

УДК 51-73, 534.29  
DOI: 10.7868/S25000640220101

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ АЭРОЗОЛЯ В АКУСТИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ КУБИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

© 2022 г. Д.А. Тукмаков<sup>1</sup>, Н.А. Тукмакова<sup>2</sup>

**Аннотация.** Работа посвящена моделированию колебаний аэрозоля в акустическом резонаторе кубической формы, а также в акустическом резонаторе в форме трубы, в которой высота на порядок больше ширины. Математическая модель учитывала вязкость, сжимаемость и теплопроводность несущей среды. Для каждой из фаз смеси, газовой и дисперсной, решалась полная гидродинамическая система уравнений, состоящая из уравнений непрерывности массы, пространственных компонент импульса и энергии. Межфазное взаимодействие включало в себя обмен импульсом и теплообмен. Межфазный обмен импульсом учитывал силу аэродинамического сопротивления, динамическую силу Архимеда и силу присоединенных масс. Уравнения интегрировались конечно-разностным методом второго порядка точности. Для подавления численных осцилляций применялась схема нелинейной коррекции. Уравнения математической модели были дополнены граничными условиями – для составляющих скорости несущей и дисперсной фаз смеси задавались однородные граничные условия Дирихле на неподвижных поверхностях и однородные граничные условия Неймана для остальных физических параметров смеси. На движущихся поверхностях задавалось изменение вертикальной составляющей скорости. Численные расчеты колебаний аэрозоля в трубе сопоставлены с результатами физического эксперимента, сопоставление показало приемлемые результаты. Выявлены закономерности влияния объемного содержания на динамику компонент смеси. Результаты расчетов демонстрируют, что величина изменения амплитуды давления и скорости несущей среды и скорости дисперсной фазы обратно пропорциональна объемному содержанию дисперсной фазы. Выявленная закономерность объясняется увеличением межфазного взаимодействия при увеличении концентрации дисперсной фазы. Также увеличение объемного содержания аэрозоля приводит к уменьшению не только амплитуды колебаний, но и резонансной частоты.

**Ключевые слова:** многофазные среды, численное моделирование, уравнение Навье – Стокса, континуальная модель, акустический резонатор, межфазное взаимодействие.

### NUMERICAL SIMULATION OF AEROSOL OSCILLATIONS IN A CUBIC ACOUSTIC RESONATOR

D.A. Tukmakov<sup>1</sup>, N.A. Tukmakova<sup>2</sup>

**Abstract.** This work is devoted to modeling aerosol oscillations in a cubic acoustic resonator, as well as in an acoustic resonator in the form of a tube, in which the height is an order of magnitude greater than the width. The mathematical model took into account the viscosity, compressibility and thermal conductivity of the carrier medium. For each of the phases of the mixture, gas and dispersed, a complete hydrodynamic system of equations was solved, including the equation of continuity of mass, spatial components of momentum and energy. Interfacial interaction included momentum exchange and heat transfer. The interphase momentum exchange took into account the force of aerodynamic drag, the dynamic force of Archimedes and the force of the added masses. The equations were integrated by a second-order accurate finite-difference method. A nonlinear

<sup>1</sup> Федеральное исследовательское учреждение «Казанский научный центр Российской академии наук (Federal Research Center Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, Kazan, Russian Federation), Российская Федерация, 420111, г. Казань, ул. Лобачевского, 2/31, e-mail: tukmakovda@imm.knc.ru

<sup>2</sup> Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева (A.N. Tupolev Kazan National Research Technical University, Kazan, Russian Federation), Российская Федерация, 420111, г. Казань, ул. Карла Маркса, 10

correction scheme was used to suppress numerical oscillations. The equations of the mathematical model were supplemented with boundary conditions – for the components of the velocity of the carrier and dispersed phases of the mixture, homogeneous Dirichlet boundary conditions on fixed surfaces and homogeneous Neumann boundary conditions for the remaining physical parameters of the mixture were set. The change in the vertical component of the velocity was set on the moving surfaces. Numerical calculations of aerosol oscillations in the tube are compared with the results of a physical experiment; the comparison has shown acceptable results. The work revealed the regularities of the influence of the volumetric content on the dynamics of the mixture components. The calculation results demonstrate that the magnitude of the change in the pressure amplitude and velocity of the carrier medium and the velocity of the dispersed phase are inversely proportional to the volumetric content of the dispersed phase. The revealed regularity is explained by an increase in the interphase interaction with an increase in the concentration of the dispersed phase. Also, an increase in the volumetric content of aerosol leads to a decrease not only in the amplitude of oscillations, but also in the resonance frequency.

**Keywords:** multiphase media, numerical simulation, Navier-Stokes equation, continual model, acoustic resonator, interphase interaction.

## ВВЕДЕНИЕ

Одним из разделов современной механики жидкости и газа [1–20] является механика неоднородных сред [1–3; 5–8; 11; 13–15]. Динамика неоднородных – многокомпонентных и многофазных – сред имеет существенные отличия от классической гидродинамики [4]. Частным случаем неоднородных сред являются многофазные среды [1], в которых компоненты смеси имеют различное агрегатное состояние [1–3]. Предметом исследования данной работы является динамика смесей, состоящих из газа и взвешенных в газе дисперсных включений, сред, именующихся аэрозолями, или же газовзвесями [2]. В ряде публикаций проведены как теоретические, так и экспериментальные исследования колебаний газа в акустических резонаторах [7–13; 19; 20]. Изучение динамики однородного газа и аэрозолей в акустических резонаторах связано с процессами, протекающими в промышленной энергетике и криогенных технологиях, в которых происходит движение газочапельных смесей в аэродинамическом и акустическом полях. Учет вязкости однородного газа оказывает влияние на результаты моделирования динамики газа в акустических резонаторах. В динамике аэрозолей при больших, объемных содержаниях дисперсной фазы на динамику смеси оказывает влияние межфазное взаимодействие. При моделировании динамики неоднородных сред существует несколько подходов, предполагающих моделирование динамики смеси в целом – гомогенный подход моделирования параметров смеси в целом [1], а также моделирование движения только газовой фазы и расчет траекторий незначительного количества частиц [11]. Целью

