На правах рукописи

## ЧИКИН АЛЕКСЕЙ ЛЬВОВИЧ

# РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ ДВУХСЛОЙНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГИДРОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВОДОЕМАХ С ОБШИРНЫМИ РАЙОНАМИ МЕЛКОВОДЬЯ НА ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Специальность 05.13.18 - математическое моделирование,

численные методы и комплексы программ

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук

Москва

2009 год

Работа выполнена в Южно-Российском региональном центре информатизации ЮФУ и Южном научном центре РАН

Научный консультант:	доктор физико-математических наук,			
	профессор Крукиер Лев Абрамович			
Официальные оппоненты:	член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук,			
	профессор Гущин Валентин Анатольевич			
	доктор физико-математических наук, профессор Карамзин Юрий Николаевич			
	доктор физико-математических наук, профессор Пененко Владимир Викторович			
Ведущая организация:	Институт математики и механики УрО РАН,			
	г. Екатеринбург			

Защита состоится «\_\_\_» \_\_\_\_ 200\_ г. в \_\_\_\_час. на заседании диссертационного совета Д 002.058.01 в Институте математического моделирования РАН по адресу: 125047, г. Москва, Миусская пл., д.4А

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИММ РАН

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_»\_\_\_\_

Ученый секретарь диссертационного совета, доктор физ.-мат. наук

Burn Н.В. Змитренко

#### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Моделирование гидрофизических процессов в водоемах юга России, таких как Азовское море и Цимлянское водохранилище, имеет большое значение для экономики Южного федерального округа. Эти водоемы являются важными транспортными артериями, обладают уникальной рыбопродуктивностью, содержат большие запасы пресной воды. Кроме того, в районе Цимлянского водохранилища расположен энергетический узел юга России – Цимлянская ГЭС и Волгодонская АЭС. Любая авария на транспорте и промышленных объектах, приводящая к экологической катастрофе, такой как разливы нефтепродуктов или попадание химических веществ в водоемы, произошедшая в указанных водоемах, может оказать существенное влияние на социально-экономическую обстановку в данном регионе страны и требуют незамедлительного принятия решений по прогнозированию возможных последствий. Примером такой экологической катастрофы является гибель 13 судов в Керченском проливе во время шторма 11 ноября 2007 г. Для принятия правильного решения необходимо иметь в наличии методы, позволяющие оперативно смоделировать дальнейшее развитие экологической обстановки.

К настоящему времени уже накоплен достаточно большой опыт в решении задач гидро- и аэродинамики, тепломассопереноса методами математического моделирования с использованием высокопроизводительных вычислительных систем. Этот опыт отражен во многих работах отечественных научных коллективов, в частности, таких как ИММ РАН, ИВМ РАН, ИПМ РАН, ГОИН, НИВЦ МГУ, ИВМ и МГ СО РАН, ЮФУ.

Определенный интерес представляют водоемы с морфологическими особенностями донной поверхности, в частности, водоемы, где наряду с относительно глубоководными районами присутствуют большие по площади районы мелководья (прибрежная зона, лиманы, заливы и т.д.), глубина которых соразмерна с величиной перепада уровня воды при сгонно-нагонных явлениях. Применение уравнений мелкой воды к моделированию течений в таких водоемах не даст достоверной картины течений в глубоководных районах. Для подобных водоемов наиболее распространенные методы моделирования гидрофизических процессов связаны с предварительным преобразованием области, таким как переход к  $\sigma$ -координатам. Другие методы решения данной задачи основаны на использовании сгущающихся или криволинейных сеток, а для более точного описания границы вводятся специальные координатные системы, хорошо согласуемые с границей, или строятся специальные адаптивные сетки, которые подстраиваются в процессе расчетов

под область и решение<sup>1</sup>. Решение задач в областях с такой сложной геометрией возможно с использованием гибридных<sup>2</sup> или тетраэдальных<sup>3</sup> сеток, позволяющих описывать область с необходимой точностью. Подобные задачи движения жидкости в водоеме можно также решать на равномерных прямоугольных сетках в их общей постановке<sup>4, 5, 6</sup>, но для этого по вертикали потребуется очень высокое разрешение сетки.

Данная работа посвящена построению двухслойной математической модели гидродинамики и переноса вещества в водоемах, содержащих одновременно обширные мелководные и глубоководные районы. Основной целью работы было построение такой математической модели, чтобы наряду с простой и быстрой ее численной реализацией гарантировалось достаточно адекватное отражение гидрофизических процессов в исследуемых водоемах.

Предлагаемая методика построения модели позволяет в кратчайшие сроки получить оценочные картины гидрофизических параметров. Простая численная реализация построенной модели осуществляется за счет использования конечно-разностных методов на равномерной прямоугольной сетке без предварительного преобразования расчетной области из нерегулярной в регулярную область. Время, затраченное на адаптацию программы для нового водоема, ее отладку, проведение тестовых расчетов и получение первых результатов, составляет всего несколько дней в зависимости от степени готовности входных данных, к которым относятся карта глубин исследуемого водоема, а также характерные для данного водоема метеорологические параметры.

1 Сидоров А.Ф., Ушакова О.В. Об одном алгоритме построения адаптивных сеток и его приложениях//Численные методы механики сплошной среды, 1985, т.16, № 5, с.101-115.

<sup>2</sup> Гущин В. А., Матюшин П. В. Математическое моделирование пространственных течений несжимаемой жидкости. Математическое моделирование. 2006, т. 18, № 5, с. 5–20.

<sup>3</sup> Карамзин Ю.Н., Попов И.В., Поляков С.В. Разностные методы в задачах механики сплошной среды на треугольных и тетраэдральных сетках // Матемематическое моделирование, 2003. Т.15, № 11, с. 3–12.

<sup>4</sup> Марчук Г.И., Каган Б.А. Океанские приливы (математические модели и численные эксперименты). Л.: Гидрометеоиздат, 1977. 296 с.

<sup>5</sup> Пененко В. В. Методы численного моделирования атмосферных процессов. – Л. : Гидрометеоиздат, 1981. – 352 с.

<sup>6</sup> Цветова Е. А. Математическое моделирование циркуляций вод озера // Течения в Байкале. – Новосибирск : Наука, 1977. – С. 63–81.

**Целью** диссертации является разработка, численная и программная реализация математической модели, описывающей гидрофизические процессы в водоемах, содержащих как глубоководье, так и обширные мелководные районы и обладающей следующими особенностями:

- малыми трудозатратами при численной реализации модели на высокопроизводительных вычислительных системах;
- оперативным получением оценочных картин гидрофизических параметров исследуемых водоемов, адекватно отражающих происходящие процессы.

Для достижения поставленной цели было необходимо решить следующие задачи:

- построить гидродинамическую модель Азовского моря и его основных придаточных водоемов Таганрогского залива и Керченского пролива;
- построить модели гидродинамики и переноса вещества южной части Цимлянского водохранилища;
- программно реализовать построенные модели на высокопроизводительных вычислительных системах.

**Объектами исследования** в представляемой работе являются Азовское море и его основные придаточные водоемы – Таганрогский залив и Керченский пролив, а также южная часть Цимлянского водохранилища.

Научная новизна. Построена трехмерная математическая модель гидрофизических процессов в водоемах, состоящих из обширных районов мелководья и глубоководной части. Из множества методов решения поставленной задачи были выбраны наиболее простые в реализации, но в то же время эффективные методы, обеспечивающие устойчивое и адекватное решение задач на высокопроизводительных вычислительных системах. На основе разработанных программных комплексов, реализующих предложенные алгоритмы, проведены вычислительные эксперименты на математических моделях гидродинамики и переноса вещества в Азовском море и Цимлянском водохранилище.

Методы исследования. За основу теоретического исследования взята методология математического моделирования и вычислительного эксперимента, предложенная академиком А.А. Самарским и развитая в работах ученых его научной школы, а также других российских и зарубежных исследователей.

Достоверность. Представленные в диссертации результаты имеют строгое математическое обоснование, полученные результаты вычислительных экспериментов хорошо согласуются с результатами других авторов. Оценка качества прогнозируемых значений<sup>7</sup>, вычисляемых с помощью пред-

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Наставление по службе прогнозов (служба морских гидрологических прогнозов), раздел 3, часть 3. - Л: Гидрометеоиздат, 1975. 136 с.

