyze changes in the components of the tensor of effective elastic moduli depending on the composition, structure, and percentage of heterogeneous elements of polymeric friction composites.

<sup>1</sup> Ростовский государственный университет путей сообщения (Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344038, г. Ростов-на-Дону, пл. Ростовского Стрелкового Полка Народного Ополчения, 2

<sup>2</sup> Национальный исследовательский университет «МИЭТ» (National Research University of Electronic Technology, Moscow, Zelenograd, Russian Federation), Российская Федерация, 124498, г. Москва, Зеленоград, пл. Шокина, 1

<sup>3</sup> Федеральный исследовательский центр Южный научный центр Российской академии наук (Federal Research Centre the Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344006, г. Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41, e-mail: alekc\_sap@mail.ru

<sup>4</sup> Институт нанотехнологий микроэлектроники РАН (Institute of Nanotechnology Microelectronics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation) Российская Федерация, 115487, г. Москва, ул. Нагатинская, 16а, корп. 11

Based on the developed model, we carried out numerical model calculations of the effective (operational) elastic properties of polymer friction composites (Young's modulus and Poisson's ratio), taking into account changes in the volumetric concentrations of their components. When calculating the effective elastic characteristics of model composites, the self-consistency method was used.

Studies have shown that an increase in the content of rubber inclusions leads to a decrease in the values of the Young's modulus of model composites of friction purpose, while an increase in the volume concentration of both dispersed additives of the mineral powder consisting of alumina, graphite and barite in equal volume fractions, and of E-glass fibers leads to an increase of Young's modulus values. In addition, an increase in the volumetric content of any type of inclusions leads to a decrease in the values of the Poisson's ratio of model friction composites. Variations in the values of the considered operational elastic properties of friction composites in the ranges of variations in their volume concentrations used in practice occur according to a law close to linear.

**Keywords:** polymeric friction composite, inclusion, matrix, effective elastic moduli, simulation.

## ВВЕДЕНИЕ

При выборе состава композита, обеспечивающего его наилучшие показатели по целому ряду физико-механических характеристик, а также возможность управления хотя бы одной из них без изменения других, не существует универсального подхода [1–4]. Оптимизация структуры композита, исходя из заданных свойств, подразумевает значительный объем трудоемких экспериментальных исследований ввиду необходимости варьирования ряда физико-механических параметров. Это стимулирует разработку прогнозирующих теоретических моделей эксплуатационных (эффективных) и предельных физико-механических свойств структурно-неоднородных материалов [4–7]. Поэтому поиск новых подходов и способов изменения структуры и свойств композитов является актуальной, практически важной задачей.

Среди композитных материалов наиболее распространенными являются так называемые матричные композиты, состоящие из дискретных включений и окружающей их сплошной матрицы (связующего). Они находят широкое практическое применение в машиностроении, например в узлах трения и сопряжения [3–9]. К таким материалам относятся, в частности, фрикционные композиты, которые должны обладать высоким и стабильным коэффициентом трения, достаточной износостойкостью, прочностью, устойчивостью к температурным скачкам, воздействию абразива и агрессивных сред [8; 9]. Армирование указанных многокомпонентных композитных материалов часто производится не только дисперсными включениями, но и включениями неизометричной формы (волокна, диски и т.п.), специальным образом ориентированными в пространстве композита [5–9].

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПРОВЕДЕНИЕ МОДЕЛЬНЫХ РАСЧЕТОВ

В работе решается задача прогнозирования эффективных упругих свойств полимерных композитов фрикционного назначения с дисперсными добавками и хаотически распределенными в пространстве материала рублеными короткими волокнами. В основе решения указанной задачи лежит вычисление их эффективных упругих свойств [4; 10]. Эти характеристики определяются с помощью тензора четвертого ранга  $c^*$  («\*» здесь и далее указывает на то, что рассматриваются эффективные характеристики композитов), связывающего средние значения напряжений  $\langle \sigma_{ij}(\mathbf{r}) \rangle$  и деформаций  $\langle \varepsilon_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$  в материале:

$$\langle \sigma_{ij}(\mathbf{r}) \rangle = c^*_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl}(\mathbf{r}) \rangle, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3,$$

где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор случайной точки среды; угловые скобки здесь и далее определяют процедуру усреднения по ансамблю, которое для статистически однородных композитов, то есть при выполнении гипотезы эргодичности, совпадает с усреднением по объему [10].

