

УДК 539.3 : 621.891 : 678.5  
DOI: 10.7868/S25000640200201

## КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОЛИМЕРНЫХ ФРИКЦИОННЫХ КОМПОЗИТАХ С ХАОТИЧЕСКИ ОРИЕНТИРОВАННЫМИ СТЕКЛЯННЫМИ ВОЛОКНАМИ И ДИСПЕРСНЫМИ ДОБАВКАМИ КАУЧУКА, ГЛИНОЗЕМА, ГРАФИТА И БАРИТА

© 2020 г. Академик В.И. Колесников<sup>1</sup>, В.В. Бардушкин<sup>2</sup>,  
И.В. Лавров<sup>2</sup>, А.П. Сычев<sup>3</sup>, А.А. Сычев<sup>1</sup>, В.Б. Яковлев<sup>2,4</sup>

**Аннотация.** В работе решается задача построения модели прогнозирования значений локальных упругих характеристик полимерных фрикционных композитов, определяемых оператором концентрации напряжений (тензором четвертого ранга). Указанный тензор связывает значения локальных (внутренних) напряжений в каждом элементе неоднородности композита со значениями средних (внешних) напряжений в материале. Построенная модель опирается на обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей, используемое при решении стохастического дифференциального уравнения равновесия упругой среды. С помощью указанного приближения возможен анализ изменения значений компонент оператора концентрации напряжений в зависимости от состава, структуры и объемного содержания наполнителей композита.

Объектом моделирования в работе являются полимерные фрикционные композиты на эпоксифенольной основе, армированные хаотически ориентированными в пространстве материала короткими волокнами бесщелочного стекла и дисперсными добавками каучука, глинозема, графита и барита. Проведены численные модельные расчеты значений компонент оператора концентрации напряжений, опирающиеся на разработанную модель и учитывающие изменения объемных содержаний наполнителей неоднородных материалов. Для компонент 1111 и 1212 рассматриваемого тензора, наиболее полно характеризующих перераспределение напряжений между элементами неоднородности композита при приложении к нему сжимающих и сдвиговых нагрузок, приведены графики изменения их значений при увеличении объемной концентрации стеклянных волокон, включений каучука и минерального порошка, состоящего из глинозема, графита и барита в равных объемных долях.

Исследования показали, что при варьировании объемных содержаний включений любого типа значения компонент оператора концентрации значительно изменяются только для волокон бесщелочного стекла, ориентированных таким образом, что в них концентрация напряжений в материале наибольшая. При этом увеличение объемной доли включений каучука приводит к снижению указанных значений, а увеличение содержания включений других типов – к росту. Эпоксифенольная матрица удовлетворительно перераспределяет напряжения между включениями других типов, так как значения компонент 1111 и 1212 тензора концентрации напряжений в связующем близки к единице.

**Ключевые слова:** полимерный фрикционный композит, включение, матрица, оператор концентрации напряжений, моделирование.

<sup>1</sup> Ростовский государственный университет путей сообщения (Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344038, г. Ростов-на-Дону, пл. Ростовского стрелкового полка народного ополчения, 2

<sup>2</sup> Национальный исследовательский университет «МИЭТ» (National Research University of Electronic Technology, Moscow, Zelenograd, Russian Federation), Российская Федерация, 124498, г. Москва, Зеленоград, пл. Шокина, 1

<sup>3</sup> Федеральный исследовательский центр Южный научный центр Российской академии наук (Federal Research Centre the Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344006, г. Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41, e-mail: alekc\_sap@mail.ru

<sup>4</sup> Институт нанотехнологий микроэлектроники Российской академии наук (Institute of Nanotechnology Microelectronics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation), Российская Федерация, 115487, г. Москва, ул. Нагатинская, 16а, корп. 11

**STRESS CONCENTRATION IN POLYMERIC FRICTIONAL COMPOSITES  
WITH CHAOTICALLY ORIENTED GLASS FIBERS AND DISPERSED ADDITIVES  
OF RUBBER, ALUMINUM, GRAPHITE AND BARITE**

**Academician RAS V.I. Kolesnikov<sup>1</sup>, V.V. Bardushkin<sup>2</sup>,  
I.V. Lavrov<sup>2</sup>, A.P. Sychev<sup>3</sup>, A.A. Sychev<sup>1</sup>, V.B. Yakovlev<sup>2,4</sup>**

**Abstract.** In this work, the problem of constructing a model for predicting the values of local elastic characteristics of polymer frictional composites determined by the stress concentration operator (fourth-rank tensor) is solved. The specified tensor relates the values of local (internal) stresses in each element of the heterogeneity of the composite with the values of average (external) stresses in the material. The constructed model is based on a generalized singular approximation of random field theory, used in solving the stochastic differential equation of equilibrium of an elastic medium. Using this approximation, it is possible to analyze the change in the values of the components of the stress concentration operator depending on the composition, structure and volumetric content of the composite fillers.