исследования является сопоставление физического эксперимента и численных расчетов колебаний двухфазной смеси в трубе, а также изучение влияния межфазного взаимодействия и объемного содержания дисперсной фазы на колебания аэрозоля в акустическом резонаторе кубической формы. Задача данного исследования – проведение численных расчетов динамики аэрозоля при различных частотах возбуждения колебаний и различных объемных содержаниях дисперсной фазы. В расчетах применялась континуальная модель динамики многофазных сред, позволяющая учесть взаимодействие компонент смеси. Новизной работы является то, что математическая модель не только учитывает такие факторы, как вязкость, сжимаемость и теплопроводность газа, но и позволяет учесть взаимобратные эффекты, связанные с воздействием частиц на движение несущей среды. Выявленные в работе закономерности возможно использовать при разработке и оптимизации аппаратов и технологических процессов, работающих с газочапельными средами.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Движение газовзвеси моделируется системой уравнений динамики многофазной среды с учетом межфазного обмена импульсом и энергией [1–3]. Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье – Стокса [4; 16; 19] для сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного обмена импульсом и теплообмена:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho_1 v_1)}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 u_1 v_1 - \tau_{xy}) = -F_x + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1 v_1 - \tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 v_1^2 + p - \tau_{yy}) = -F_y + \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( [e_1 + p - \tau_{xx}] u_1 - \tau_{xy} v_1 - \lambda \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( [e_1 + p - \tau_{yy}] v_1 - \tau_{yx} u_1 - \lambda \frac{\partial T_1}{\partial y} \right) = \quad (4)$$

$$= -Q - |F_x|(u_1 - u_2) - |F_y|(v_1 - v_2) + \alpha \left( \frac{\partial(\rho u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_1)}{\partial y} \right),$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial y} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 u_2^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_2 u_2 v_2) = F_x - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 u_2 v_2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_2 v_2^2) = F_y - \alpha \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial(e_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_2 u_2) + \frac{\partial}{\partial y}(e_2 v_2) = Q, \quad (8)$$

$$p = (\gamma - 1) \left( e_1 - \rho_1 (u_1^2 + v_1^2) / 2 \right),$$

$$e_1 = \rho_1 I + \rho_1 (u_1^2 + v_1^2) / 2,$$

$$\rho_2 = \alpha_2 \rho_{20}, \quad e_2 = \rho_2 C_{p2} T_2.$$

В данной работе рассмотрено плоское течение аэрозоля, математическая модель записана для декартовой системы координат. В выбранной системе координат в двухмерном случае составляющие тензора вязких напряжений несущей среды  $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{xy}, \tau_{yx}$  будут иметь вид:

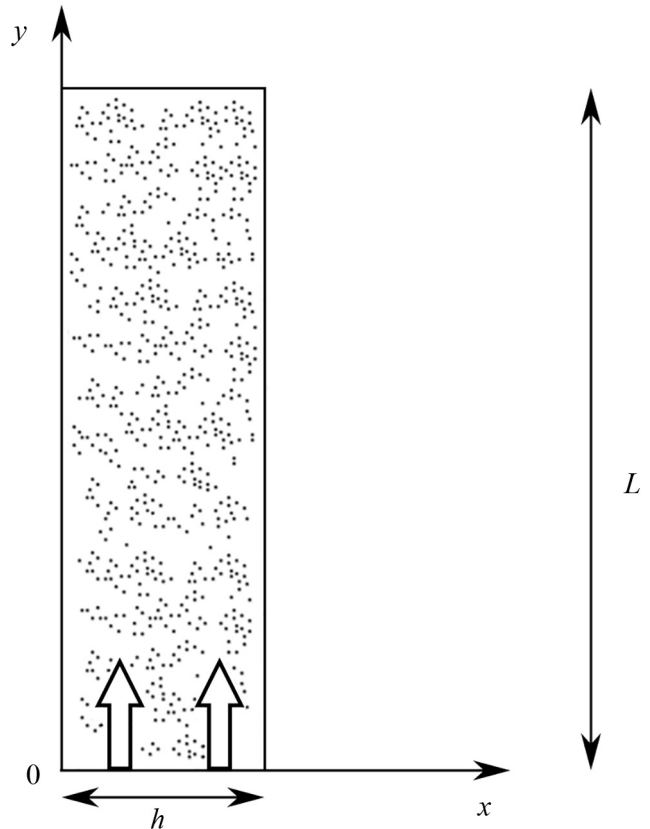
$$\tau_{xx} = \mu \left( 2 \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{yy} = \mu \left( 2 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right),$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right),$$

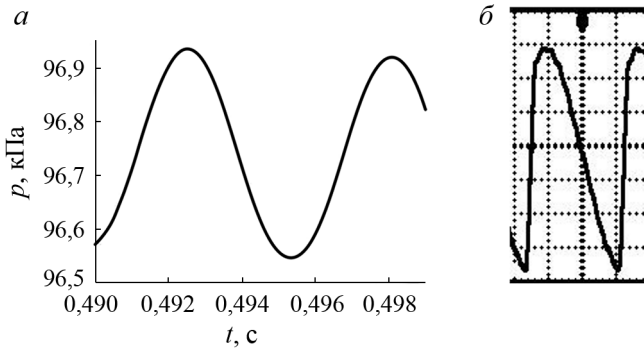
$$D = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y}.$$

Уравнения (1), (5) описывают непрерывность плотности несущей среды и средней плотности дисперсной фазы, индекс  $i = 1$  относится к несущей среде, индекс  $i = 2$  относится к дисперсной фазе. Уравнения (2), (3), (6), (7) описывают законы сохранения компонент вектора импульса несущей среды (уравнения (2) и (3)) и дисперсной фазы (уравнения (6) и (7)). Уравнения (4) и (8) описывают законы сохранения полной энергии газа и тепловой энергии дисперсной фазы.