лагаемой модели, показала, что метод расчета дает приемлемые результаты для оперативных прогнозов, а проведенный статистический анализ полученных результатов показал высокую корреляцию ( $r = 0.7 \div 0.9$ ) между расчетными и натурными данными как для перепадов уровня, так и для солености. Кроме того, погрешности расчетных значений с высоким уровнем значимости не отличаются от 0.

**Практическая значимость.** Рассмотренные в работе модели гидродинамики Керченского пролива и Таганрогского залива позволяют получать оперативную оценку текущего состояния природных объектов и делать прогноз развития экологической обстановки в случае возникновения нештатных ситуаций. Созданные программные комплексы, реализующие математические модели распределения солености и распространения загрязняющих веществ в водоеме, могут быть использованы для прогнозирования изменений полей распределения веществ во внутренних водоемах.

Разработанные в диссертации подходы и полученные результаты могут быть использованы при оценке климатических изменений в геосистемном мониторинге водоемов, выполнения сценарных прогнозов при изменении климатических факторов.

Результаты исследований могут быть использованы для целей планирования, разработки схем рационального природопользования и охраны природных ресурсов.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на международных конференциях:

- Czech Workshop on Iterative Methods and Parallel Computing, Czech Republic, 1997.
- Symposium at the University of Port Elizabeth. Port Elizabeth, 13–17 July 1998.
- 9th Conference "Physics of Estuaries and Coastal Seas". Matsuyama, Japan, 24–26 September 1998.
- International Conference on Environmental Mathematical Modeling and Numerical Analysis (EMMNA' 99), г.Ростов-на-Дону, 1999.
- International conference on Iterative Methods and Matrix Computations (IMMC), г.Ростов-на-Дону, 2002.
- XIX Международный семинар по струйным, отрывным и нестационарным течениям. С.-Петербург, 24-28 июня 2002 г.
- XII Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2003).
   Владимир, 30 июня-5 июля 2003 г
- VI Международная конференция по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ-2006), 26 июня – 1 июля 2006 г., С.-Петербург.

- International conference «Tikhonov and contemporary mathematics», MSU, Moscow, 2006.
- Международная научная конференция «Современные проблемы морской инженерной экологии (изыскания, OBOC, социальноэкономические аспекты)», Ростов-на-Дону, 9–11 июня 2008 г.

На Всероссийских и региональных конференциях и Школах-семинарах:

- Всероссийский симпозиум «Математическое моделирование и компьютерные технологии», Кисловодск, 1997 г.
- Конференция «Математика в индустрии», Таганрог, 1998.
- VIII Всероссийское совещание по проблемам построения сеток для решения задач математической физики, посвященное памяти академика А.Ф. Сидорова, Пущино 2000 г.
- Всероссийская конференция «Математическое моделирование и проблемы экологической безопасности», п. Абрау-Дюрсо, 2000 г.
- I, II, III Всероссийская конференция "Актуальные проблемы прикладной математики и механики", посвященная памяти академика А.Ф.Сидорова, п. Абрау-Дюрсо, 2002, 2004, 2006 г.г.
- Молодежные школы «Комплексные гидробиологические базы данных: ресурсы, технологии и использование» и «Адаптация гидробионтов», Ростов-на-Дону, 2005
- I-XIV Всероссийские Школы-семинары«Современные проблемы математического моделирования», п. Абрау-Дюрсо, 1990 – 2007 годы
- XIV, XV, XVI Всероссийская конференция «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов и решение задач математической физики с приложением к многопроцессорным системам», посвященная памяти К.И. Бабенко, п. Абрау-Дюрсо, 2002, 2004, 2006, 2008 г.г.
- Совещания по программе Президиума РАН № 14 «Фундаментальные проблемы информатики и информационных технологий» Раздел II «Высокопроизводительные вычисления и многопроцессорные системы», Пущино, 2004 г., 2008г.
- XXXV, XXXVI школы-семинары «Математическое моделирование в проблемах рационального природопользования», 2007, 2008 гг. Ростовна-Дону.

Публикации. По теме диссертации опубликованы 27 работ, из них 8 статей в ведущих научных журналах, рекомендованных ВАК. Имеется 3 сви-

детельства об официальной регистрации в Роспатенте созданных программ в Реестре программ для ЭВМ Российской федерации.

Структура и объем работы. Работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, содержащего 250 наименований и приложения. Работа содержит 99 рисунков, 15 таблиц, 3 диаграммы. Полный объем диссертации составляет 233 страницы.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному консультанту, доктору физико-математических наук профессору Л.А. Крукиеру за ценные советы и замечания при подготовке и написании диссертации. Автор также признателен коллективу сотрудников ЮГИНФО ЮФУ за помощь при численной реализации созданных программ, а также коллективу сотрудников ЮНЦ РАН за помощь в предоставлении необходимых исходных и натурных данных.

#### СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** изложены основные цели и задачи диссертации, показаны их актуальность, новизна и практическая значимость, дано краткое содержание работы и сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

**Первая глава** посвящена обзору литературы по моделированию гидрофизических процессов и краткому описанию существующих моделей, а также математическому описанию рассматриваемых задач.

В первом разделе приводится обзор работ по моделированию гидрофизических процессов в водоемах. Особо отмечаются работы ученых Ростовского госуниверситета И.И. Воровича, А.Б. Горстко, Ф.А. Суркова, Л.А. Крукиера, посвященные проблемам Азовского моря и Таганрогского залива. Здесь же дается краткое описание основных существующих моделей и программ для расчета гидрофизических параметров в различных водоемах POM (*Princeton Ocean Model*)<sup>8</sup>, EFDC Hydro (*Environmental Fluid Dynamics Code*)<sup>9</sup>, ADCIRC (*Advanced Circulation Model*)<sup>10</sup>.

Во втором разделе первой главы описывается идея предлагаемой методики построения математической модели. Эта идея заключается в декомпозиции расчетной области, когда в одну область относится все мелководье, а в другую вся глубоководная часть. В этом случае возможно применение и уравнений мелкой воды, и трехмерных уравнений движения жидкости без предварительного преобразования расчетной области. При этом можно использовать конечно-разностные методы с применением равномерных прямоугольных сеток, что, несомненно, упрощает решение поставленной задачи.

Исходная трехмерная область моделирования  $\Omega$  – водная толща водоема – ограничена сверху акваториальной, а снизу донной поверхностями. Для декомпозиции пространственной области моделирования  $\Omega$  проведем горизонтальную секущую плоскость P, отстоящую от невозмущенной поверхности водоема  $P_0$  на глубине, равной максимальной глубине мелководья

<sup>9</sup> Hamrick, J.M. A Three-Dimensional Environmental Fluid Dynamics Computer Code: Theoretical and Computational Aspects. The College of William and Mary, Virginia Institute of Marine Science. Special Report, 1992, 317, 63 pp.

<sup>10</sup> Luettich, R.A. Jr., Westerink, J.J., Scheffner, N.W. ADCIRC: An Advanced Three-Dimensional Circulation Model for Shelves, Coasts, and Estuaries. Report 1, Technical Report DRP-92-6, Dredging Res. Prog., USACE, 1992.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Blumberg, A.F., Mellor, G.L. A Description of a three-dimensional coastal ocean circulation model. In: Heaps, N.S. (Ed.), Three-Dimensional Coastal Ocean Models, American Geophysical Union, Washington, 1987, DC, pp. 1-16.

(Рис. 1). Таким образом плоскость P разделила исходную область на две подобласти: верхний слой  $\Omega_1$  (слой I) –все мелководье и верхняя часть глубоководного слоя, и глубоководный слой  $\Omega_2$  (слой II). Предполагается, что эффект осушения из-за сгона воды может присутствовать только в мелководных районах.

Границы расчетной области  $\Omega$  могут быть твердыми  $\partial \Omega_T$  (донная поверхность, переходящая в береговую линию), участками втекания или вытекания воды  $\partial \Omega_R$ , свободной поверхностью  $\partial \Omega_S$ .

Считается, что на движение воды в слое I влияет ветер, а движение в слое II инициируется как градиентами давления, так и движением слоя I. Предполагается, что эффект осушения из-за сгона воды может присутствовать только в мелководных районах.