Для проведения корректного анализа эффективных упругих свойств композитов, позволяющего учитывать взаимодействие элементов неоднородности, состав, форму, ориентацию и концентрацию компонентов, необходимо решать уравнения равновесия упругой неоднородной среды. Однако в общем случае получить соотношение для численных расчетов тензора эффективных модулей упругости  $c^*$  не удастся. Поэтому для его вычисления используются различные приближения. Одним из таких приближений, учитывающих перечисленные выше факторы, является обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей [10]. В его

рамках используется только сингулярная составляющая тензора Грина уравнений равновесия, зависящая лишь от дельта-функции Дирака, а также вводится однородное тело сравнения, материальные константы которого входят в окончательное выражение для вычисления  $c^*$ . Физический смысл обобщенного сингулярного приближения заключается в предположении однородности полей напряжений и деформаций в пределах элемента неоднородности. В этом случае выражение для  $c^*$  имеет следующий вид (индексы опущены) [10]:

$$c^* = \langle c(\mathbf{r})(I - g(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle \langle (I - g(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}, \quad (1)$$

где  $I$  – единичный тензор четвертого ранга;  $c(\mathbf{r})$  – тензор модулей упругости; двумя штрихами обозначена разность между соответствующими параметрами неоднородной среды и однородного тела сравнения, характеристики которого обозначаются далее верхним индексом «с»:  $c''(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r}) - c^c$ ;  $g(\mathbf{r})$  – интеграл от сингулярной составляющей второй производной тензора Грина уравнений равновесия, являющийся тензором четвертого ранга. Для вычисления компонент  $g_{ijkl}$  тензора  $g(\mathbf{r})$  необходимо вначале осуществить расчеты компонент  $a_{ijkl}$  тензора четвертого ранга  $A$ , а затем в  $a_{ijkl}$  по двум парам индексов ( $i, j$  и  $k, l$ ) провести операцию симметризации [4; 10]. Компоненты  $a_{ijkl}$  тензора  $A$  вычисляются с помощью следующего соотношения:

$$a_{ijkl} = -\frac{1}{4\pi} \int n_k n_j t_{il}^{-1} d\Omega, \quad (2)$$

где  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$  – элемент телесного угла в сферической системе координат;  $t_{il}^{-1}$  – элементы матрицы, обратной матрице  $T$  с элементами  $t_{ij} = c_{ijkl}^c n_k n_j$ ;  $n_k$  и  $n_j$  ( $k, j = 1, 2, 3$ ) – компоненты вектора внешней нормали к поверхности включения. Для эллипсоидальных включений с главными полуосями  $l_1, l_2$ , и  $l_3$  компоненты вектора нормали определяются соотношениями

$$n_1 = \frac{1}{l_1} \sin\theta \cos\varphi, \quad n_2 = \frac{1}{l_2} \sin\theta \sin\varphi, \quad n_3 = \frac{1}{l_3} \cos\theta.$$

Соотношение (1) может быть использовано для расчета эффективных характеристик статистически однородных матричных композитов с включениями эллипсоидальной формы, ориентированными друг относительно друга [4].

Как указывалось, в случае выполнения условия эргодичности можно использовать усреднение по объему (для каждого компонента композита) [10]. Тогда операция усреднения по всему объему мате-

риала для некоторой случайной величины  $a(\mathbf{r})$  сводится к суммированию:

$$\langle a(\mathbf{r}) \rangle = \sum_s v_s \langle a_s(\mathbf{r}) \rangle, \quad (3)$$

где  $v_s$  – объемная концентрация компонента  $s$ -го типа;  $a_s(\mathbf{r})$  – соответствующая указанному компоненту случайная величина,  $\sum_s v_s = 1$ .