Межфазный обмен импульсом включает в себя силу аэродинамического сопротивления, динамическую силу Архимеда и силу присоединенных масс [1]. Здесь  $p, \rho_1, u_1, v_1$  – давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей  $x$  и  $y$  соответственно;  $\gamma, \mu, I$  – постоянная адиабаты, динамическая вязкость и внутренняя энергия газа;  $T_1, e_1$  – температура и полная энергия газа;  $\alpha, \rho_2, \rho_{20}, T_2, C_{p2}, e_2, u_2, v_2$  – объемное содержание дисперсной фазы, средняя плотность, физическая плотность, температура, теплоемкость, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости дисперсной фазы.



**Рис. 1.** Схематическое изображение акустического резонатора.  $L$  – высота акустического резонатора,  $h$  – диаметр трубы.  
**Fig. 1.** Schematic representation of an acoustic resonator.  $L$  – the height of the acoustic resonator,  $h$  – the pipe diameter.



**Рис. 2.** Временные зависимости давления газа в акустическом резонаторе на закрытом конце трубы: *a* – результат численного расчета [7]; *b* – форма кривых, полученных в физическом эксперименте [7].

**Fig. 2.** Time dependences of the gas pressure in the acoustic resonator at the closed end of the pipe: *a* – a result of the numerical calculation [7]; *b* – the shape of the curves obtained in the physical experiment [7].

Система уравнений дополнялась замыкающими соотношениями:

$$F_x = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{(2r)} C_{d2} \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (u_1 - u_2) + \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) + 0,5 \alpha \rho_1 \times \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} - \frac{\partial u_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} - v_2 \frac{\partial u_2}{\partial y} \right),$$

$$F_y = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{(2r)} C_{d2} \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (v_1 - v_2) + \alpha \rho_1 \left( \frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) + 0,5 \alpha \rho_1 \times \left( \frac{\partial v_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial v_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{\partial v_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} - v_2 \frac{\partial v_2}{\partial y} \right),$$

$$C_{d2} = 0,4 + \frac{24}{Re_{21}} + \frac{4}{Re_{21}^{0,5}},$$

$$M_{21} = |\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2| / c,$$

$$Re_{21} = 2\rho_1 |\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2| r / \mu,$$

$$Pr = C_p \mu / \lambda,$$

$$Nu_{21} = 2 \exp(-M_{21}) + 0,459 Re_{21}^{0,55} Pr^{0,33},$$

$$Q = 6\alpha \lambda Nu_{21} (T_1 - T_2) / (4r^2).$$

Применяются следующие обозначения: *r* – радиус частиц аэрозоля;  $\lambda$  – теплопроводность газа; *Pr* – число Прандтля [4];  $C_p$ ,  $C_{d2}$ ,  $M_{21}$ ,  $Re_{21}$ ,  $Nu_{21}$  – теплоемкость газа, коэффициент сопротивления,

учитывающий неоднородность частиц и межфазный обмен импульсом, относительные числа Маха, Рейнольдса и Нусельта [2]. В формулах (9)  $F_x$ ,  $F_y$  – составляющие вектора обмена импульсом дисперсной фазы и несущей среды;  $Q$  – тепловой поток между дисперсной фазой смеси и несущей средой [1; 2].

Одним из важных параметров динамики многофазных сред является объемное содержание дисперсной фазы, отношение объема компоненты смеси к общему объему смеси  $\alpha_i = V_i/V$ , при этом физическая плотность материала дисперсной фазы представляется неизменной.

Для составляющих скорости несущей среды и дисперсной фазы задавались однородные граничные условия Дирихле. Для остальных функций динамики многофазной смеси задавались однородные граничные условия Неймана.

Система уравнений динамики многофазной среды (1)–(8) решалась двухэтапным явным конечно-разностным методом Мак-Кормака, позволяющим получать решения второго порядка точности [16].

Рассмотрим применение численного алгоритма на примере скалярного нелинейного уравнения в частных производных:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial a(f)}{\partial x} + \frac{\partial b(f)}{\partial y} = c(f). \quad (10)$$

Алгоритм явного конечно-разностного метода Мак-Кормака для нелинейного уравнения (10) имеет вид [16]:

$$f_{j,k}^* = f_{j,k}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (a_{j+1,k}^n - a_{j,k}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (b_{j,k+1}^n - b_{j,k}^n) + \Delta t c_{j,k}^n,$$

$$f_{j,k}^{n+1} = 0,5 (f_{j,k}^n + f_{j,k}^*) - 0,5 \frac{\Delta t}{\Delta x} (a_{j,k}^* - a_{j-1,k}^*) - 0,5 \frac{\Delta t}{\Delta y} (b_{j,k}^* - b_{j,k-1}^*) + 0,5 \Delta t c_{j,k}^*.$$

Здесь  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  – шаги по пространственным направлениям;  $\Delta t$  – шаг по времени.

После каждого временного шага для получения монотонного численного решения применялась схема нелинейной коррекции численного решения [17; 18].