Считаем, что слой I достаточно мелкий (значения возможных возмущений уровня воды и глубины слоя близки), а u и v не зависят от z. Движение воды в слое I описывается уравнениями мелкой воды:

$$\frac{du_s}{dt} - \Omega v_s = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v_{xy} \left( \frac{\partial^2 u_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_s}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sx}}{H} - \frac{\tau_{bx}}{H} + F_x(x, y),$$
(1)

$$\frac{dv_s}{dt} + \Omega u_s = -g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + v_{xy} \left( \frac{\partial^2 v_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_s}{\partial y^2} \right) + \frac{\tau_{sy}}{H} - \frac{\tau_{by}}{H} + F_y(x, y),$$
(2)

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial Hu_s}{\partial x} + \frac{\partial Hv_s}{\partial y} = 0.$$
(3)

Здесь  $H = h + \zeta$ ; h = h(x, y) – глубина мелководного слоя;  $u_s = u_s(x, y, t), v_s = v_s(x, y, t)$  – скорости в слое I; функции  $F_x(x, y)$  и  $F_y(x, y)$ описывают взаимодействие верхнего и нижнего слоев между собой;  $\zeta = \zeta(x, y, t)$  – возмущение уровня воды;  $\Omega$  –коэффициент Кориолиса;  $\tau_{sx}, \tau_{sy}$ – проекции на оси *OX* и *OY* силы трения ветра о поверхность водоема;  $\tau_{bx}, \tau_{by}$ – проекции на оси *OX* и *OY* силы трения жидкости о дно (или нижний слой воды). Эти величины зависят от скорости ветра  $\overline{W}_B = \{W_x; W_y\}$  и течения  $\overline{W}_T = \{u_s; v_s\}$  и определяются так:

$$\overline{\tau}_{s} = \gamma \left| \overline{W}_{B} \right| \overline{W}_{B}, \ \overline{\tau}_{b} = \beta \left| \overline{W}_{T} \right| \overline{W}_{T},$$

где  $\beta(x, y)$  – коэффициент трения верхнего слоя жидкости о дно (или о глубоководный слой);  $\gamma$  – коэффициент трения ветра о слой I.

Движение воды в глубоководном слое II описывается системой, состоящей из уравнений количества движения, уравнения неразрывности среды и уравнения гидростатического давления:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \Omega v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v_{xy} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z} \left( v_z \frac{\partial u}{\partial z} \right),$$
(4)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \Omega u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + v_{xy} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v_z \frac{\partial v}{\partial z} \right),$$
(5)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$
(6)

$$p = g\rho(\zeta - z) + p_a. \tag{7}$$

Здесь u = u(x, y, z, t), v = v(x, y, z, t), w = w(x, y, z, t) – компоненты вектора скорости; p(x, y, z, t) – давление; x, y, z, t – пространственные переменные и время соответственно;  $p_a = p_a(x, y)$  – атмосферное давление;  $v_{xy}, v_z(z)$  – ко-эффициенты горизонтальной и вертикальной вязкости соответственно;  $\rho$  – плотность воды;  $g = 9.8 \, m/c^2$  – ускорение силы тяжести.

Граничные условия на твердой границе  $\partial \Omega_T$  задаются условиями скольжения:

$$\mathbf{V}_n\Big|_{\partial\Omega_T} = \mathbf{0}, \quad \frac{\partial\mathbf{V}_{\tau}}{\partial\overline{n}}\Big|_{\partial\Omega_T} = \mathbf{0},$$

где  $V_n$  – нормальная составляющая вектора скорости,  $V_{\tau}$  – касательная составляющая вектора скорости. В местах втекания или вытекания воды  $\partial \Omega_R$  задаются соответствующие значения скоростей

$$u\big|_{\partial\Omega_r} = u_1, v\big|_{\partial\Omega_r} = v_1, u_s\big|_{\partial\Omega_r} = u_{s1}, v_s\big|_{\partial\Omega_r} = v_{s1}.$$

На границе между слоями  $\partial \Omega_I$  ставится условие равенства скоростей

$$u\Big|_{\partial\Omega_l} = u_s, v\Big|_{\partial\Omega_l} = v_s.$$

Функции  $F_x(x, y)$  и  $F_y(x, y)$ , описывающие взаимодействие I и II слоя, задаются следующим образом:

$$F_x(x,y) = \frac{uw}{H}, F_y(x,y) = \frac{vw}{H}.$$

В качестве начальных данных можно задавать известное распределение скоростей и уровня воды

$$u|_{t=0} = u^{0}, u_{s}|_{t=0} = u_{s}^{0}, v|_{t=0} = v^{0}, v_{s}|_{t=0} = v_{s}^{0}, w|_{t=0} = w^{0}, \zeta|_{t=0} = \zeta^{0}$$

или считать эти значения нулевыми.

Ветровое поле над всей водной поверхностью задается линейной интерполяцией наблюденных значений, полученных на береговых метеостанциях, расположенных вокруг исследуемого водоема

В *третьем разделе* первой главы описывается модель переноса вещества. Процесс переноса взвешенного вещества в водной среде состоит из размывания донного осадка, если скорость течения достаточно большая, оседания взвешенных частиц в случае малой скорости течения и собственно самого переноса взвеси водной средой.

Пусть все донные отложения состоят из k фракций (k = 1, ..., N). Перенос взвешенных частиц описывается уравнением конвекции-диффузии

$$\frac{\partial c_{k}}{\partial t} + \frac{\partial (uc_{k})}{\partial x} + \frac{\partial (vc_{k})}{\partial y} + \frac{\partial \left[ (w - w_{sk})c_{k} \right]}{\partial z} = \varepsilon_{xy} \left( \frac{\partial^{2} c_{k}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} c_{k}}{\partial y^{2}} \right) + \frac{\partial \left[ (w - w_{sk})c_{k} \right]}{\partial z} = \varepsilon_{xy} \left( \frac{\partial^{2} c_{k}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} c_{k}}{\partial y^{2}} \right)$$

$$\left( 8 \right)$$

где  $c_k$  – концентрация *k*-ой фракции; u, v, w – компоненты скорости,  $w_{sk}$  – собственная скорость оседания *k*-ой фракции;  $\varepsilon_{xy}, \varepsilon_z$  – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии соответственно.

На свободной поверхности задается условие

$$\varepsilon_z \frac{\partial c_k}{\partial z} + w_{sk} c_k = 0.$$
<sup>(9)</sup>

На нижней границе области взвешенных наносов ставится условие

$$\varepsilon_z \frac{\partial c_k}{\partial z} = E_{bk} - D_{bk}, \qquad (10)$$

где  $E_{bk}$  – расход эрозии (или размывания), а  $D_{bk}$  – расход оседающих частиц. Приведенные граничные условия учитывают процессы взмучивания и оседания вещества, поступление его через открытые границы.

Расход оседания вычисляется по формулам

$$D_{bk} = p_k w_{sk} c_{kb}$$
(11)  
$$p_k = \begin{cases} \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_{cdk}}\right), & \tau_b < \tau_{cdk} \\ 0, & \tau_b \ge \tau_{cdk} \end{cases}$$
  
$$c_b = c \cdot \left(1 + \frac{Pe}{1,25 + 4,75(p_k^{2,5})}\right),$$
(12)

Здесь *Pe* представляет число Пекле,  $p_k$  – так называемая вероятность оседания.

В случае несвязанного осадка скорость оседания  $w_s$  (гидравлическая крупность частиц) вычисляется по формуле Стокса

$$w_{sk} = \frac{\rho_{sk} - \rho_w}{\rho_w} \cdot \frac{g}{18\nu} d_k^2, \qquad (13)$$

где  $\rho_{sk}$ ,  $\rho_w$  – плотности частиц и воды соответственно; g – ускорение свободного падения; v – коэффициент кинематической вязкости;  $d_k$  – диаметр частиц.

Величина сдвигового напряжения  $\tau_b$  вычисляется через скорость  $\mathbf{U}_{\mathbf{b}}$  у основания с учетом коэффициента донного трения  $f_w$ 

$$\boldsymbol{\tau}_{\mathbf{b}} = \boldsymbol{\rho}_{w} f_{w} \mathbf{U}_{\mathbf{b}} \big| \mathbf{U}_{\mathbf{b}} \big|. \tag{14}$$

Расход поднявшихся со дна частиц  $E_{bk}$  также есть функция сдвигового напряжения:

$$E_{bk} = \begin{cases} m_{ek} \left( \tau_b - \tau_{cek} \right), & \tau_b > \tau_{cek} \\ 0, & \tau_b \le \tau_{cek} \end{cases}$$
(15)

где  $m_{ek}$  — экспериментальная постоянная  $m_{ek} = 0,0002 - 0,002$ ,  $\tau_{cek}$  — критическое сдвиговое напряжение для размывания, вычисляемое по формуле

$$\tau_{cek} = 0,015 \left(\rho_{sk} - 1000\right)^{0,73},\tag{16}$$

здесь  $\rho_{sk}$  – плотность k-ой фракции донного осадка.