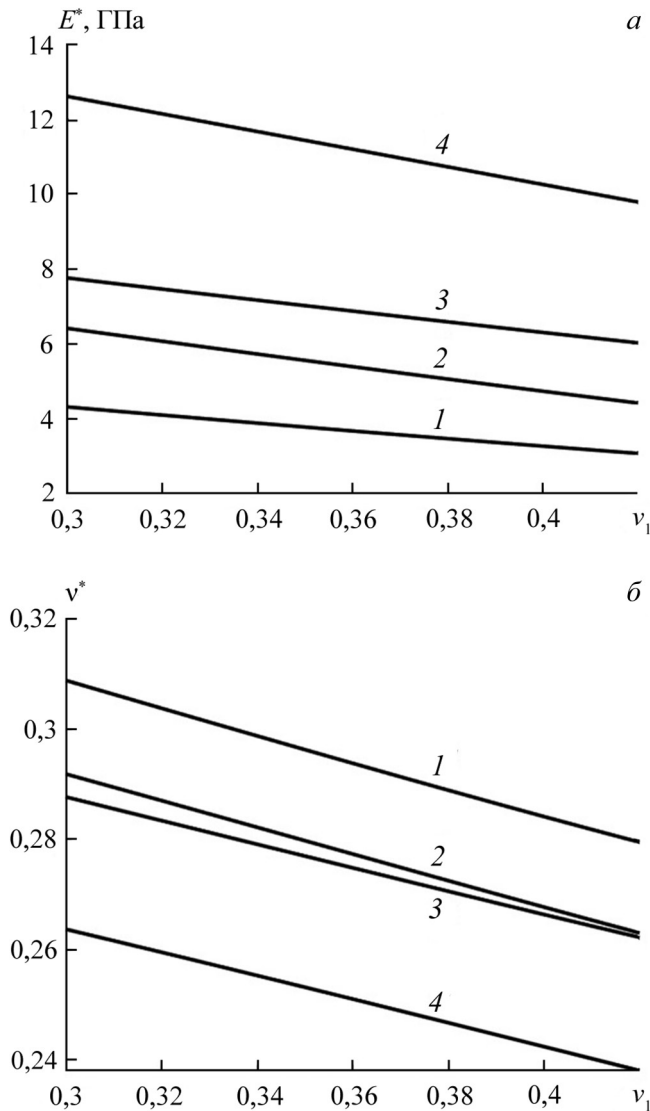
Далее в работе рассматривались композиты с включениями нескольких типов. К первому типу относились равномерно распределенные в пространстве композита дисперсные включения каучука. Ко второму типу – рубленые короткие волокна бесщелочного стекла (БЩС), хаотически распределенные в пространстве композита. К третьему типу – равномерно распределенные в пространстве материала дисперсные включения минерального порошка, состоящего из поликристаллов глинозема  $Al_2O_3$ , графита и барита  $BaSO_4$ , взятых в отношении 1 : 1 : 1 (по объему). В качестве матрицы – компонент четвертого типа – рассматривался эпоксифенольный состав (ЭФС) на основе эпоксидной диановой смолы, отверждаемой малофенольной фенолформальдегидной смолой новолачного типа (с содержанием фенола менее 0,5 %) в отношении 60 : 40 масс. ч. (изготовитель ЗАО «ЭНПЦ Эпитал», г. Москва). Упругие свойства компонентов, полагававшихся при проведении моделирования изотропными, приведены в таблице 1 [11–15].

Для осуществления модельных расчетов при операциях над тензорами использовалась их матричная форма записи [10]. При этом ненулевые элементы  $c_{ij}$  ( $i, j = 1, \dots, 6$ ) симметрической матрицы  $c$  тензора модулей упругости для изотропного

**Таблица 1.** Упругие свойства компонентов композитов ( $E$  – модуль Юнга,  $\nu$  – коэффициент Пуассона)

**Table 1.** Elastic properties of composites components ( $E$  – Young’s modulus,  $\nu$  – Poisson’s ratio)

Тип компонента Component type	Материал компонента / Component material	$E$ , ГПа $E$ , GPa	$\nu$
1	каучук / rubber	0,008	0,47
2	БЩС / E-glass	76,200	0,36
3	глинозем / alumina барит / barite	140,000 59,000	0,32 0,28
4	ЭФС / EPhB	3,700	0,42



**Рис. 1.** Изменение эффективных упругих свойств (модуль Юнга (а), коэффициент Пуассона (б)) фрикционных композитов при увеличении объемного содержания  $v_1$  включений каучука: 1 –  $v_2 = 0,1, v_3 = 0,14$ ; 2 –  $v_2 = 0,1, v_3 = 0,26$ ; 3 –  $v_2 = 0,22, v_3 = 0,14$ ; 4 –  $v_2 = 0,22, v_3 = 0,26$ .