## РЕЗУЛЬТАТЫ

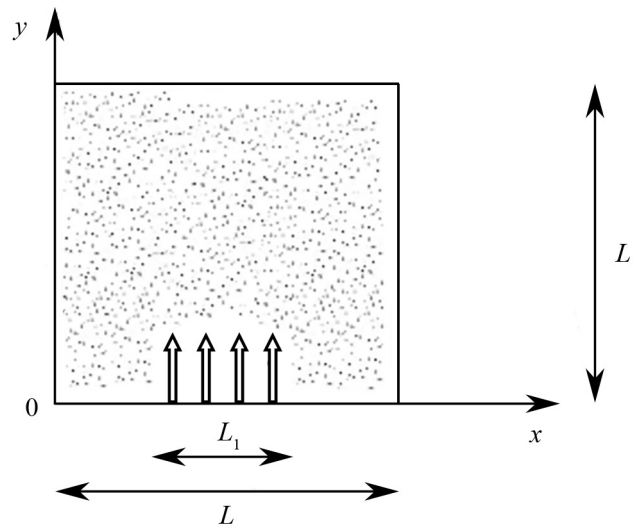
В расчетах динамики аэрозоля в акустическом резонаторе-трубе задавались следующие



параметры моделируемого процесса: дисперсная фаза газовой взвеси состояла из частиц с диаметром  $d = 1$  мкм, объемным содержанием дисперсной фазы  $\alpha = 0,0000065$  с дисперсными включениями, равномерно распределенными по всей емкости, для начального момента времени. Физическая плотность материала частиц –  $\rho_{20} = 913$  кг/м<sup>3</sup> [7]. При  $t = 0$  поршень начинал движение по гармоническому закону  $y(t) = A \sin(\omega t)$ , где  $\omega$  – циклическая частота первого резонанса колебаний в закрытой трубе,  $\omega = \pi c/L$  [12; 19; 20]. На рисунке 1 схематически изображен акустический резонатор. Высота акустического резонатора  $L = 0,938$  м, диаметр трубы  $h = 0,1$  м, амплитуда хождения поршня  $A = 0,375$  мм [9].

Вертикальное расположение канала, в котором происходят колебания аэрозоля, объясняется тем, что при таком расположении акустического резонатора процесс гравитационного осаждения более длительный.

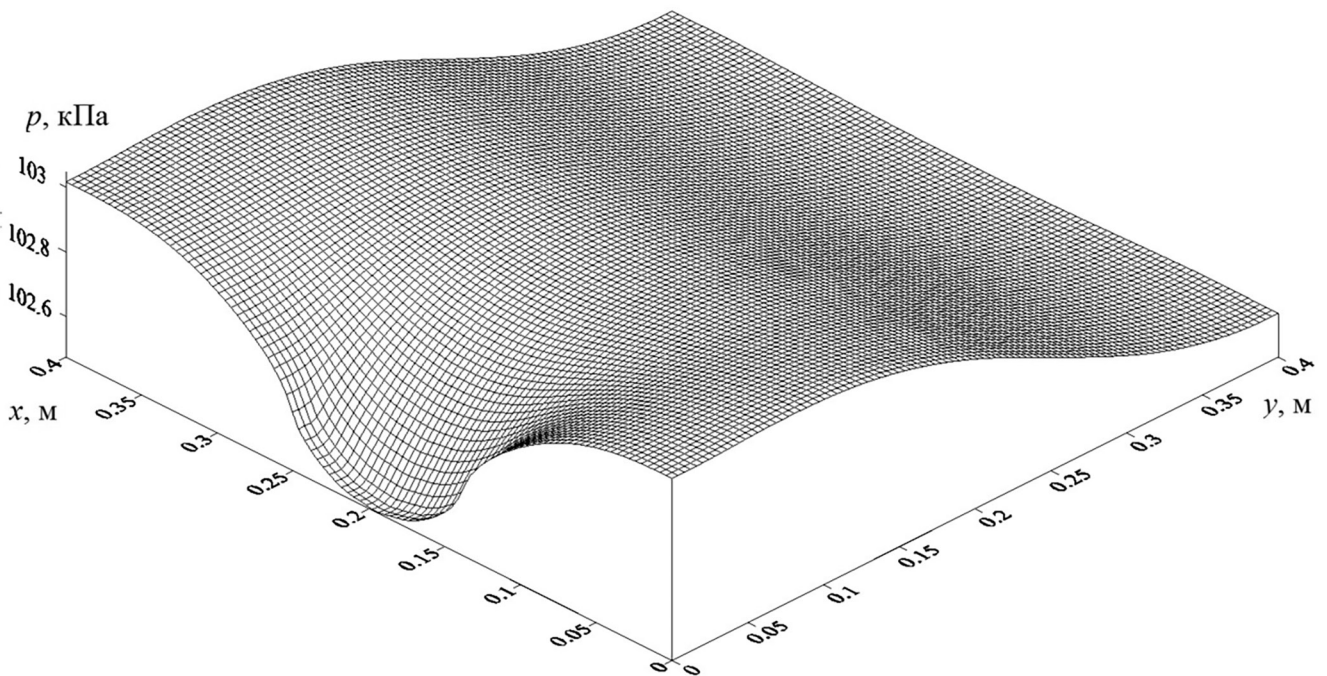
На рисунке 2 изображены временные зависимости давления от времени на закрытом конце трубы, рисунок 2а – результат численных расчетов, рисунок 2б – профиль временной зависимости, полученной в физическом эксперименте. Амплитуда изменения давления за один период колебаний в численных расчетах составляет  $\Delta p = p_{max} - p_{min} = 403$  Па, в



**Рис. 3.** Схематичное изображение акустического резонатора кубической формы.  $L$  – размеры акустического резонатора,  $L_1$  – ширина колеблющейся пластины.

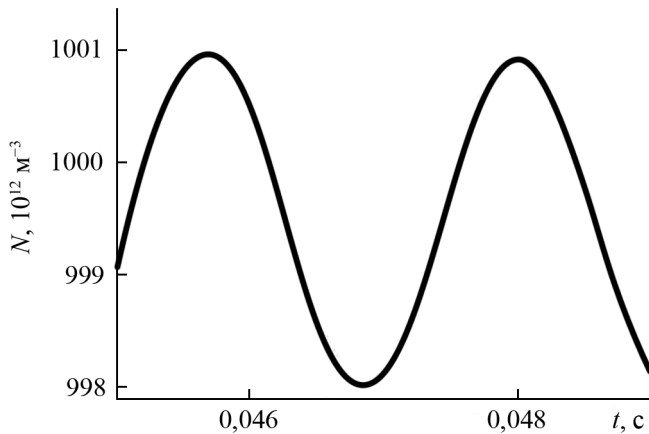
**Fig. 3.** Schematic representation of a cubic acoustic resonator.  $L$  – the dimensions of the acoustic resonator,  $L_1$  – the width of the oscillating plate.