Толщина ила задается уравнением деформации основания

$$\rho_{s}(1-\sigma)\frac{\partial Z_{*}}{\partial t} = D_{b} - E_{b}, \qquad (17)$$

где  $\sigma$  – пористость дна;  $\rho_s$  – осредненная плотность донного ила,  $D_b, E_b$  – суммарные расходы всех фракций,  $Z_*$  – эффективная толщина придонного ила. Пористость грунтов изменяется в пределах от 0,30 до 0,55,  $\rho_s = 2650 \text{ кг/m}^3$ ,  $\rho_w = 1000 \text{ кг/m}^3$ .

Вторая глава диссертации посвящена численной реализации построенной математической модели. В ней дается описание общего алгоритма дискретизации области и индексации полученных ячеек, а также используемых разностных схем и методов решения СЛАУ. В *первом разделе* приводятся основные понятия теории разностных схем, дается обзор работ по решению уравнений Навье-Стокса, а также по численным методам решения получаемых СЛАУ.

Во втором разделе второй главы описывается построение разностной сетки в расчетной области, идентификация расчетных ячеек. Отдельно приводятся используемые при расчетах конечно-разностные схемы, а также алгоритмы их применения.

Учитывая разностный шаг по вертикали и значения глубин в узлах плоской сетки, определяются ячейки-параллелепипеды, находящиеся в воде или на суше. Логический массив, характеризующий тип ячеек («вода», «су-ша»), задает конфигурацию всей расчетной области.

После определения конфигурации области расчета проводится индексация расчетных ячеек (для каждой переменной своя) в каждом из двух слоев – мелководном и глубоководном с учетом разнесения переменных по сторонам разностных ячеек (Рис. 2). При индексации надо учитывать тот факт, что ширина ленты в получаемой после аппроксимации матрицы СЛАУ, зависит от порядка перебора индексов. Для сужения ленты необходимо начинать перебор узлов по индексу, имеющему самый короткий интервал изменения, и заканчивать индексом, имеющему самый длинный интервал изменения.



Рис. 2. Разнесение переменных по сторонам разностных ячеек

В процессе расчета некоторые ячейки из мелководного слоя с малой глубиной могут осушаться в силу сгонного явления и переходить в разряд «суша». Это происходит в том случае, если величина  $H + \zeta$  перестает быть положительной. Кроме того, ячейки, перешедшие в разряд «суша», в силу нагонного явления могут возвращаться в разряд «вода». Это происходит в том случае, если средняя по соседним ячейкам глубина становится больше 0,05 м. Значение глубины в текущей ячейке задается с учетом закона сохранения массы.

В *третьем разделе* второй главы дается общее описание алгоритма расчета гидродинамических параметров, приводится его блок-схема, приводятся разностные схемы для вычисления всех параметров течения и переноса вещества. Конвективные слагаемые в уравнениях движения и уравнении переноса аппроксимируются разностями против потока и вычисляются по неявным схемам. Численно установлено, что в силу взаимной зависимости перепада уровня и компонентов скорости возможно проявление неустойчивости при расчете гидродинамики. Проведенные расчеты показали, что даже полностью неявные схемы не делают алгоритм вычисления гидродинамических параметров абсолютно устойчивым. Было предложено вычислять величину уровня водной поверхности по схеме

$$\frac{H_{i,j}^{n+1} - H_{i,j}^{n}}{\tau} + \frac{u_{s_{i,j}}^{n} + \left|u_{s_{i,j}}^{n}\right|}{2} \frac{H_{i,j}^{n+1} - H_{i-1,j}^{n+1}}{h_{1}} + \frac{u_{s_{i,j}}^{n} - \left|u_{s_{i,j}}^{n}\right|}{2} \frac{H_{i+1,j}^{n+1} - H_{i,j}^{n+1}}{h_{1}} + \frac{u_{s_{i,j}}^{n} - \left|u_{s_{i,j}}^{n}\right|}{2} \frac{H_{i+1,j}^{n} - H_{i,j}^{n+1}}{h_{1}} + \frac{u_{s_{i,j}}^{n} - \left|u_{s_{i,j}}^{n}\right|}{2} \frac{H_{i+1,j}^{n} - H_{i,j}^{n}}{h_{1}} + \frac{u_{s_{i,j}}^{n} - H_{i+1,j}^{n}}{h_{1}} + \frac{$$

$$+\frac{v_{s_{i,j}}^{n}+\left|v_{s_{i,j}}^{n}\right|}{2}\frac{H_{i,j}^{n+1}-H_{i,j-1}^{n+1}}{h_{2}}+\frac{v_{s_{i,j}}^{n}-\left|v_{s_{i,j}}^{n}\right|}{2}\frac{H_{i,j+1}^{n+1}-H_{i,j}^{n+1}}{h_{2}}+$$
(18)

$$+H_{i,j}^{n+1}\frac{\left(div^{n}\mathbf{U}+\left|div^{n}\mathbf{U}\right|\right)_{i,j}}{2}-H_{i,j}^{n}\frac{\left(div^{n}\mathbf{U}-\left|div^{n}\mathbf{U}\right|\right)_{i,j}}{2}=0,$$

где  $H_{i,j}^n = \zeta_{i,j}^n + h_{i,j}, \ div \mathbf{U} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}.$ 

Наличие в данном уравнении разностного аналога выражения  $H\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right)$ , который выносится на (n+1)-ый слой, если  $div\mathbf{U} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} > 0$ ,

и берется с n-го слоя в противном случае, усиливает диагональное преобладание в получающейся матрице системы уравнений.

В работе показано, что достаточным условием устойчивости схемы для уравнения (18) является условие  $0 < \tau < \frac{1}{\max_{k} |d_{kk}^-|}$ , где  $d_{kk}^-$  отрицательные

значения разностного аналога дивергенции. Это позволило увеличить (примерно в 1,3 раза) шаг по времени, однако, ограничение на него существует.

Алгоритм вычисления параметров гидродинамики на (n+1)-ом временном слое имеет следующий вид:

**Первый шаг:** перепад уровня на (n+1)-м временном слое вычисляется из разностного уравнения (18).

Второй шаг: на слое I значения компонентов скорости  $u_s$  и  $v_s$  находятся из разностных аналогов уравнений (1) и (2). При конечно-разностной аппроксимации уравнений количества движения используются неявные «противопотоковые» схемы, например, для уравнения (1):

$$\frac{u_{s_{i,j}}^{n+1} - u_{s_{i,j}}^{n}}{\tau} + \frac{u_{s_{i,j}}^{n} + \left|u_{s_{i,j}}^{n}\right|}{2} \frac{u_{s_{i,j}}^{n+1} - u_{s_{i-1,j}}^{n+1}}{h_{1}} + \frac{u_{s_{i,j}}^{n} - \left|u_{s_{i,j}}^{n}\right|}{2} \frac{u_{s_{i+1,j}}^{n+1} - u_{s_{i,j}}^{n+1}}{h_{1}} + \frac{v_{s_{i,j}}^{n} + \left|v_{s_{i,j}}^{n}\right|}{2} \frac{u_{s_{i,j}}^{n+1} - u_{s_{i,j-1}}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{v_{s_{i,j}}^{n} - \left|v_{s_{i,j}}^{n}\right|}{2} \frac{u_{s_{i,j+1}}^{n+1} - u_{s_{i,j}}^{n+1}}{h_{2}} - \Omega \tilde{v}_{s_{i,j}} = -g \frac{\zeta_{i,j}^{n+1} - \zeta_{i-1,j}^{n+1}}{h_{1}} + v_{sv} \left( \frac{u_{s_{i+1,j}}^{n+1} - 2u_{s_{i,j}}^{n+1} + u_{s_{i-1,j}}^{n+1}}{h_{1}^{2}} + \frac{u_{s_{i,j+1}}^{n+1} - 2u_{s_{i,j}}^{n+1} - 2u_{s_{i,j-1}}^{n+1}}{h_{2}^{2}} \right) +$$
(19)

$$+ \frac{u_{s_{i,j}}^{n+1}w_{i,j,k_0-1}^n}{H} + \left(\frac{\tau_{sx}}{H} - \frac{\tau_{bx}}{H}\right)\Big|_{i,j}^n,$$
  
$$\tilde{v}_{s_{i,j}} = \frac{1}{4}\left(v_{s_{i,j}}^n + v_{s_{i-1,j}}^n + v_{s_{i-1,j-1}}^n + v_{s_{i,j-1}}^n\right).$$