**Fig. 1.** Variation of effective elastic properties (Young's modulus (a), Poisson's ratio (b)) of friction composites with increasing volume concentration  $v_1$  of rubber inclusions: 1 –  $v_2 = 0.1, v_3 = 0.14$ ; 2 –  $v_2 = 0.1, v_3 = 0.26$ ; 3 –  $v_2 = 0.22, v_3 = 0.14$ ; 4 –  $v_2 = 0.22, v_3 = 0.26$ .

материала выражались через модуль Юнга  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$  следующим образом:

$$c_{11} = c_{22} = c_{33} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)},$$

$$c_{44} = c_{55} = c_{66} = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

$$c_{12} = c_{21} = c_{13} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}.$$

Поскольку гексагональный графит сильно анизотропен, в работе использовались следующие

значения (ГПа) для ненулевых элементов матрицы  $c$  тензора модулей упругости его монокристаллов [16]:

$$c_{11} = 1109,0,$$

$$c_{12} = c_{21} = 139,0,$$

$$c_{33} = 38,7,$$

$$c_{44} = c_{55} = 5,0,$$

$$c_{66} = 0,5(c_{11} - c_{12}) = 485,0.$$

Для проведения модельных расчетов упругих свойств фрикционных композитов были взяты эффективные характеристики поликристаллического графита, полученные методом самосогласования. При этом использовалась процедура усреднения по всевозможным ориентациям кристаллографических осей кристаллитов (с изотропной функцией распределения), сводящаяся к интегрированию по всевозможным углам Эйлера [4; 10; 17]. С этой целью в работе была организована итерационная процедура, в которой в качестве параметров  $c^c$  тела сравнения брались значения тензора модулей упругости (в матричной форме записи), полученные на предыдущем шаге итерации. В качестве начальных значений параметров тела сравнения были взяты упругие характеристики, полученные в приближении Фойгта. Выход из итерационной процедуры осуществлялся, когда максимальная разница между модулями  $c^c$  составляла менее 0,01.

При построении модели прогнозирования эффективных упругих свойств рассматриваемых в работе материалов основывались на представлении их структуры в виде статистически однородных матричных композитов. Считалось, что дисперсные включения каучука, глинозема, графита и барита имеют вид сфер одинакового радиуса  $R$ , а волокна БЩС представляют собой равные друг другу вытянутые эллипсоиды вращения ( $l_1, l_2$  и  $l_3$  – полуоси этих эллипсоидов, большая из которых имеет длину  $L$ ). При этом эллипсоиды ориентированы своей большей полуосью в пространстве композита в семи различных направлениях относительно лабораторной системы координат, а именно параллельно координатным осям (три направления) и параллельно прямым, образующим равные углы со всеми координатными осями (четыре направления). Кроме того, считалось, что модельные композиты имеют объемные концентрации компонентов  $v_1, v_2, v_3$  и  $v_4$ , где индекс «1» относится к каучуку, индекс «2» – к волокнам БЩС, «3» – к минеральному порошку, а «4» – к связующему ЭФС.