The object of modeling in the work is epoxyphenolic-based polymer frictional composites reinforced with short E-glass fibers chaotically oriented in the space of the material and dispersed additives of rubber, alumina, graphite and barite. Based on the developed model, numerical model calculations of the components of the stress concentration operator are carried out, which consider changes in the volume contents of fillers of inhomogeneous materials. For components 1111 and 1212 of the considered tensor, which most fully characterize the redistribution of stresses between the heterogeneity elements of the composite when compressive and shear loads are applied to it, graphs of changes in their values with increasing volume concentration of glass fibers, inclusions of rubber and mineral powder consisting of alumina, graphite and barite in equal volume fractions are shown.

Studies have shown that when the volume contents of inclusions of any type vary, the values of the components of the concentration operator significantly change only for E-glass fibers oriented in such a way that the stress concentration in the material is highest in them. Moreover, an increase in the volume fraction of rubber inclusions leads to a decrease in these values, while an increase in the content of inclusions of other types leads to the values rise. The epoxyphenolic matrix satisfactorily redistributes stresses between inclusions of other types, since the values of the components 1111 and 1212 of the stress concentration tensor in the binder are close to 1.

**Keywords:** polymeric frictional composite, inclusion, matrix, stress concentration operator, simulation.

## ВВЕДЕНИЕ

Полимерные фрикционные композиты широко используются в узлах трения на железнодорожном, автомобильном и авиационном транспорте, особенно в элементах тормозных систем. Актуальность разработки подобных материалов обусловлена внедрением безвредных для окружающей среды и здоровья людей безасбестовых технологий, развитие и совершенствование которых ставит перед исследователями ряд задач [1; 2]. Важнейшими из этих задач являются подбор и оптимизация состава, структуры и концентрации наполнителей полимерных фрикционных композитов для обеспечения стабильности физико-механических и трибологических свойств тормозных систем при длительных сроках их эксплуатации, независимости характеристик разрабатываемых материалов от погодных условий и достижения малошумности процесса торможения [1–4].

Экспериментальные методы оптимизации состава, структуры и концентрации наполнителей полимерных фрикционных композитов являются довольно трудоемкими и дорогостоящими из-за необходимости варьирования значений множества физико-механических параметров разрабатываемых неоднородных материалов. Кроме того, они не гарантируют оптимальности получаемого решения. Поэтому задача разработки теоретических методов прогнозирования значений физико-механических характеристик полимерных фрикционных композитов является актуальной. При этом важной становится проблема разработки методов моделирования и расчета не только эффективных (эксплуатационных) физико-механических (в частности, упругих) свойств полимерных фрикционных композитов, но и их локальных (внутренних) характеристик [5–7]. Одной из таких локальных упругих характеристик является оператор концентрации напряжений (тен-

зор четвертого ранга) [6; 7]. Моделирование значений компонент этого оператора позволяет прогнозировать, как приложенные к композиту внешние напряжения перераспределяются между элементами неоднородности рассматриваемых материалов, и выполнять расчеты их предельных прочностных показателей [6–8].

Целью работы является построение модели прогнозирования и проведение численных расчетов значений локальных упругих характеристик (компонент тензора концентрации напряжений) полимерных фрикционных композитов, армированных хаотически ориентированными короткими волокнами и дисперсными функционализирующими добавками, с учетом изменения объемных содержаний наполнителей неоднородных материалов.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ПРОВЕДЕНИЕ МОДЕЛЬНЫХ РАСЧЕТОВ

В основе решения задачи моделирования локальных (внутренних) упругих характеристик армированных хаотически ориентированными короткими волокнами и дисперсными функционализирующими добавками полимерных фрикционных композитов лежат численные расчеты и анализ значений компонент  $K_{ijkl}^\sigma(\mathbf{r})$  оператора концентрации напряжений  $K^\sigma(\mathbf{r})$ , где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор произвольной (случайной) точки в неоднородном материале [6; 7]. Оператор  $K^\sigma(\mathbf{r})$  является тензором четвертого ранга и устанавливает связь между локальными  $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$  и средними  $\langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$  (по объему) значениями напряжений в неоднородной среде [6; 7]:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r}) = K_{ijkl}^\sigma(\mathbf{r}) \langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3.$$

При этом процедура усреднения в многокомпонентном композитном материале для некоторой случайной величины  $b(\mathbf{r})$  определяется как

$$\langle b(\mathbf{r}) \rangle = \sum_s v_s \langle b_s(\mathbf{r}) \rangle, \quad (1)$$

где  $v_s$  – объемное содержание элемента неоднородности  $s$ -го типа,  $b_s(\mathbf{r})$  – соответствующая  $s$ -му элементу неоднородности случайная величина, а для объемных содержаний наполнителей и матрицы в композите выполняется условие  $\sum_s v_s = 1$  [6; 9].