Третий шаг: вычисляется давление по всей области из (7):

$$p_{i,j,k}^{n+1} = p_{atm} + g\rho\left(\zeta_{i,j}^{n+1} + H_0(i,j) - kh_3\right)$$
(20)

**Четвертый шаг:** вычисляются значения горизонтальных компонентов скорости в слое II. При конечно-разностной аппроксимации уравнений (4) –(5) используются неявные "противопотоковые" схемы, например, для уравнения (4):

$$\frac{u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n}}{\tau} + \frac{u_{i,j,k}^{n} + \left|u_{i,j,k}^{n}\right|}{2} \frac{u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i-1,j,k}^{n+1}}{h_{1}} + \frac{u_{i,j,k}^{n} - \left|u_{i,j,k}^{n}\right|}{2} \frac{u_{i+1,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1}}{h_{1}} + \frac{v_{i,j,k}^{n} + \left|v_{i,j,k}^{n}\right|}{2} \frac{u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{v_{i,j,k}^{n} - \left|v_{i,j,k}^{n}\right|}{2} \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{u_{i,j,k}^{n} - \left|v_{i,j,k}^{n}\right|}{h_{2}} \frac{u_{i,j,k+1}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1}}{h_{3}} - \Omega \tilde{v}_{i,j,k} = (21)$$

$$= -\frac{1}{\rho} \frac{p_{i,j,k}^{n+1} - p_{i-1,j,k}^{n+1}}{h_{1}} + v_{xy} \left(\frac{u_{i+1,j,k}^{n+1} - 2u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i-1,j,k}^{n+1}}{h_{1}^{2}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - 2u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j-1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}\right) + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - 2u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j-1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}\right) + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j-1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - 2u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j-1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}\right) + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j-1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j-1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j-1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}\right) + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j-1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j-1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j+1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j+1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j+1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j+1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j+1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j+1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j+1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}} + \frac{u_{i,j+1,k}^{n+1} - u_{i,j+1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}}$$

$$+\frac{v_{i,j,k+1}u_{i,j,k+1}^{n+1}-(v_{i,j,k+1}+v_{i,j,k})u_{i,j,k}^{n+1}+v_{i,j,k}u_{i,j,k-1}^{n+1}}{h_3^2},$$

$$\tilde{v}_{i,j,k} = \frac{1}{4} \Big( v_{i,j,k}^n + v_{i-1,j,k}^n + v_{i-1,j-1,k}^n + v_{i,j-1,k}^n \Big);$$

**Пятый шаг:** вычисляется вертикальный компонент скорости *w* из разностного аналога уравнения неразрывности (6) начиная с ячеек на дне водоема:

$$w_{i,j,k+1}^{n+1} = \frac{h_3}{h_1} \left( u_{i,-1,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^{n+1} \right) + \frac{h_3}{h_2} \left( v_{i,j,k}^{n+1} - v_{i,j+1,k}^{n+1} \right) + w_{i,j,k}^{n+1} .$$
(22)

Затем цикл 1) – 5) повторяется на новом временном слое, пока не будет выполняться условие окончания счета. Таким условием может быть либо определенный промежуток времени (в часах, сутках и т.д.), в течение которого надо проводить расчет, либо расчет до получения установившегося решения, когда все параметры во времени перестают изменяться.

Расчет распределения концентрации переносимого вещества можно проводить после того, как получено поле скоростей, а можно включать этот модуль **шестым шагом** в описанный выше алгоритм, если проводится исследование формирования поля концентрации совместно с полем скоростей. При пространственной аппроксимации уравнения переноса (8) выбрана противопотоковая схема:

$$\frac{c_{i,j,k}^{n+1} - c_{i,j,k}^{n}}{\tau} + \frac{u_{i,j,k}^{n} + \left|u_{i,j,k}^{n}\right|}{2} \cdot \frac{c_{i,j,k}^{n+1} - c_{i-1,j,k}^{n+1}}{h_{1}} + \frac{u_{i,j,k}^{n} - \left|u_{i,j,k}^{n}\right|}{2} \cdot \frac{c_{i+1,j,k}^{n+1} - c_{i,j,k}^{n+1}}{h_{1}} + \frac{v_{i,j,k}^{n} - \left|v_{i,j,k}^{n}\right|}{2} \cdot \frac{c_{i+1,j,k}^{n+1} - c_{i,j,k}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{v_{i,j,k}^{n} - \left|v_{i,j,k}^{n}\right|}{2} \cdot \frac{c_{i,j+1,k}^{n+1} - c_{i,j,k}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{v_{i,j+1,k}^{n} - c_{i,j,k}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{v_{i,j+1,k}^{n} - c_{i,j,k}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{v_{i,j+1,k}^{n} - v_{i,j,k}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{v_{i,j+1,k}^{n} - v_{i,j+1,k}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{v_{i,j+1,k}^{n} - v_{i,j+1,k}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{v_{i,j+1,k}^{n} - v_{i,j+1,k}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{v_{i,j+1,k}^{n} - v_{i,j+1,k}^{n+1}}{h_{2}} + \frac{v_{i,j+1,k}^{n} - v_{i,j+1,k}^{n}}{h_{2}} + \frac{v_{i,j+1,k}^{n} - v_{i,j$$

$$+\frac{w_{i,j,k}^{n}+\left|w_{i,j,k}^{n}\right|}{2}\cdot\frac{c_{i,j,k}^{n+1}-c_{i,j,k-1}^{n+1}}{h_{3}}+\frac{w_{i,j,k}^{n}-\left|w_{i,j,k}^{n}\right|}{2}\cdot\frac{c_{i,j,k+1}^{n+1}-c_{i,j,k}^{n+1}}{h_{3}}=$$
(23)

$$= \mu_{s}^{xy} \left( \frac{c_{i+1,j,k}^{n+1} - 2c_{i,j,k}^{n+1} + c_{i-1,j,k}^{n+1}}{h_{1}^{2}} + \frac{c_{i,j+1,k}^{n+1} - 2c_{i,j,k}^{n+1} + c_{i,j-1,k}^{n+1}}{h_{2}^{2}} \right) + \frac{\mu_{s\,i,j,k+1}^{z} c_{i,j,k+1}^{n+1} - \left(\mu_{s\,i,j,k+1}^{z} + \mu_{s\,k}^{z}\right) c_{i,j,k}^{n+1} + \mu_{s\,i,j,k}^{z} c_{i,j,k-1}^{n+1}}{h_{3}^{2}} \right)$$

Граничные условия 1-го рода задаются точно. Производные в условия ях 2-го и 3-го рода задаются односторонними разностями. Так условия (9) и (10) записывается соответственно в виде

$$\varepsilon \frac{c_{i,j,N} - c_{i,j,N-1}}{h_3} + w_s c_{i,j,N} = 0$$
 и  $\varepsilon \frac{c_{i,j,2} - c_{i,j,1}}{h_3} = E_b - p_b w_s c_{i,j,N}$ 

После аппроксимации уравнений движения и переноса вещества противопотоковыми конечными разностями получаются системы уравнений с пятидиагональными М-матрицами для уравнения (19), и семидиагональными М-матрицами для уравнений (21) и (23).

В *четвертом разделе* второй главы приводятся результаты сравнения на тестовой задаче предлагаемой модели с трехмерной моделью и двухмерной, основанной на уравнениях мелкой воды. Сравнивались как время счета, так и получаемые картины течений.

В качестве модельной задачи был выбран водоем прямоугольной формы с выступом, имитирующим мелководную область (Рис. 3). Течение инициировалось действием ветра на обе половины поверхности водоема, но в противоположных направлениях. Таким образом, в водоеме образовывалось циркуляционное течение.



Рис. 3. Схема водоема в модельной задаче

Все задачи решались конечно-разностными методами на равномерных прямоугольных сетках. Число узлов по горизонтали было равно 200 в каждом направлении. Число узлов по вертикали было различным для каждой из моделей.