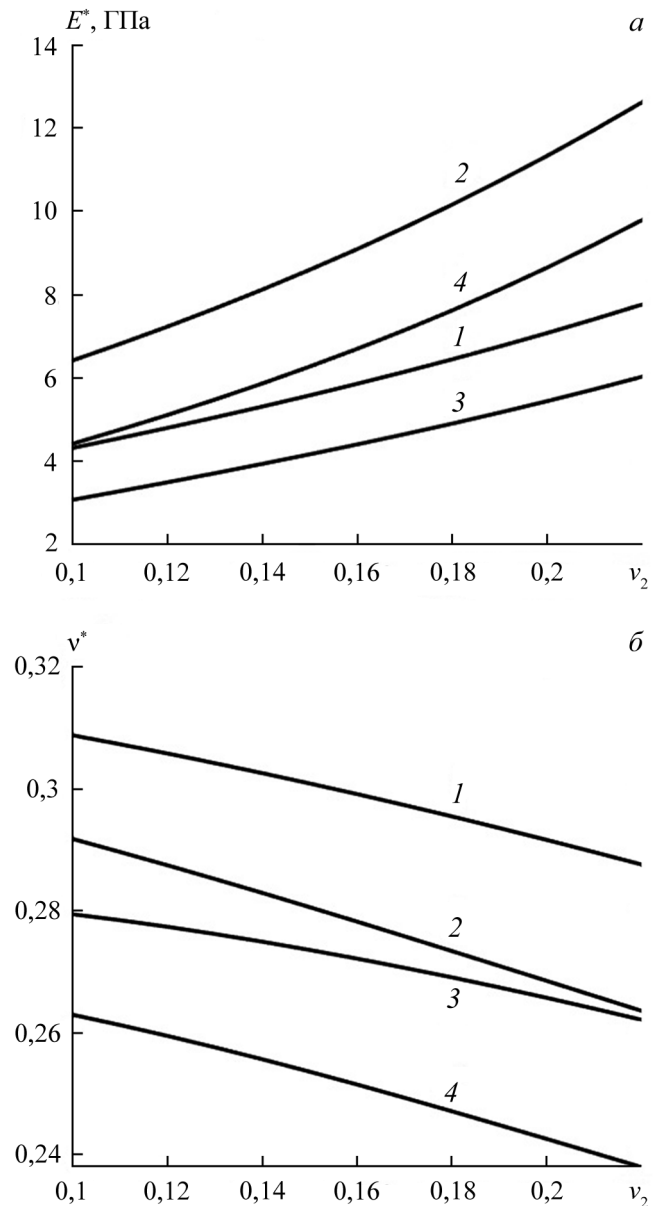
С учетом (3) расчетное соотношение (1) для тензора эффективных модулей упругости  $c^*$  примет следующий вид:

$$c^* = \left( \sum_s v_s c_s \left( I - g_s (c_s - c^c) \right)^{-1} \right) \times \left( \sum_s v_s \left( I - g_s (c_s - c^c) \right)^{-1} \right)^{-1} \quad (4)$$

В формуле (4)  $c_s$  и  $c^c$  – тензоры модулей упругости  $s$ -го компонента композита и однородного тела сравнения соответственно;  $g_s$  – тензор  $g(\mathbf{r})$   $s$ -го компонента композита, вычисляемый по соотношению (2). При этом  $g_1$  и  $g_3$  соответствуют сферическим включениям ( $l_1 = l_2 = l_3 = R = 1$ );  $g_2$  – эллипсоидальным включениям (волокнам), ориентированным относительно осей координат вдоль указанных выше семи направлений, с главной полуосью  $L = 50$  и остальными полуосями, равными 1;  $g_4$  – связующему (при вычислении  $g_4$  полагалось, что  $l_1 = l_2 = l_3 = 1$ ). Считалось также, что объемные содержания эллипсоидальных включений (волокон) в каждом из семи указанных направлений одинаковы и равны  $v_2/7$ .

При вычислении упругих характеристик однородного тела сравнения рассматриваемых фрикционных композитов использовался метод самоогласования [4; 10; 17]. Для этого в работе была организована итерационная процедура, в которой в качестве параметров  $c^c$  тела сравнения были взяты значения тензора модулей упругости (в матричной форме записи), полученные на предыдущем шаге итерации. В качестве начальных значений параметров тела сравнения брались упругие характеристики, полученные в приближении Хилла, то есть среднего арифметического значений, полученных в приближениях Фойга и Ройсса [4; 10; 17]. Выход из итерационной процедуры осуществлялся, когда максимальная разница между модулями  $c^c$  составляла менее 0,01.