Соотношение для вычисления оператора  $K^\sigma(\mathbf{r})$  в обобщенном сингулярном приближении теории случайных полей [9] имеет следующий вид (ин-

дексы для лучшего восприятия формулы опущены) [6; 7]:

$$K^\sigma(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r})(I - g(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \times \langle c(\mathbf{r})(I - g(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}. \quad (2)$$

В формуле (2)  $c(\mathbf{r})$  – тензор модулей упругости элемента неоднородности;  $c''(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r}) - c^c$ , где  $c^c$  – тензор модулей упругости однородного тела сравнения (вспомогательный тензор, определяемый из теории [9]);  $I$  – единичный тензор четвертого ранга;  $g(\mathbf{r})$  – тензор четвертого ранга с компонентами [9]

$$g_{ijkl} = a_{i(kl)j}. \quad (3)$$

В формуле (3)  $a_{ijkl} = -\frac{1}{4\pi} \int n_k n_j t_{il}^{-1} \sin \theta d\theta d\varphi$ ,

где  $\varphi$  и  $\theta$  – углы сферической системы координат;  $t_{il}^{-1}$  – условное обозначение для элементов матрицы, обратной к матрице  $T$  с элементами  $t_{il} = c_{iklj}^c n_k n_j$ , где  $n_k, n_j$  ( $k, j = 1, 2, 3$ ) – компоненты вектора внешней нормали к поверхности эллипсоидального включения, определяемые как

$$n_1 = \frac{1}{l_1} \sin \theta \cos \varphi, \quad n_2 = \frac{1}{l_2} \sin \theta \sin \varphi, \quad n_3 = \frac{1}{l_3} \cos \theta,$$

где  $l_1, l_2$  и  $l_3$  – полуоси эллипсоида. В формуле (3) круглые скобки в индексах компонент  $a_{ijkl}$  тензора четвертого ранга  $a(\mathbf{r})$  (в скобки заключены пары индексов  $i, j$  и  $k, l$ ) обозначают выполнение процедуры симметризации [9].

Далее в работе, как и в статье [5] при моделировании эффективных упругих характеристик армированных хаотически ориентированными короткими волокнами и дисперсными функционализирующими добавками полимерных фрикционных композитов, рассматривали композиты с включениями нескольких типов. К первому типу относили равномерно распределенные в пространстве композита дисперсные включения каучука. Ко второму типу – рубленые короткие волокна бесщелочного стекла (БЩС), хаотически распределенные в пространстве композита. К третьему типу – равномерно распределенные в пространстве материала дисперсные включения минерального порошка, состоящего из поликристаллов глинозема, графита и барита, взятых в отношении 1 : 1 : 1 (по объему). В качестве элемента неоднородности четвертого типа было выбрано эпоксифенольное связующее (ЭФС), представляющее собой диановую смолу, отверждаемую новолачной фенолформальдегидной смолой с низким содержанием фенола (не бо-

**Таблица 1.** Значения упругих характеристик изотропных компонентов полимерных фрикционных композитов  
**Table 1.** Values of elastic characteristics of isotropic components of polymeric frictional composites

Тип компонента Component type	Материал компонента Component material	Модуль Юнга, ГПа Young's modulus, GPa	Коэффициент Пуассона Poisson's ratio
1	каучук / rubber	0,008	0,47
2	БЩС / E-glass	76,200	0,36
3	глинозем / alumina барит / barite	140,000 59,000	0,32 0,28
4	ЭФС / EPhB	3,700	0,42

лее 0,5 %) в соотношении (по массе) 60 : 40 (изготовитель – ЗАО «ЭНПЦ Эпитал», г. Москва) [5]. Все компоненты модельных композитов, кроме графита, полагали изотропными. Значения упругих характеристик изотропных компонентов приведены в таблице 1 [10–14].