физическом эксперименте величина перепада давления определена как  $\Delta p = p_{max} - p_{min} = 525$  Па [9]. Таким образом, результаты численных расчетов изменения давления газа в процессе колебаний аэрозоля соответствуют приблизительно 77 % от экспериментальной величины.



**Рис. 4.** Распределение давления в акустическом резонаторе в момент времени,  $t = 0,09$  с.

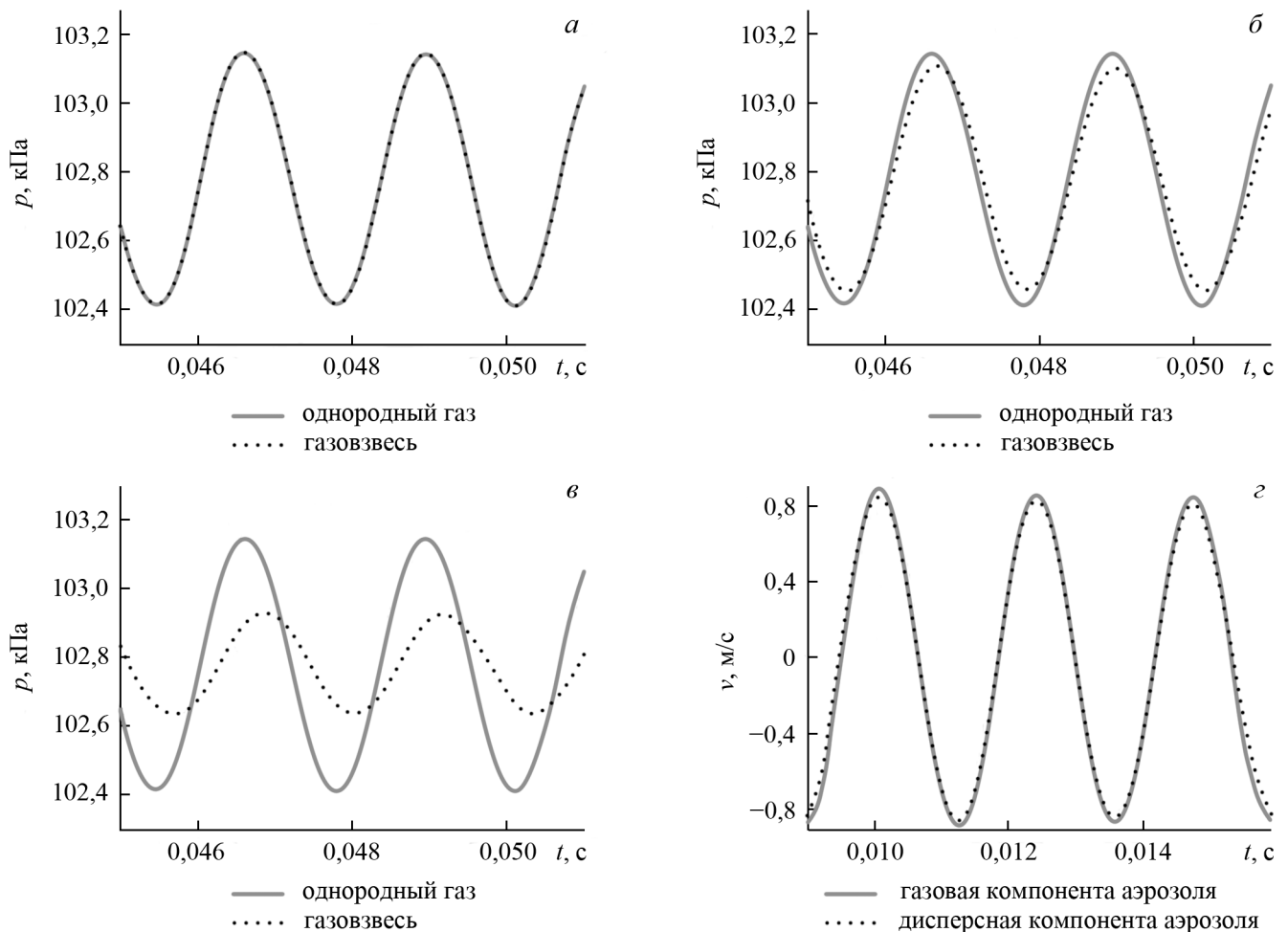
**Fig. 4.** Pressure distribution in the acoustic resonator at the moment of time,  $t = 0.09$  s.



**Рис. 5.** Временная зависимость концентрации частиц в точке с координатами  $x = L/2, y = L/2$ .  
**Fig. 5.** Time dependence of the concentration of particles at a point with coordinates  $x = L/2, y = L/2$ .