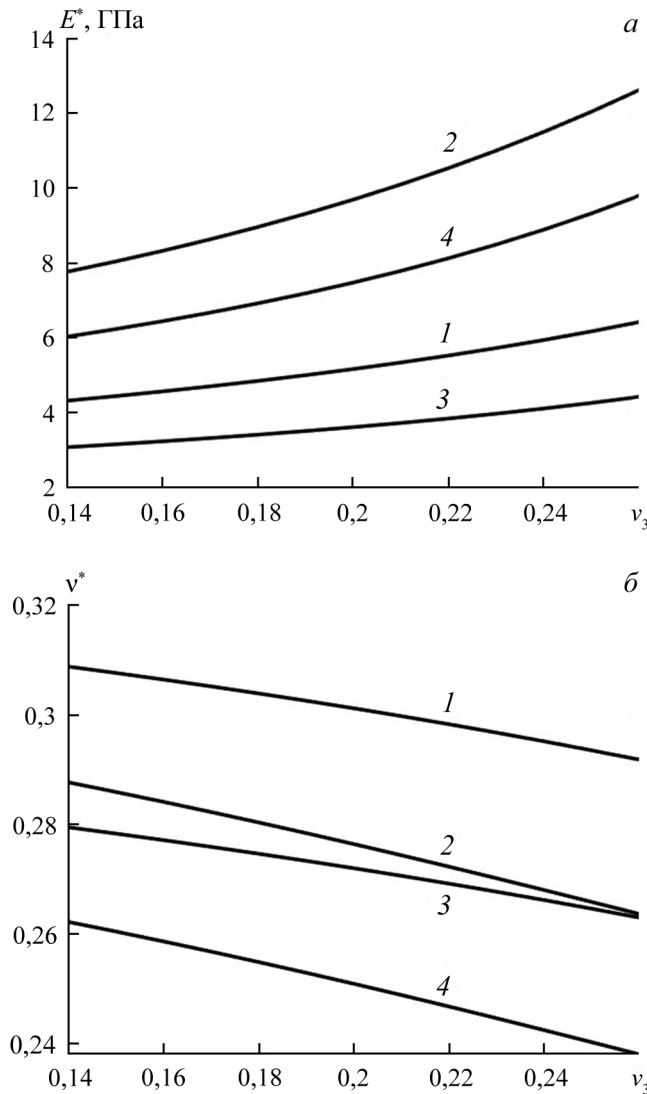
Численное моделирование, проведенное по соотношению (4) для различных значений концентраций включений, показало, что рассматриваемые в работе композиты обладают симметрией эффективных упругих свойств, близкой к изотропной [10]. Таким образом, расчеты тензора эффективных модулей упругости  $c^*$  полностью подтвердили предположения об изотропности фрикционных композитов, которые можно было выдвинуть заранее, исходя из структуры рассматриваемых неоднородных материалов.



**Рис. 2.** Изменение эффективных упругих свойств (модуль Юнга (а), коэффициент Пуассона (б)) фрикционных композитов при увеличении объемного содержания  $v_2$  волокон БЩС: 1 –  $v_1 = 0,3, v_3 = 0,14$ ; 2 –  $v_1 = 0,3, v_3 = 0,26$ ; 3 –  $v_1 = 0,42, v_3 = 0,14$ ; 4 –  $v_1 = 0,42, v_3 = 0,26$ .

**Fig. 2.** Variation of effective elastic properties (Young's modulus (a), Poisson's ratio (b)) of friction composites with increasing volume concentration  $v_2$  of E-glass fibers: 1 –  $v_1 = 0.3, v_3 = 0.14$ ; 2 –  $v_1 = 0.3, v_3 = 0.26$ ; 3 –  $v_1 = 0.42, v_3 = 0.14$ ; 4 –  $v_1 = 0.42, v_3 = 0.26$ .

На рисунках 1–3 приведены результаты численных расчетов значений эффективных упругих характеристик – модуля Юнга  $E^*$  (рис. 1а, 2а, 3а) и коэффициента Пуассона  $v^*$  (рис. 1б, 2б, 3б), – модельных фрикционных композитов от изменений процентных содержаний их компонентов.



**Рис. 3.** Изменение эффективных упругих свойств (модуль Юнга (а), коэффициент Пуассона (б)) фрикционных композитов при увеличении объемного содержания  $v_3$  включений минерального порошка: 1 –  $v_1 = 0,3, v_2 = 0,1$ ; 2 –  $v_1 = 0,3, v_2 = 0,22$ ; 3 –  $v_1 = 0,42, v_2 = 0,1$ ; 4 –  $v_1 = 0,42, v_2 = 0,22$ .

**Fig. 3.** Variation of effective elastic properties (Young's modulus (a), Poisson's ratio (b)) of friction composites with increasing volume concentration  $v_3$  of mineral powder inclusions: 1 –  $v_1 = 0.3, v_2 = 0.1$ ; 2 –  $v_1 = 0.3, v_2 = 0.22$ ; 3 –  $v_1 = 0.42, v_2 = 0.1$ ; 4 –  $v_1 = 0.42, v_2 = 0.22$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимов Н.Н., Канович М.З., Карташов Э.М., Натрусов В.И., Пономаренко А.Т., Шевченко В.Г., Соколов В.И., Симонов-Емельянов И.Д. 2005. *Физика композиционных материалов. Т. 1.* М., Мир: 456 с.
2. Трофимов Н.Н., Канович М.З., Карташов Э.М., Натрусов В.И., Пономаренко А.Т., Шевченко В.Г., Соколов В.И., Симонов-Емельянов И.Д. 2005. *Физика композиционных материалов. Т. 2.* М., Мир: 344 с.
3. Машков Ю.К., Овчар З.Н., Байбарацкая М.Ю., Мамаев О.А. 2004. *Полимерные композиционные материалы в триботехнике.* М., Недра: 262 с.