Численное исследование показало, что все три модели достаточно подобны между собой. Трехмерная модель позволяет определить поле скоростей на любом горизонте от поверхности до дна. В то же время двумерная модель, основанная на уравнениях мелкой воды, считает гораздо быстрее других моделей, но дает картину течений только на поверхности водоема. Двухслойная же модель описывает течения как на поверхности водоема, содержащего глубоководные и мелководные районы, так и на всех горизонтах до самого дна. Величина изменения уровня воды для всех моделей примерно одинаковая. На (Рис. 4, Рис. 5) показано поведение уровня воды в точках его минимума и максимума. Различие наблюдается только в первые 20-30 минут после начала движения, затем, при установлении, значения перепадов уровня становятся одинаковыми.





Рис. 4. Поведение перепада уровня воды в точке его минимума



Если двумерную модель взять за точку отсчета трудозатрат, то двухслойная модель содержит неизвестных в 8–15 раз больше (в зависимости от шага по вертикали) и требует большее время счета в такое же количество раз. Число неизвестных в трехмерной модели может быть в 30–50 раз больше, чем в двухмерной, и в 5–10 раз больше, чем в двухслойной модели. Соответственно, время счета увеличивалось в такое же количество раз.

Кроме того, использование в поверхностном слое уравнений мелкой воды, то есть применение двухслойной модели, значительно упрощает процедуру переопределения ячеек в силу сгонно-нагонного явления. Значения глубины мелководья h(x, y), по которым определяются осушаемые или затапливаемые ячейки, входят в уравнения движения и не зависят от количества разностных шагов по вертикали, как это происходит в случае применения трехмерных уравнений по всей области. Такое переопределение ячеек значительно сокращает количество процедур переиндексации, что также сокращает время счета.

В *пятом разделе* второй главы дается краткое описание библиотеки прикладных программ Aztec для решения СЛАУ параллельными методами. Aztec включает в себя процедуры, реализующие ряд итерационных методов подпространства Крылова:

- метод сопряженных градиентов (CG),
- обобщенный метод минимальных невязок (GMRES),
- квадратичный метод сопряженных градиентов (CGS),
- метод квазиминимальных невязок (TFQMR),
- метод бисопряженных градиентов со стабилизацией (BiCGSTAB).

**Третья глава** посвящена описанию численных расчетов гидродинамики различных водоемов.

В *первом разделе* третьей главы приводятся результаты расчетов течений в Азовском море. По известным натурным данным, полученным на береговых метеостанциях (Рис. 6), осуществлялась настройка гидродинамической модели. Сравнение с наблюденными значениями проводилось как по перепадам уровней воды, так и по картинам течений в море в целом.

Метеорологические наблюдения показали<sup>11</sup>, что при длительном действии ветров восточного направления в море возможно циркуляционное течение. На (Рис. 6) показана картина линий тока, полученная при действии северо-восточного ветра в течение 24 часов. Приведенные результаты расчета хорошо согласуется с картиной течений в Азовском море, полученной ранее с помощью двухмерной математической модели<sup>12</sup>, однако, если необходимо исследовать процессы накопления донного осадка или определить гидродинамические параметры в районах подходных судоходных каналов (там, где существует большая неоднородность глубин) целесообразно использовать приведенную двухслойную модель.



чение 24 часов

Рис. 7. Сопоставление вычисленных (штриховая кривая) и натурных (сплошная) значений уровня Азовского моря в районе г. Геническа (01-24.10.1974)

На Рис. 7 показано поведение уровня воды относительно его среднего значения в течение 24 суток (данные снимались через каждые 6 ч) на метеорологическом посту в районе г. Геническа. Варьирование коэффициентов по-

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Бронфман А.М. Современный гидролого-гидрохимический режим Азовского моря и возможные его изменения. Труды АзНИИРХ, 1972, вып. 10, с.20–40

<sup>12</sup> Крукиер Л.А. Математическое моделирование гидродинамики Азовского моря при реализации проектов реконструкции его экосистемы // Математическое моделирование. 1991. Т. З. № 9. С. 3-20.

зволило добиться наилучшего согласования результатов расчета с натурными данными. Из Рис. 7 видно качественное совпадение вычисленных и наблюденных значений. Аналогичные исследования были проведены для метеостанций г. Ейска и г. Темрюка.

Оценку качества прогнозируемых значений, вычисляемых с помощью предлагаемой модели, проводили согласно «Наставлению...»<sup>13</sup>. В (Таблица 1) приведены значения стандартной ошибки *S* рассчитанных значений, среднего квадратического отклонения  $\sigma$  наблюденных значений от среднего их значения, отношения  $\frac{S}{\sigma}$  и коэффициенты корреляции *r* между

натурными данными и расчетными значениями по перепадам уровня воды. Согласно пп.6.2.5. и 6.9.1. «Наставления...» предлагаемый метод расчета дает приемлемые результаты при соотношении  $S/\sigma < 0,67$  для  $n \ge 25$ . Полу-

пада уровня воды									
Станции	n	σ	S	$\frac{S}{\sigma}$	r				
Геническ	96	0,134	0,089	0,665	0,77				
Ейск	48	0,096	0,045	0,473	0,99				
Темрюк	48	0,105	0,051	0,484	0,98				

ченные результаты более чем удовлетворяют данному условию.

Таблица 1. Значения основных параметров оценки точности метода для перепала уровня воды

Во втором разделе третьей главы даются результаты расчета течений при различных ветровых ситуациях в Таганрогском заливе. Установлено, что при продолжительном действии западных ветров возможно возникновение циркуляционных течений в заливе.

Расчеты показали, что при действии ветра западного направления (8 м/с) в первые часы движение воды направлено к восточной части залива, но при более длительном действии ветра течение замедляется, и в восточной части образуется слабое циркуляционное течение. Со временем такая зона продолжает формироваться в восточной части залива, затем в центральной части, а затем в западной части Таганрогского залива. Азовоморское течение располагается ближе к северному берегу Таганрогского залива, а компенсационное течение – ближе к южному берегу (Рис. 8).

Численно установлено, что возникновение циркуляционных зон происходит быстрее при неоднородном распространении ветрового поля: если действие западного ветра у южного берега Таганрогского залива ослабевает, в то время как у северного берега продолжает действовать ветер той же силы,

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Наставление по службе прогнозов (служба морских гидрологических прогнозов), раздел 3, часть 3. - Л: Гидрометеоиздат, 1975. 136 с.

то возможно образование нескольких циркуляционных зон сразу во всем заливе.



Рис. 8. Картина линий тока через 18 часов действия западного ветра

Если направление ветра изменить на юго-юго-западное (8 м/с), то циркуляционная зона начинает образовываться сначала в западной части залива, затем эти зоны появляются на востоке и в центре. Компенсационное течение при таком действии ветра проходит ближе к северному берегу, а Азовоморское ближе к южному (Рис. 9). Такое поле течений, рассчитанное с помощью предлагаемой математической модели, хорошо согласуется с наблюденной картиной течений, полученной учеными Южного научного центра<sup>14</sup> (Рис. 10).



Рис. 9. Картина линий тока через 18 часов действия юго-юго-западного ветра



Рис. 10. Наблюденная схема течений в Таганрогском заливе

В третьем разделе третьей главы исследуются течения в Керченском проливе. В начале раздела дается обзор литературы по изучению течений в данном проливе и по моделированию течений в проливах вообще.

14 Матишов Д.Г., Ильин Г.В., Моисеев Д.В. Сезонная термохалинная изменчивость водных масс в Таганрогском заливе Азовского моря. Вестник южного научного центра РАН, Т.3, № 1, 2007, с.28-35.

Особенностью моделирования гидродинамики Керченского пролива является наличие косы Тузла. Так как после строительства дамбы в 2003 г. натурные данные по гидродинамики не собирались, то настройка модели проводилось без учета современной береговой линии по натурным данным, полученным до 2003 года, когда Тузловская коса была размыта. Натурные данные были выбраны с четырех метеорологических станций (Рис. 11), при этом выбирались те даты, когда существовали наблюдения хотя бы на трех рассматриваемых станциях одновременно. Предполагалось, что ветровое поле над всей акваторией равномерно.

Оценка погрешности проводилась с одновременным учетом данных

по всем четырем метеостанциям:  $\delta = \sqrt{\sum_{i=1}^{4} (U_{i nat} - U_{i})^{2}} / \sqrt{\sum_{i=1}^{4} U_{i nat}^{2}}$ . Рассчи-

танные при различных ветровых ситуациях поля скоростей принимались к рассмотрению, если погрешность не превышала 50%. В противном случае считалось, что при рассматриваемой ветровой ситуации на течение в проливе сильное влияние оказывают факторы, которые математическая модель не учитывает. Полученные поля скоростей могли использоваться в качестве начального распределения для последующих расчетов.