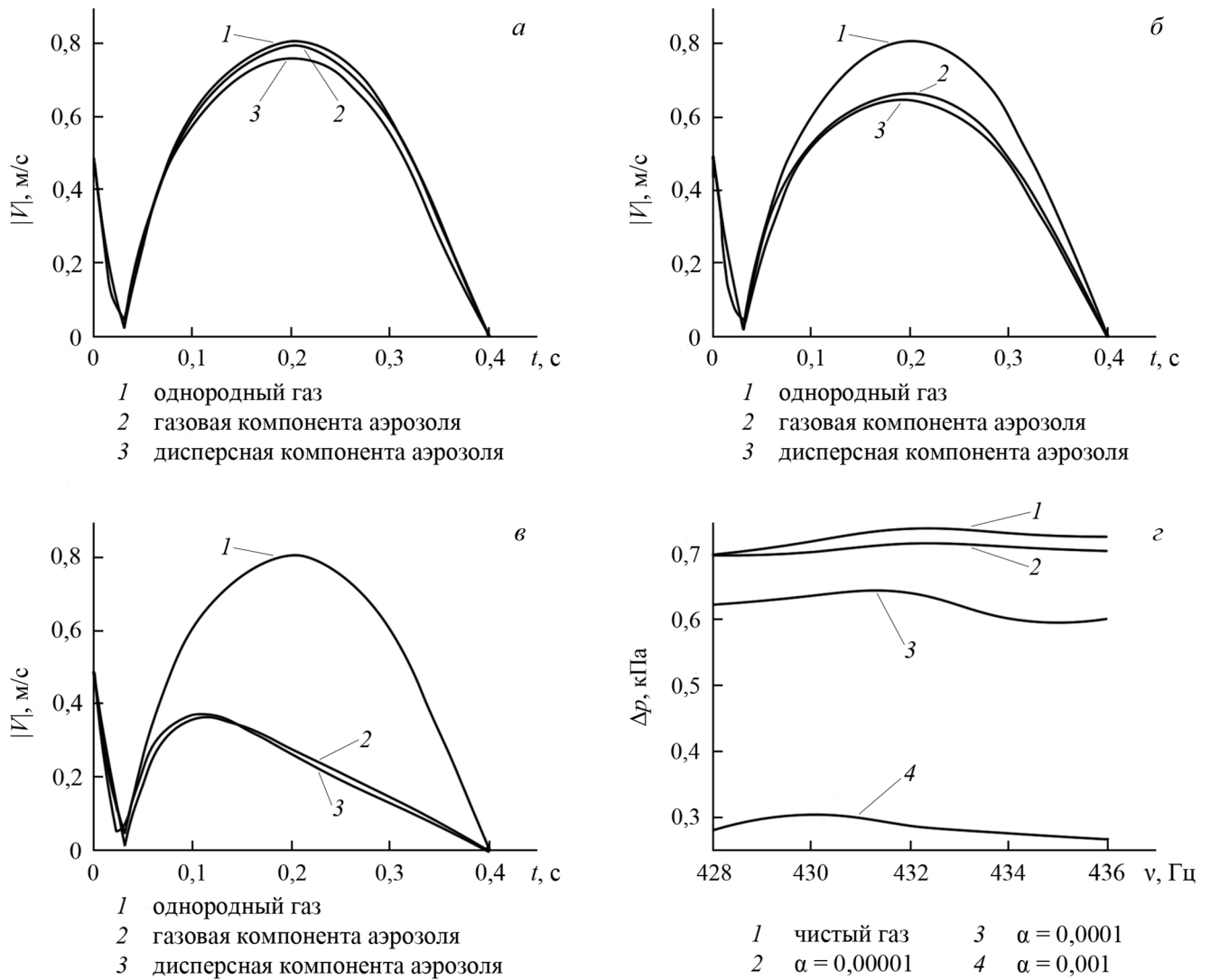
На рисунке 3 представлено схематичное изображение акустического резонатора кубической формы; предполагалось, что колебания происходят вдоль оси  $y$ . Размеры акустического резонатора кубической формы  $L = 0,4$  м [8]. Ширина колеблющейся пластины составляла  $L_1 = 0,1$  м. Частота колебаний равнялась частоте первого линейного резонанса  $\nu = \omega/2\pi = c/2L$ . Амплитуда колебаний  $A = 1$  мм. Плотность материала частиц  $\rho_{20} = 913$  кг/м<sup>3</sup>, размер частиц  $d = 1$  мкм.

Пространственное распределение давления демонстрирует, что вблизи поверхности колеблющейся мембраны (узел стоячей волны поля скорости) наблюдается наиболее существенное изменение давления газа (рис. 4). В процессе колебаний двухфазной смеси помимо изменения параметров



**Рис. 6.** Временная зависимость давления при различном объемном содержании дисперсной фазы ((а)  $\alpha = 0,00001$ ; (б)  $\alpha = 0,0001$ ; (в)  $\alpha = 0,001$ ) и временные зависимости для  $y$ -составляющих скоростей несущей среды и дисперсной фазы в точке  $y = L/2, x = L/2$  (г).

**Fig. 6.** Time dependence of pressure (volumetric content of the dispersed phase: (а)  $\alpha = 0.00001$ ; (б)  $\alpha = 0.0001$ ; (в)  $\alpha = 0.001$ ) and time dependences for the  $y$ -components of the velocities of the carrier medium and the dispersed phase at the point  $y = L/2, x = L/2$  (г).



**Рис. 7.** Пространственное распределение модуля скорости при различном объемном содержании дисперсной фазы ((а)  $\alpha = 0,00001$ ; (б)  $\alpha = 0,0001$ ; (в)  $\alpha = 0,001$ ) и резонансная кривая для колебаний аэрозолей с различными объемными содержаниями дисперсной фазы и однородного газа (з).

**Fig. 7.** Spatial distribution of the modulus of velocity (volumetric content of the dispersed phase: (а)  $\alpha = 0,00001$ ; (б)  $\alpha = 0,0001$ ; (в)  $\alpha = 0,001$ ) and resonance curve for oscillations of aerosols with different volumetric contents of the dispersed phase and homogeneous gas (з).