Эффективные упругие характеристики вычислялись через элементы  $c_{ij}^*$  ( $i, j = 1, \dots, 6$ ) матрицы  $c^*$  с помощью следующих формул [10]:

$$E^* = \frac{c_{44}^*(3c_{12}^* + 2c_{44}^*)}{c_{12}^* + c_{44}^*},$$

$$v^* = \frac{c_{12}^*}{2(c_{12}^* + c_{44}^*)}.$$

#### ВЫВОДЫ

На основании проведенных исследований можно заключить следующее:

1. Увеличение концентрации включений каучука приводит к снижению значений модуля Юнга  $E^*$  модельных фрикционных композитов, а увеличение концентрации волокон БЩС или дисперсных добавок минерального порошка – к росту значений  $E^*$ .

2. Увеличение концентрации включений любого типа приводит к снижению значений коэффициента Пуассона  $v^*$  модельных фрикционных композитов.

3. Изменения значений рассматриваемых эффективных упругих характеристик фрикционных композитов в диапазонах вариаций их объемных содержаний, используемых на практике, происходят по закону, близкому к линейному.

4. Поскольку вариации объемных содержаний включений любого типа приводят к значительному изменению эффективных упругих характеристик композитных материалов, необходимы дополнительные экспериментальные исследования по оптимизации концентраций как дисперсных включений (каучук, глинозем, графит и барит), так и волокон БЩС с целью максимального улучшения трибохарактеристик рассматриваемых фрикционных композитов без существенного ухудшения их упруго-прочностных показателей.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ № 19-08-00111-а.

4. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Яковлев В.Б., Сычев А.П., Колесников И.В. 2012. *Микромеханика поликристаллов и композитов (напряженно-деформированное состояние и разрушение).* Ростов н/Д, изд-во РГУПС: 288 с.
5. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Сычев А.П. 2017. Эксплуатационные упругие свойства хаотически армированных трибокомпозитов. *Мир транспорта.* 15(2): 38–46.
6. Бардушкин В.В., Яковлев В.Б., Сычев А.П., Кириллов Д.А., Сорокин А.И. 2014. Моделирование предельных прочностных характеристик волокнистых матричных композитов с использованием оператора концентрации напряжений. *Вестник Южного научного центра.* 10(4): 16–22.