Для проведения численных расчетов с тензорами применялась их запись в матричном виде. Причем для изотропных наполнителей композитов при вычислении элементов  $c_{ij} \neq 0$  ( $i, j = 1, 2, \dots, 6$ ) симметрической матрицы  $c$  тензора модулей упругости пользовались тем, что

$$c_{11} = c_{22} = c_{33} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)},$$

$$c_{44} = c_{55} = c_{66} = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

$$c_{12} = c_{13} = c_{23} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)},$$

где  $E$  – модуль Юнга,  $\nu$  – коэффициент Пуассона [9].

Графит – компонент третьего типа – обладает гексагональной кристаллической структурой и сильно анизотропен. Поэтому для элементов  $c_{ij} \neq 0$  матрицы  $c$  тензора модулей упругости его монокристаллов в работе брали следующие значения (ГПа) [15]:

$$c_{11} = c_{22} = 1109,0,$$

$$c_{12} = c_{21} = 139,0,$$

$$c_{33} = 38,7,$$

$$c_{44} = c_{55} = 5,0,$$

$$c_{66} = 0,5(c_{11} - c_{12}) = 485,0.$$

Для проведения модельных расчетов локальных упругих свойств полимерных фрикционных композитов в работе использовали эффективные характеристики поликристаллического графита, полученные методом самосогласования [9; 16]. Эти характеристики были определены с помощью усреднения по всевозможным ориентациям кристаллографических осей кристаллитов графита

(с изотропной функцией распределения), сводящегося к интегрированию по всевозможным углам Эйлера [6; 9; 16]. Для этого была организована итерационная процедура, в которой в качестве значений элементов матрицы  $c^c$  брали значения матрицы тензора модулей упругости поликристаллического графита, вычисленные на предыдущем шаге итерации. В качестве начальных значений элементов матрицы  $c^c$  (нулевое приближение итерационной процедуры) выбирали упругие характеристики поликристаллического графита в приближении Фойгта [6; 9; 16]. Выход из итерационной процедуры происходил, когда максимальная разница между соответствующими модулями матрицы  $c^c$  становилась меньше 0,01 ГПа.

При построении модели прогнозирования локальных упругих характеристик рассматриваемых в работе фрикционных материалов основывались на представлении их структуры в виде статистически однородных матричных композитов. Считалось, что дисперсные включения каучука, глинозема, графита и барита имеют вид сфер одинакового радиуса  $R$ , а волокна БЩС представляют собой равные друг другу вытянутые эллипсоиды вращения ( $l_1, l_2$  и  $l_3$  – полуоси этих эллипсоидов, большая из которых имеет длину  $L$ ). При этом эллипсоиды ориентированы своей большей полуосью в пространстве композита в семи различных направлениях относительно лабораторной системы координат – параллельно координатным осям (три направления) и параллельно прямым, образующим равные углы со всеми координатными осями (четыре направления). Кроме того, считалось, что модельные композиты имеют объемные концентрации компонентов  $\nu_1, \nu_2, \nu_3$  и  $\nu_4$ , где индекс 1 относится к каучуку, индекс 2 – к волокнам БЩС, 3 – к минеральному порошку, а 4 – к связующему ЭФС [5].

Для полимерных фрикционных композитов с изотропными компонентами соотношение (2) для матрицы тензора  $K^\sigma(\mathbf{r})$  в элементе неоднородности



$s$ -го типа с учетом формулы (1) преобразуется к следующему виду [6; 7]:

$$K_s^\sigma = c_s \left( I - g_s (c_s - c^c) \right)^{-1} \times \left( \sum_i v_i c_i \left( I - g_i (c_i - c^c) \right)^{-1} \right)^{-1} \quad (4)$$

В выражении (4)  $c_s$  и  $c^c$  – матрицы тензоров модулей упругости элемента неоднородности  $s$ -го типа композита и однородного тела сравнения соответственно;  $g_s$  – это тензор  $g(\mathbf{r})$  элемента неоднородности  $s$ -го типа, вычисляемый по формуле (3). При этом  $g_1, g_3$  соответствуют сферическим включениям каучука, глинозема, графита и барита ( $l_1 = l_2 = l_3 = R = 1$ );  $g_2$  – эллипсоидальным включениям (волокнам) БЩС, ориентированным относительно осей координат вдоль указанных выше семи направлений, с главной полуосью  $L = 50$  и остальными полуосями, равными 1;  $g_4$  – связующему ЭФС ( $l_1 = l_2 = l_3 = 1$ ). Считалось также, что объемные содержания эллипсоидальных включений (волокон) БЩС в каждом из семи указанных направлений одинаковы и равны  $v_2/7$ .