Рис. 11. Картина течения в Керченском проливе через 3 часа после смены ветра с северного на южное направление

Характерной ситуацией в Керченском проливе является смена течений с Азовоморского на Черноморское или наоборот. С помощью построенной математической модели была численно исследована возможная динамика изменения течения в указанные дни. Сначала было рассчитано Азовоморское течение под действием северо-восточного ветра силой 3 м/с. Затем под действием юго-юго-западного ветра силой 3,5 м/с проводился расчет течений на протяжении 7 часов модельного времени.

В течение первого часа направление течения изменилось, в основном, в примыкающих к проливу заливах. Через три часа после смены направления ветра Черноморское течение занимает почти всю южную часть пролива, исключение составляет течение через створ между о. Тузла и Таманским полуостровом. Очень слабые течения наблюдаются в северной (разрез п. Крым– п. Кавказ) и Павловской (разрез о. Тузла–п-ов Крым) узостях (Рис. 11). К концу седьмого часа Черноморское течение полностью формируется.

Трехмерность модели позволяет рассчитать скорость течения на любом горизонте от поверхности до дна. Численно получена динамика изменения эпюры скоростей в центре Павловской узости при описанной выше смене течений (Рис. 12). В первые три часа происходит ослабление северного течения, затем, начиная с четвертого часа, начинает набирать силу южное течение. Это происходит на всех горизонтах – от поверхности до дна.



Рис. 12. Изменение во времени эпюры скоростей в Павловской узости



Рис.13. Поле скоростей (см/с) в Керченском проливе при отсутствии дамбы вдоль косы Тузла



Рис. 14. Поле скоростей (см/с) в Керченском проливе при наличии дамбы вдоль косы Тузла

Сравнивая поля течений при наличии и отсутствии дамбы, установлено подобие этих течений в проливе в целом. Исключение составляет окрестность о. Тузла. При отсутствии дамбы (Рис.13) в случае действия югозападного ветра основная масса воды через восточный створ нагоняется в Таманский залив. Часть воды движется вдоль северной стороны острова Тузла на север. При наличии дамбы (Рис. 14).в Таманский залив вода поступает, в основном, с северной стороны о. Тузла, но двигаясь уже в южном направлении.

Численно установлено, что наличие или отсутствие дамбы не оказывает существенного влияния на расход воды в центральной части Керченского пролива. Однако дамба влияет на перераспределение потока в районе о. Тузла. Наличие дамбы естественным образом резко сократило поступление воды через протоку между о.Тузла и Таманским полуостровом и, в то же время, увеличило расход воды через протоку между о. Тузла и Крымским полуостровом.





Рис. 15. Картина течения в южной части Цимлянского водохранилища в первые 2 часа действия восточного ветра

Рис. 16. Картина установившегося течения в южной части Цимлянского водохранилища при действии постоянного ветра восточного направления

В четвертом разделе третьей главы приводятся результаты расчетов течений в южной части Цимлянского водохранилища при различных ветровых ситуациях. Южная часть Цимлянского водохранилища (эта часть еще называется Приплотинным плесом) была выбрана по той причине, что она входит в 30-ти километровую зону ВоАЭС и представляет особый интерес.

Численно установлено, что для любого направления ветра при постоянном его действии возможно образование двух совершенно разных типов течений. **Первый тип** носит характер поступательного по всей акватории движения жидкости без появления каких-либо зон циркуляции. Такое течение наблюдается в первые часы действия ветра (Рис. 15). **Второй тип** течения возникает при продолжительном действии ветра. Течение имеет несколько циркуляционных зон и носит установившийся характер (Рис. 16). Расчеты переноса и оседания вещества проводились с учетом этих двух типов течения.

В четвертой главе рассматриваются различные случаи использования модели переноса вещества в водоемах.

В *первом разделе* четвертой главы приводятся результаты применения построенной математической модели переноса вещества к задаче восстановления неполных натурных данных на примере Азовского моря. Подобная задача возникает, когда необходимо провести исследования гидрофизических процессов во всем водоеме, а измерения проведены лишь в ограниченном числе точек моря.

*Второй раздел* четвертой главы посвящен исследованию основных случаев поступления загрязняющего вещества в Цимлянское водохранилище:

- залпового выброса загрязнения из трубы АЭС на водную поверхность водохранилища;
- поступления загрязнения в водохранилище через береговую линию;
- поступления загрязнения с притоками малых рек, например,
   р. Цимла;
- поступления загрязнения из створа р. Дон;
- поступления загрязнения через всю водную поверхность.

Построенная для данного района роза ветров указывает на преобладание ветров восточного направления. Численно установлено, что распределения по акватории взвешенного вещества и донного осадка для одного и того же поля скоростей часто подобны.

Расчеты показали, что для течений I типа при восточных ветрах накопление взвешенного вещества для указанных видов выброса происходит, в основном, в районе порта Волгодонск, г. Цимлянска и ВоАЭС (Рис. 17).

Для течений II типа при действии восточного ветра наибольшее накопление осадка происходит в центральной части Приплотинного плеса, уменьшаясь при приближении к плотине ГЭС (Рис. 18), и лишь малая часть оседает в районе створа р.Дон.

Проведенные замеры проб извлеченного грунта учеными лаборатории ядерной физики НИИФ ЮФУ показали, что в случае поступления взвешенного вещества из створа р. Дон основная часть взвеси оседает вдоль старого

русла Дона<sup>15</sup>. С этим фактом хорошо согласуются результаты вычислительного эксперимента (Рис. 19).



Рис. 17. Характерное распределение концентрации вещества после его выброса при действии ветра восточного направления



Рис. 18. Характерное распределение донного осадка при действии ветра восточного направления



Рис. 19. Распределение донного осадка при поступлении вещества из створа р. Дон под действием северного ветра

В пятой главе дается описание созданных программных комплексов для расчета гидрофизических процессов в водоемах описанного типа, ис-

<sup>15</sup> Бессонов О.А., Давыдов М.Г. и др. Содержание радионуклидов в донных отложениях Цимлянского водохранилища. Атомная энергия, 1994. т.77, вып. 1. С.48-50.

пользующихся на высокопроизводительных вычислительных системах и зарегистрированных в Реестре программ для ЭВМ.

В суперкомпьютерном центре Южного Федерального Университета существует единый гетерогенный вычислительный кластер, работающий под управлением общей диспетчерской системы управления заданиями OpenPBS (Portable Batch System) с использованием протокола MPI (Message Passing Interface). В кластер сконфигурированы следующие вычислительные системы.

**IBM-кластер 1350** состоит из управляющего компьютера и 12 вычислительных узлов, производительность всего кластера в целом 252 Gflops.

**INFINI-кластер** состоит из управляющего компьютера и 21-го вычислительного узла, производительность всего кластера в целом 115 Gflops.

**QUAD - рабочая станция** представляет собой компьютер с 4-х ядерным процессором, производительность вычислительного узла составляет порядка 40 Gflops.

Диспетчерская система позволяет одновременно обрабатывать до 34 обычных однопроцессорных программ или объединять мощности нескольких процессоров для решения одной задачи.

В *первом разделе* описываются используемые при расчетах вычислительные системы, приводятся результаты сравнения этих систем по производительности, а также даются краткие сведения о счетных модулях, составленных на языке FORTRAN 90. Кроме того, сравнивалась эффективность программ, написанных на Фортране 77 и Фортране 90. Для тестирования использовалась задача расчета течений в Керченском проливе.

платформ									
n <sub>p</sub>	INFINI (сек.)	Sp	S <sub>p</sub> /n <sub>p</sub> (%)	ІВМХ (сек.)	Sp	S <sub>p</sub> /n <sub>p</sub> (%)	QUAD (сек.)	Sp	
1	1858	1,0	100	1677	1,0	100	1203	1,0	
2	971	1,9	97	853	2,0	100	1008	1,2	
3	714	2,6	87	570	2,9	98	-		
4	545	3,4	85	435	3,9	97	-		
5	470	4,0	80	357	4,7	94	-		
6	405	4,6	77	313	5,4	90	_		
7	362	5,1	73	273	6,1	87	_		

Таблица 2. Сравнение производительности различных вычислительных платформ

Численно установлено, что эффективнее всего работает кластер IBMX, хотя однопроцессорная задача быстрее выполняется на QUADe. Наибольшее ускорение (S<sub>p</sub>) наблюдается на кластере IBMX (Таблица 2), а максимально возможное ускорение на этой платформы сохраняется для числа узлов  $n_p \leq 4$ . На кластере INFINI эта величина сохраняется только для  $n_p \leq 2$ . На машине QUAD вообще не имеет смысла решать подобные задачи на двух ядрах и более.