7. Бардушкин В.В., Сорокин А.И., Сычев А.П. 2015. Моделирование предельных значений прочностных показателей матричных композитов с неизометричными включениями. *Вестник РГУПС*. 2(58): 8–13.
8. Плескачевский Ю.М., Сергиенко В.П. 2005. Фрикционные материалы с полимерной матрицей: перспективы исследований, достигнутый уровень, рынок. *Наука и инновации*. 5: 46–53.
9. Нилов А.С., Кулик В.И., Гаршин А.П. 2015. Анализ фрикционных материалов и технологий изготовления тормозных колодок для высоконагруженных тормозных систем с дисками из керамического композиционного материала. *Новые огнеупоры*. 7: 57–68. doi: 10.17073/1683-4518-2015-7-57-68
10. Шермергор Т.Д. 1977. *Теория упругости микронеоднородных сред*. М., Наука: 399 с.
11. *Физические величины: справочник*. 1991. М., Энергоатомиздат: 1232 с.
12. Торская Е.В., Курбаткин И.И., Мезрин А.М., Морозов А.В., Муравьева Т.И., Сахаров В.В., Фролов Н.Н. 2013. Механические и трибологические свойства наноструктурированных покрытий на основе многокомпонентных оксидов. *Трение и износ*. 34(2): 129–137.
13. *Справочник (кадастр) физических свойств горных пород*. 1975. М., Недра: 279 с.
14. Гутников С.И., Лазорьяк Б.И., Селезнев А.Н. 2010. *Стекловолоконные волокна*. М., изд-во МГУ: 53 с.
15. Лапицкий В.А., Крицук А.А. 1986. *Физико-механические свойства эпоксидных полимеров и стеклопластиков*. Киев, Наукова думка: 92 с.
16. Bosak A., Krisch M., Mohr M., Maultzsch J., Thomsen Ch. 2007. Elasticity of singlecrystalline graphite: Inelastic X-ray scattering study. *Phys. Rev. B*. 75(15): 153408(4). doi: 10.1103/PhysRevB.75.153408
17. Паньков А.А. 2008. *Методы самосогласования механики композитов*. Пермь, изд-во Пермского государственного технического университета: 253 с.
4. Kolesnikov V.I., Bardushkin V.V., Yakovlev V.B., Sychev A.P., Kolesnikov I.V. 2012. *Mikromekhanika polikristallov i kompozitov (napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie i razrushenie)*. [Micromechanics of polycrystals and composites (stress-strain state and destruction)]. Rostov-on-Don, Rostov State Transport University: 288 p. (In Russian).
5. Kolesnikov V.I., Bardushkin V.V., Sychev A.P. 2017. [Operational elastic properties of chaotically reinforced tribocomposites]. *Mir transporta*. 15(2): 38–46. (In Russian).
6. Bardushkin V.V., Yakovlev V.B., Sychev A.P., Kirillov D.A., Sorokin A.I. 2014. [Modeling of ultimate strength characteristics of the fibrous matrix composites using an operator of stress concentration]. *Vestnik Yuzhnogo nauchnogo tsentra*. 10(4): 16–22. (In Russian).
7. Bardushkin V.V., Sorokin A.I., Sychev A.P. 2015. [Simulation of the limiting strength valuable characteristics of the matrix composites with non-isometric inclusions]. *Vestnik RGUPS*. 2(58): 8–13. (In Russian).
8. Pleskachevskii Yu.M., Sergienko V.P. 2005. [Frictional materials with a polymeric matrix: prospects of researches, the reached level, the market]. *Nauka i innovatsii*. 5: 46–53. (In Russian).
9. Nilov A.S., Kulik V.I., Garshin A.P. 2015. [The analysis of frictional materials and manufacturing techniques of brake blocks for the high-loaded brake systems with disks from ceramic composite]. *Novye огнеупоры*. 7: 57–68. (In Russian). doi: 10.17073/1683-4518-2015-7-57-68
10. Shermergor T.D. 1977. *Teoriya uprugosti mikkoneodnorodnykh sred*. [Micromechanics of inhomogeneous medium]. Moscow, Nauka: 399 p. (In Russian).
11. *Fizicheskie velichiny: Spravochnik*. [Physical quantities: reference book]. 1991. Moscow, Energoatomizdat: 1232 p. (In Russian).
12. Torskaya E.V., Kurbatkin I.I., Mezrin A.M., Morozov A.V., Murav'eva T.I., Sakharov V.V., Frolov N.N. 2013. Mechanical and tribological properties of nanostructured coatings based on multicomponent oxides. *Journal of Friction and Wear*. 34(2): 99–106. doi: 10.3103/S1068366613020141
13. *Spravochnik (kadastr) fizicheskikh svoystv gornykh porod*. [Reference book (inventory) of physical properties of rocks]. 1975. Moscow, Nedra: 279 p. (In Russian).
14. Gutnikov S.I., Lazoryak B.I., Seleznev A.N. 2010. *Steklyannye volokna*. [Glass fibers]. Moscow, Moscow State University: 53 p. (In Russian).
15. Lapitskiy V.A., Kritsuk A.A. 1986. *Fiziko-mekhanicheskie svoystva epoksidnykh polimerov i stekloplastikov*. [Physical and mechanical properties of the epoxy polymers and fiberglasses]. Kiev, Naukova dumka: 92 p. (In Russian).
16. Bosak A., Krisch M., Mohr M., Maultzsch J., Thomsen Ch. 2007. Elasticity of singlecrystalline graphite: Inelastic X-ray scattering study. *Phys. Rev. B*. 75(15): 153408(4). doi: 10.1103/PhysRevB.75.153408
17. Pan'kov A.A. 2008. *Metody samosoglasovaniya mekhaniki kompozitov*. [Methods of self-consistency mechanics of composites]. Perm, Perm State Technical University: 253 p. (In Russian).

## REFERENCES

Поступила 02.04.2019