Для вычисления упругих характеристик  $c^c$  однородного тела сравнения рассматриваемых полимерных фрикционных композитов в работе применяли метод самосогласования [9; 16]. Для этого была организована итерационная процедура, в которой в качестве значений элементов матрицы  $c^c$  брали значения матрицы тензора модулей упругости, вычисленные на предыдущем шаге итерации. В качестве начальных значений элементов матрицы  $c^c$  (нулевое приближение итерационной

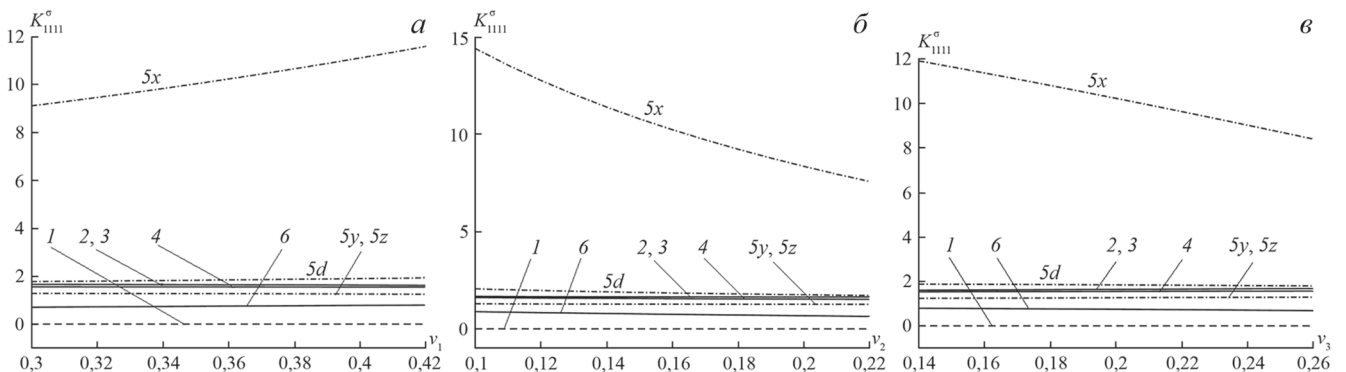
процедуры) выбирали упругие характеристики в приближении Хилла (среднее арифметическое значений в приближениях Фойгта и Ройсса) [6; 9; 16]. Выход из итерационной процедуры происходил, когда максимальная разница между соответствующими модулями матрицы  $c^c$  составляла меньше 0,01 ГПа.

На рисунках 1, 2 приведены результаты численных расчетов значений локальных упругих характеристик – компонент 1111 (рис. 1) и 1212 (рис. 2) – модельных фрикционных композитов от изменений объемных содержаний их элементов неоднородности. Выбор для рассмотрения компонент 1111 и 1212 тензора  $K^\sigma(\mathbf{r})$  обусловлен тем, что именно они наиболее полно характеризуют перераспределение напряжений между элементами неоднородности композитов при приложении к ним сжимающих и сдвиговых нагрузок.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

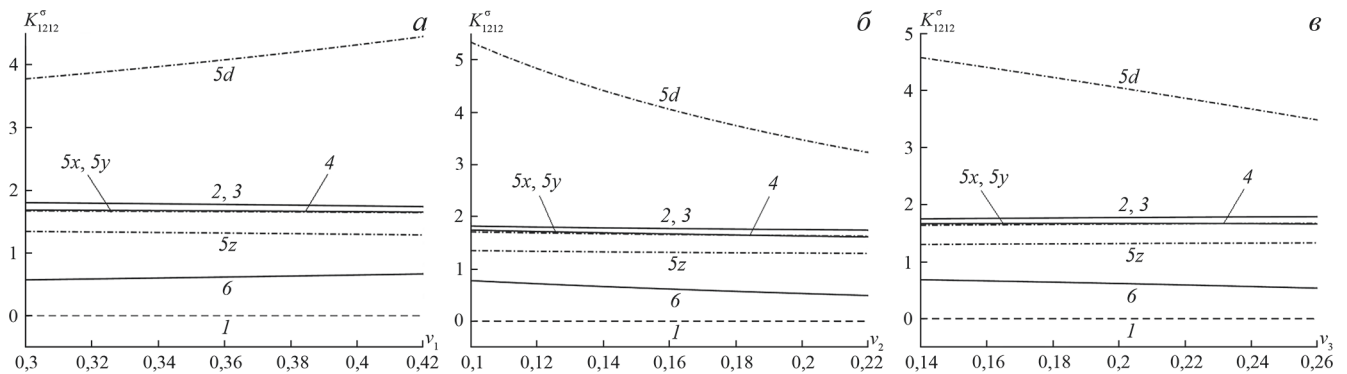
На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы, согласующиеся с априорными представлениями о перераспределении напряжений между наполнителями композитов рассматриваемой структуры:

– При вариации объемных содержаний включений любого типа (каучук, БЩС, глинозем, графит, барит) значения компонент 1111 и 1212 оператора  $K^\sigma(\mathbf{r})$  значительно изменяются только для волокон БЩС, ориентированных таким образом, что в них концентрация напряжений в материале наибольшая (кривые 5х на рис. 1 и 5d на рис. 2). При этом



**Рис. 1.** Изменение значений компоненты 1111 тензора  $K^\sigma(\mathbf{r})$  при варьировании объемных содержаний включений каучука (а) при  $0,3 \leq v_1 \leq 0,42, v_2 = 0,16, v_3 = 0,2$ ; волокон БЩС (б) при  $v_1 = 0,36, 0,1 \leq v_2 \leq 0,22, v_3 = 0,2$ ; включений минерального порошка (в) при  $v_1 = 0,36, v_2 = 0,16, 0,14 \leq v_3 \leq 0,26$ : 1 – каучук; 2 – глинозем; 3 – графит; 4 – барит; 5х, 5у, 5z, 5d – волокна БЩС, ориентированные в направлениях осей  $x, y, z$  и параллельно прямым, образующим равные углы с координатными осями, соответственно; 6 – ЭФС.

**Fig. 1.** Change in the values of the component 1111 of the tensor  $K^\sigma(\mathbf{r})$  with the variation of the volumetric contents of rubber inclusions (a) when  $0.3 \leq v_1 \leq 0.42, v_2 = 0.16, v_3 = 0.2$ ; fibers of E-glass (b) when  $v_1 = 0.36, 0.1 \leq v_2 \leq 0.22, v_3 = 0.2$ ; mineral powder (c) when  $v_1 = 0.36, v_2 = 0.16, 0.14 \leq v_3 \leq 0.26$ : 1 – rubber; 2 – alumina; 3 – graphite; 4 – barite; 5x, 5y, 5z, 5d – fibers of E-glass oriented in  $x, y, z$  axes direction and parallel to straight lines forming equal angles with coordinate axes, respectively; 6 – EPhB.



**Рис. 2.** Изменение значений компоненты 1212 тензора  $K^\sigma(\mathbf{r})$  при варьировании объемных содержаний включений каучука (а) при  $0,3 \leq v_1 \leq 0,42$ ,  $v_2 = 0,16$ ,  $v_3 = 0,2$ ; волокон БЩС (б) при  $v_1 = 0,36$ ,  $0,1 \leq v_2 \leq 0,22$ ,  $v_3 = 0,2$ ; включений минерального порошка (г) при  $v_1 = 0,36$ ,  $v_2 = 0,16$ ,  $0,14 \leq v_3 \leq 0,26$ : 1 – каучук; 2 – глинозем; 3 – графит; 4 – барит; 5x, 5y, 5z, 5d – волокна БЩС, ориентированные в направлениях осей x, y, z и параллельно прямым, образующим равные углы с координатными осями, соответственно; б – ЭФС.

**Fig. 2.** Change in the values of the component 1212 of the tensor  $K^\sigma(\mathbf{r})$  with the variation of the volumetric contents of rubber inclusions (a) when  $0,3 \leq v_1 \leq 0,42$ ,  $v_2 = 0,16$ ,  $v_3 = 0,2$ ; fibers of E-glass (б) when  $v_1 = 0,36$ ,  $0,1 \leq v_2 \leq 0,22$ ,  $v_3 = 0,2$ ; mineral powder (г) when  $v_1 = 0,36$ ,  $v_2 = 0,16$ ,  $0,14 \leq v_3 \leq 0,26$ : 1 – rubber; 2 – alumina; 3 – graphite; 4 – barite; 5x, 5y, 5z, 5d – fibers of E-glass oriented in x, y, z axes direction and parallel to straight lines forming equal angles with coordinate axes, respectively; б – EPhB.

увеличение объемной доли включений каучука приводит к снижению указанных выше значений компонент 1111 и 1212 оператора концентрации (кривые 5x на рис. 1), а увеличение содержания включений других типов – к росту (кривые 5d на рис. 2).

– Значения компонент 1111 и 1212 тензора  $K^\sigma(\mathbf{r})$  в дисперсных включениях глинозема и графита одинаковы, так как кривые 2 и 3 на рисунках совпадают, а величины этих же компонент  $K^\sigma(\mathbf{r})$  в дисперсных включениях барита (кривые 4 на рисунках) незначительно меньше, чем в глиноземе и графите. При этом значения компонент 1111 и 1212 для включений минерального порошка больше 1,5, то есть локальные напряжения в них более чем в полтора раза превышают приложенные к композиту соответствующие внешние напряжения.