несущей среды происходит периодическое изменение концентрации частиц (рис. 5). Полученные в расчетах ( $\alpha = 0,00001$ ) распределения скоростей компонент смеси имеют отличия (рис. 6а). При увеличении объемного содержания дисперсной фазы газовой смеси амплитуды изменения временных зависимостей давления газовой фазы (в точке  $y = L/20, x = 3L/4$ ) уменьшаются относительно амплитуды колебаний однородного газа (рис. 6б–з). Уменьшение амплитуды колебаний несущей среды при увеличении объемного содержания дисперсной фазы смеси связано с увеличением интенсивности межфазного взаимодействия, вследствие которо-

го уменьшается амплитуда изменения физических параметров несущей среды. Абсолютная величина изменения модуля скорости ( $|V_1| = \sqrt{u_1^2 + v_1^2}$ ) несущей среды уменьшается при увеличении объемной доли частиц (рис. 7а–в). Максимальное значение модуля скорости однородного газа в моделируемом процессе составляет  $|V| = 0,82$  м/с, максимальные значения модуля скорости для несущей среды аэрозоля  $|V_1| = 0,79$  м/с,  $|V_1| = 0,66$  м/с,  $|V_1| = 0,37$  м/с, для дисперсной фазы  $|V_2| = 0,75$  м/с,  $|V_2| = 0,63$  м/с,  $|V_2| = 0,35$  м/с для объемных содержаний  $\alpha = 0,00001$ ,  $\alpha = 0,0001$ ,  $\alpha = 0,001$  соответственно. Увеличение объемного содержания частиц приводит к умень-

шению величины модуля скорости как несущей среды, так и дисперсной фазы.

Частота первого линейного резонанса для моделируемого кубического резонатора составляет  $\nu = \omega/2\pi = c/2L = 432$  Гц, рассмотрим колебательные процессы в газе и аэрозоле в окрестностях этой частоты. На рисунке 7г представлена резонансная кривая колебания однородного газа и аэрозолей с различным объемным содержанием дисперсной фазы. При увеличении объемного содержания дисперсной фазы уменьшаются амплитуда колебаний давления и резонансная частота.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе на основе модели, учитывающей межкомпонентное взаимодействие в смеси, проведены численные расчеты динамики аэрозолей в акустическом резонаторе кубической формы. Выявлены закономерности влияния объемного со-

держания на динамику компонент смеси. Результаты расчетов демонстрируют, что при увеличении объемного содержания дисперсных частиц происходит уменьшение амплитуды колебаний давления несущей среды аэрозоля в сравнении с колебаниями однородного газа на той же частоте и при той же амплитуде возбуждения колебаний. Величины изменения амплитуды скорости несущей и дисперсной фазы имеют отличия. Увеличение объемного содержания дисперсной фазы приводит к уменьшению модуля скорости как несущей среды, так и дисперсной фазы аэрозоля. Также увеличение объемного содержания аэрозоля приводит к уменьшению не только амплитуды, но и резонансной частоты колебаний несущей среды.

Работа выполнена в рамках государственного задания Федерального исследовательского центра Казанского научного центра Российской академии наук.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматулин Р.И. 1987. *Динамика многофазных сред. Часть 1*. М., Наука: 464 с.
2. Кутушев А.Г. 2003. *Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах*. СПб., Недра: 284 с.
3. Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А. 2015. *Волновые процессы в газовзвесах частиц металлов*. Новосибирск, Параллель: 301 с.
4. Лойцянский Л.Г. 2003. *Механика жидкости и газа*. М., Дрофа: 784 с.
5. Федяев В.Л. 2009. Математическое моделирование и оптимизация градиент. *Труды Академэнерго*. 3: 91–107.
6. Волошин А.М., Салюков В.В., Громов В.С., Зарецкий Я.В., Серазетдинов Ф.Ш., Тонконог В.Г., Явкин В.Б., Голованов А.А. 2010. Разработка и создание устройств очистки транспортируемого газа. *Газовая промышленность*. 1: 73–75.
7. Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Г., Ткаченко Л.А., Шайдуллин Л.Р. 2017. Экспериментальное исследование коагуляции и осаждения газовзвеси в закрытой трубе при переходе к ударно-волновому режиму. *Теплофизика высоких температур*. 55(3): 484–486. doi: 10.7868/S0040364417030097
8. Шайдуллин Л.Р., Кабирова А.А. 2020. Экспериментальное исследование колебаний газа и аэрозоля в кубическом резонаторе вблизи резонанса. В кн.: *Волны и вихри в сложных средах. 11-ая международная конференция (Москва, 1–3 декабря 2020 г.)*. М., ИСПО-принт: 236–237.
9. Аганин А.А., Ильгамов М.А. 1994. Нелинейные колебания газа в закрытой трубе. *Прикладная механика и техническая физика*. 35(6): 39–43.
10. Нестеров С.В., Акуленко Л.Д., Байдулов В.Г. 2016. Собственные колебания акустического резонатора с локальной перегородкой. *Доклады Академии наук*. 470(3): 279–282. doi: 10.7868/S0869565216270104
11. Gubaidullin D.A., Osipov P.P., Abdushev A.A. 2021. Simulation using the limiting velocity approach of acoustic streaming establishment and aerosol particle focusing in complex-shaped acoustofluidic devices. *Applied Mathematical Modelling*. 92: 785–797. doi: 10.1016/j.apm.2020.10.022
12. Тукмаков А.Л., Тукмаков Д.А. 2011. Применение неявной конечно-разностной схемы с весами для моделирования колебаний газа в акустическом резонаторе. *Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева*. 4: 119–127.
13. Тонконог В.Г., Тукмаков Д.А. 2013. Нелинейные колебания газовзвеси и дрейф твердой фазы в акустическом резонаторе проточного типа. *Инженерно-физический журнал*. 86(3): 576–583.
14. Тукмаков Д.А. 2020. Численное исследование влияния свойств газовой составляющей взвеси твердых частиц на разлет сжатого объема газовзвеси в двухкомпонентной среде. *Инженерно-физический журнал*. 93(2): 304–310.
15. Тукмаков Д.А., Ахунов А.А. 2020. Численное исследование влияния электрического заряда дисперсной фазы на распространение ударной волны из чистого газа в запыленную среду. *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Физика*. 20(3): 183–192. doi: 10.18500/1817-3020-2020-20-3-183-192
16. Флетчер К. 1991. *Вычислительные методы в динамике жидкостей. В 2-х томах. Т. 2*. М., Мир: 552 с.
17. Тукмаков А.Л. 2003. Хаотические колебания аэроупругой системы с синхронизацией при противофазном возбуждении. *Прикладная механика и техническая физика*. 44(6): 49–55.
18. Музафаров И.Ф., Утюжников С.В. 1993. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационар-



ных течений сжимаемого газа. *Математическое моделирование*. 5(3): 74–83.

19. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.В. 1986. *Теоретическая физика. Гидродинамика*. М., Наука: 736 с.
20. Красильников В.А., Крылов В.В. 1984. *Введение в физическую акустику*. М., Наука: 403 с.

REFERENCES

1. Nigmatulin R.I. 1987. *Dinamika mnogofaznykh sred. Chast' 1. [Dynamics of multiphase media. Part 1]*. Moscow, Nauka: 464 p. (In Russian).
2. Kutushev A.G. 2003. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh protsessov v aerodispersnykh i poroshkoobraznykh sredakh. [Mathematical modeling of wave processes in aerodispersed and powdery media]*. St Petersburg, Nedra: 284 p. (In Russian).
3. Fedorov A.V., Fomin V.M., Khmel T.A. 2015. *Volnovye protsessy v gazovzvesyakh chastits metallov. [Wave processes in gas suspensions of metal particles]*. Novosibirsk, Parallel: 301 p. (In Russian).
4. Loytsyanskiy L.G. 2003. *Mekhanika zhidkosti i gaza. [Mechanics of liquid and gas]*. Moscow, Drofa: 784 p. (In Russian).
5. Fedyaev V.L. 2009. [Mathematical modeling and optimization of cooling towers]. *Trudy Academenergo*. 3: 91–107. (In Russian).
6. Voloshin A.M., Salyukov V.V., Gromov V.S., Zaretskiy Ya.V., Serazetdinov F.Sh., Tonkonog V.G., Yavkin V.B., Golovanov A.A. 2010. [Development and creation of devices for cleaning transported gas.] *Gazovaya promyshlennost'*. 1: 73–75. (In Russian).
7. Gubaidullin D.A., Zaripov R.G., Tkachenko L.A., Shaidullin L.R. 2017. Experimental study of coagulation and sedimentation of gas-particle suspension in closed tube under transfer to the shock-wave regime. *High Temperature*. 55(3): 469–471. doi: 10.1134/S0018151X17030099
8. Shaidullin L.R., Kabirov A.A. 2020. [Experimental study of gas and aerosol oscillations in a cubic resonator near resonance]. In: *Volny i vikhri v slozhnykh sredakh. 11-aya mezhdunarodnaya konferentsiya. [Waves and vortices in complex media. 11<sup>th</sup> International Conference (Moscow, Russia, 1–3 December 2020)]*. Moscow, ISPO-print: 236–237. (In Russian).
9. Aganin A.A., Il'gamov M.A. 1994. Nonlinear oscillations of a gas in a closed tube. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 35(6): 844–848. doi: 10.1007/BF02369577
10. Nesterov S.V., Akulenko L.D., Baidulov V.G. 2016. Eigenoscillations of an acoustic cavity with a local

- membrane. *Doklady Physics*. 61(9): 467–470. doi: 10.1134/S1028335816090093
11. Gubaidullin D.A., Osipov P.P., Abdushev A.A. 2021. Simulation using the limiting velocity approach of acoustic streaming establishment and aerosol particle focusing in complex-shaped acoustofluidic devices. *Applied Mathematical Modelling*. 92: 785–797. doi: 10.1016/j.apm.2020.10.022
12. Tukmakov A.L., Tukmakov D.A. 2011. [Application of the implicit finite-difference scheme with weights to simulate gas oscillations in an acoustic resonator]. *Vestnik Kazanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. A.N. Tupoleva*. 4: 119–127. (In Russian).
13. Tonkonog V.G., Tukmakov D.A. 2013. Nonlinear oscillations of the gas suspension and solid phase drift in an acoustical flow resonator. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 86(3): 614–621. doi: 10.1007/s10891-013-0875-2
14. Tukmakov D.A. 2020. Numerical investigation of the influence of properties of the gas component of a suspension of solid particles on the spreading of a compressed gas-suspension volume in a binary medium. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 93(2): 291–297. doi: 10.1007/s10891-020-02120-9
15. Tukmakov D.A., Ahunov A.A. 2020. [Numerical study of the influence of the electric charge of a dispersed phase on the propagation of a shock wave from homogeneous gas to a dusty medium.]. *Izvestiya Saratovskogo uneverситeta. Novaya serya. Serya: Fizika*. 20(3): 183–192. (In Russian). doi: 10.18500/1817-3020-2020-20-3-183-192
16. Fletcher C.A. 1998. *Computation Techniques for Fluid Dynamics*. Berlin, Springer-Verlag: 502 p.
17. Tukmakov A.L. 2003. Random oscillations of an antiphase-excited aeroelastic system with synchronization. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 44(6): 790–795. doi: 10.1023/A:1026227519128
18. Muzafarov I.F., Utyuzhnikov S.V. 1993. [Application of compact difference schemes to the study of unsteady flows of a compressible gas]. *Matematicheskoe modelirovanie*. 5(3): 74–83. (In Russian).
19. Landau L.D., Lifshits E.V. 1986. *Teoreticheskaya fizika. Gidrodinamika. [Theoretical physics. Hydrodynamics]*. Moscow, Nauka: 736 p. (In Russian).
20. Krasil'nikov V.A., Krylov V.V. 1984. *Vvedenie v fizicheskuyu akustiku. [Introduction to physical acoustics]*. Moscow, Nauka: 403 p. (In Russian).

Поступила 17.12.2021