– Концентрация напряжений во включениях каучука близка к нулю (кривые 1 на рисунках), то есть приложенная к композиту механическая нагрузка (одноосное сжатие или сдвиг) перераспределяется между элементами неоднородности других типов (БЩС, глинозем, графит, барит, ЭФС).

– Матрица ЭФС удовлетворительно перераспределяет напряжения между включениями других типов, так как значения компонент 1111 и 1212 тензора концентрации напряжений в связующем близки к единице (кривые б на рис. 1, 2).

Таким образом, в работе построена модель прогнозирования и проведены численные расчеты значений локальных упругих характеристик – компонент тензора концентрации напряжений  $K^\sigma(\mathbf{r})$  – полимерных фрикционных композитов, армированных хаотически ориентированными короткими волокнами и дисперсными функционализирующими добавками, с учетом изменения объемных содержаний наполнителей трибоматериалов. Это позволяет прогнозировать перераспределение приложенных напряжений между элементами неоднородности, а также значения предельных прочностных показателей трибокомпозитов (основываясь на разработанном в работе [8] методе прогнозирования пределов прочности матричных композитных материалов).

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ № 19-08-00111-а.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Плещачевский Ю.М., Сергиенко В.П. 2005. Фрикционные материалы с полимерной матрицей: перспективы исследований, достигнутый уровень, рынок. *Наука и инновации*. 5: 46–53.
2. Нилов А.С., Кулик В.И., Гаршин А.П. 2015. Анализ фрикционных материалов и технологий изготовления тормозных колодок для высоконагруженных тормозных систем с дисками из керамического композиционного материала. *Новые огнеупоры*. 7: 57–68. doi: 10.17073/1683-4518-2015-7-57-68
3. Sergienko V.P., Bukharov S.N. 2015. *Noise and vibration in friction systems*. Switzerland, Springer: 251 p.
4. Мышкин Н.К., Сергиенко В.П., Бухаров С.Н., Мясникова Н.А. 2017. Влияние наноразмерных наполнителей на виброакустические характеристики фрикционных композитов. *Вестник РГУПС*. 1(65): 30–35.
5. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Лавров И.В., Сычев А.П., Сычев А.А., Яковлев В.Б. 2019. Прогнозирование эффективных упругих свойств полимерных фрикционных композитов. *Наука Юга России*. 15(2): 3–9. doi: 10.7868/S25000640190201

6. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Яковлев В.Б., Сычев А.П., Колесников И.В. 2012. *Микромеханика поликристаллов и композитов (напряженно-деформированное состояние и разрушение)*. Ростов н/Д, изд-во РГУПС: 288 с.
7. Колесников В.И., Яковлев В.Б., Бардушкин В.В., Сычев А.П. 2015. О прогнозировании распределений локальных упругих полей в неоднородных средах на основе обобщенного сингулярного приближения. *Вестник Южного научного центра*. 11(3): 11–17.
8. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Яковлев В.Б., Сычев А.П., Кириллов Д.А., Сорокин А.И. 2014. О методе прогнозирования предельных прочностных характеристик матричных композитов, основанном на использовании оператора концентрации напряжений. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*. 1: 45–51.
9. Шермергор Т.Д. 1977. *Теория упругости микронеоднородных сред*. М., Наука: 399 с.
10. *Физические величины: справочник*. 1991. М., Энергоатомиздат: 1232 с.
11. Торская Е.В., Курбаткин И.И., Мезрин А.М., Морозов А.В., Муравьева Т.И., Сахаров В.В., Фролов Н.Н. 2013. Механические и трибологические свойства наноструктурированных покрытий на основе многокомпонентных оксидов. *Трение и износ*. 34(2): 129–137.
12. *Справочник (кадастр) физических свойств горных пород*. 1975. М., Недра: 279 с.
13. Гутников С.И., Лазорьяк Б.И., Селезнев А.Н. 2010. *Стеклённые волокна*. М., изд-во МГУ: 53 с.
14. Лапицкий В.А., Крицук А.А. 1986. *Физико-механические свойства эпоксидных полимеров и стеклопластиков*. Киев, Наукова думка: 92 с.
15. Bosak A., Krisch M., Mohr M., Maultzsch J., Thomsen Ch. 2007. Elasticity of singlecrystalline graphite: Inelastic X-ray scattering study. *Phys. Rev. B*. 75(15): 153408(4). doi: 10.1103/PhysRevB.75.153408
16. Паньков А.А. 2008. *Методы самосогласования механики композитов*. Пермь, изд-во Пермского государственного технического университета: 253 с.
- characteristics of the friction composites]. *Vestnik RGUPS*. 1(65): 30–35. (In Russian).
5. Kolesnikov V.I., Bardushkin V.V., Lavrov I.V., Sychev A.P., Sychev A.A., Yakovlev V.B. 2019. [Prediction of effective elastic properties of polymeric friction composites]. *Nauka Yuga Rossii*. 15(2): 3–9. (In Russian). doi: 10.7868/S25000640190201
6. Kolesnikov V.I., Bardushkin V.V., Yakovlev V.B., Sychev A.P., Kolesnikov I.V. 2012. *Mikromekhanika polikristallov i kompozitov (napryazhenno-deformirovannoe sostoyanie i razrushenie)*. [Micromechanics of polycrystals and composites (stress-strain state and destruction)]. Rostov-on-Don, Rostov State Transport University: 288 p. (In Russian).
7. Kolesnikov V.I., Yakovlev V.B., Bardushkin V.V., Sychev A.P. 2015. [On the prediction of local elastic fields' distributions in non-uniform media on the basis of a generalized singular approximation]. *Vestnik Yuzhnogo nauchnogo tsentra*. 11(3): 11–17. (In Russian).
8. Kolesnikov V.I., Bardushkin V.V., Yakovlev V.B., Sychev A.P., Kirillov D.A., Sorokin A.I. 2014. [About a method of predicting of ultimate strength characteristics of the matrix composites, based on use of the operator of stresses concentration]. *Ecological bulletin of research centers of the Black Sea economic cooperation*. 1: 45–51. (In Russian).
9. Shermergor T.D. 1977. *Teoriya uprugosti mikhroednorodnykh sred*. [Micromechanics of inhomogeneous medium]. Moscow, Nauka: 399 p. (In Russian).
10. *Fizicheskie velichiny: spravochnik*. [Physical quantities: reference book]. 1991. Moscow, Energoatomizdat: 1232 p. (In Russian).
11. Torskaya E.V., Kurbatkin I.I., Mezrin A.M., Morozov A.V., Murav'eva T.I., Sakharov V.V., Frolov N.N. 2013. Mechanical and tribological properties of nanostructured coatings based on multicomponent oxides. *Journal of Friction and Wear*. 34(2): 99–106. doi: 10.3103/S1068366613020141
12. *Spravochnik (kadastr) fizicheskikh svoystv gornykh porod*. [Reference book (inventory) of physical properties of rocks]. 1975. Moscow, Nedra: 279 p. (In Russian).
13. Gutnikov S.I., Lazoryak B.I., Seleznev A.N. 2010. *Steklyannye volokna*. [Glass fibers]. Moscow, Moscow State University: 53 p. (In Russian).
14. Lapitskiy V.A., Kritsuk A.A. 1986. *Fiziko-mekhanicheskie svoystva epoksidnykh polimerov i stekloplastikov*. [Physical and mechanical properties of the epoxy polymers and fiberglasses]. Kiev, Naukova dumka: 92 p. (In Russian).
15. Bosak A., Krisch M., Mohr M., Maultzsch J., Thomsen Ch. 2007. Elasticity of singlecrystalline graphite: Inelastic X-ray scattering study. *Phys. Rev. B*. 75(15): 153408(4). doi: 10.1103/PhysRevB.75.153408
16. Pan'kov A.A. 2008. *Metody samosoglasovaniya mekhaniki kompozitov*. [Methods of self-consistency mechanics of composites]. Perm, Perm State Technical University: 253 p. (In Russian).

REFERENCES

1. Pleskachevskii Yu.M., Sergienko V.P. 2005. [Frictional materials with a polymeric matrix: prospects of researches, the reached level, the market]. *Nauka i innovatsii*. 5: 46–53. (In Russian).
2. Nilov A.S., Kulik V.I., Garshin A.P. 2015. [The analysis of frictional materials and manufacturing techniques of brake blocks for the high-loaded brake systems with disks from ceramic composite]. *Novye ognepory*. 7: 57–68. (In Russian). doi: 10.17073/1683-4518-2015-7-57-68
3. Sergienko V.P., Bukharov S.N. 2015. *Noise and vibration in friction systems*. Switzerland, Springer: 251 p.
4. Myshkin N.K., Sergienko V.P., Bukharov S.N., Myasnikova N.A. 2017. [The influence of nanosized fillers on the vibroacoustic

Поступила 14.04.2020