Проведено сравнение времени выполнения программ, написанных на Фортране 77 и Фортране 90 и реализованных на кластерах INFINI и IBMX для (Рис. 20). Видно значительное преимущество языка Фортран 90, которое увеличивается с числом используемых узлов.



Рис. 20. Сравнение производительности кодов, написанных на Фортране 77 и Фортране 90

Во втором разделе описывается программный комплекс для Цимлянского водохранилища, а в третьем разделе для Азовского моря.

Данные программные комплексы подобны, и отличаются, в основном, формами для ввода данных. В предлагаемых программных комплексах пользовательский интерфейс реализован в виде Web-интерфейса, организованного в виде HTML-форм. Пользователю необходимо заполнить поля формы для конкретизации расчета и формирования входных файлов: задать шаг по времени, временной интервал расчета; задать поле скоростей, файл с начальным распределением вещества; указать вычислительную платформу, метод расчета и т.п.

Все данные из HTML-форм, поступающие от клиента на сервер, обрабатываются CGI-скриптами, которые написаны на языке Perl. Во время выполнения счетная программа постоянно обновляет созданную ранее HTMLстраницу, на которой выдается информация о проценте выполненной работы.

Все используемые программы на сервере, а именно, интерпретатор языка Perl, GnuPlot, OpenPBS, MPI являются свободно распространяемыми.

В заключении приведены основные результаты, полученные в дис-

### К ЗАЩИТЕ ПРЕДСТАВЛЕНЫ СЛЕДУЮЩИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ:

1. Разработана, численно и программно реализована математическая модель гидрофизических процессов в водоемах, содержащих обширные мелководные районы.

2. Построены математические модели гидродинамики Азовского моря в целом, Таганрогского залива, Керченского пролива и Южной части Цимлянского водохранилища. По имеющимся натурным данным выполнена верификация построенных моделей и проведены вычислительные эксперименты.

3. Построена математическая модель переноса и оседания взвешенного вещества для водоемов описываемого типа. С помощью данной модели выявлены зоны возможного накопления загрязняющего веществ в южной части Цимлянского водохранилища.

4. Созданы программные комплексы, реализующие предложенные математические модели на высокопроизводительных вычислительных системах.

Основные результаты исследования опубликованы в следующих работах:

1. Матишов Г.Г., Архипова О.Е., Чикин А.Л. Модельный подход к восстановлению пропущенных данных по солености на примере Азовского моря. ДАН, 2008, т. 420, № 5, с. 687-690

2. Чикин А.Л. Построение и численное исследование 3D модели гидродинамики Азовского моря. Труды Международной конференции, посвященной 80-летию академика Н.Н. Яненко «Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент и практика». Новосибирск, Академгородок, 24 - 29 июня 2001 года. Вычислительные технологии, Новосибирск, 2001, т.6, спецвыпуск, с. 686-692.

3. Чикин А.Л. Трехмерная задача расчета гидродинамики Азовского моря.//Математическое моделирование. Т.13. № 2, 2001. С.86-92.

4. Чикина Л.Г., Чикин А.Л. Моделирование распространения загрязнения в Мобилском заливе (США).// Математическое моделирование. Т.13. № 2, 2001. С.93-98.

5. Shabas I.N., Chikin A.L. A 3D sediment transport model.// Математическое моделирование. Т.13. № 3, 2001. С.85-88.

6. Чикин А.Л., Крукиер Л.А. Численное исследование поведения некоторых разностных схем при решении уравнений мелкой воды. Вычислительные технологии, Новосибирск, 1995, т. 4, № 10, с. 300 – 311.

7. Крукиер Л.А., Муратова Г.В., Чикин А.Л. ППП "Pollution" для расчета распространения загрязнения в мелких водоемах. Вычислительные технологии, Новосибирск, 1993, т. 2, № 6, с. 133 – 146. 8. Чикин А.Л. Об одном из методов расчета параметров течений в водоемах с большой неоднородностью глубин. Водные ресурсы, 2005, т. 32. № 1, с. 55-60.

9. Чикин А.Л., Шабас И.Н., Сидиропуло С.Г. Моделирование процесса переноса загрязняющего вещества в Цимлянском водохранилище. Водные ресурсы, 2008, т. 35. № 1, с. 53-59.

10.А.Л. Чикин, И.Н. Шабас, С.Г. Сидиропуло. Математическая модель распространения радионуклидов в Цимлянском водохранилище в случае их залпового выброса //Вестник Южного научного центра РАН, Т.2, №3, 2006, с.78-81.

11.Чикин А.Л., Шабас И.Н. Построение трехмерной гидрофизической модели Азовского моря. Известия ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. № 3, 2001. С.33-37.

12.Чикин А.Л., Шабас И.Н., Никитенко О.Б. Трехмерная модель гидрофизических процессов Азовского моря и ее численное исследование. Известия ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. Спецвыпуск, 2001. С.158-160.

13.Сидиропуло С.Г., Чикин А.Л. Трехмерная математическая модель переноса загрязнения в Цимлянском водохранилище. В Сб. трудов XII Всероссийской школы-семинара «Современные проблемы математического моделирования». Ростов-на-Дону, ЮФУ, 2007, с.263-267.

14.Чикин А.Л., Шабас И.Н., Циркунова М.В. Восстановление пропущенных натурных данных с помощью математической модели (на примере солености Азовского моря). В Сб. трудов XII Всероссийской школы-семинара «Современные проблемы математического моделирования». Ростов-на-Дону, ЮФУ, 2007, с.306-312.

15.Чикина Л.Г., Чикин А.Л. Математическая модель процесса оседания взвеси в водоемах с судоходным каналом. В Сб. трудов XII Всероссийской школы-семинара «Современные проблемы математического моделирования». Ростов-на-Дону, ЮФУ, 2007, с.313-320.

16.Чикин А.Л., Сидиропуло С.Г. Математическая модель процесса заиления подводных судоходных каналов. В сб. Исследования по математическому анализу, математическому моделированию и информатике. Владикавказ: Владикавказский научный центр РАН и РСО-А, 2007, с. 237-244.

17.Чикин А.Л., Шабас И.Н., Сидиропуло С.Г. Моделирование переноса загрязнения при его залповом выбросе в Цимлянское водохранилище в районе Ростовской АЭС. В сб. Исследования по математическому анализу, математическому моделированию и информатике. Владикавказ: Владикавказский научный центр РАН и РСО-А, 2007, с. 245-248.

18.Чикина Л.Г., Чикин А.Л. Трехмерная модель распространения вещества в Мобилском заливе. // Сборник трудов XI Всероссийской школысеминара «Современные проблемы математического моделирования» – Ростов-на-Дону: Изд. РГУ, 2005 – с. 428-436. 19.Чикин А.Л., Сидиропуло С.Г. Математическая модель гидродинамики Цимлянского водохранилища. // Сборник трудов XI Всероссийской школысеминара «Современные проблемы математического моделирования» – Ростов-на-Дону: Изд. РГУ, 2005 – с. 399-406.

20.Крукиер Л.А., Муратова Г.В., Никитенко О.Б., Чикин А.Л. Модель термического режима водоема. В кн. Экосистемные исследования Азовского моря и побережья. Отв. ред. Матишов Г.Г. Издательство КНЦ РАН, Апатиты, 2002. С.139-150.

21.Крукиер Л.А., Чикин А.Л., Шабас И.Н. Трехмерная модель гидродинамики Азовского моря и ее численная реализация. В кн. Среда, биота и моделирование экологических процессов в Азовском море. Отв ред. Матишов Г.Г. Издательство КНЦ РАН, Апатиты, 2001. С. 282-297

22.Крукиер Л.А., Чикин А.Л., Шабас И.Н. Трехмерная модель гидродинамики Азовского моря и ее численная реализация. В кн. Среда, биота и моделирование экологических процессов в Азовском море. Отв ред. Матишов Г.Г. Издательство КНЦ РАН, Апатиты, 2001. С. 282-297

23.Чикин А.Л. Численное исследование математической модели гидродинамики Азовского моря и Таганрогского залива. Труды IX Всероссийской школы-семинара «Современные проблемы математического моделирования», 17–21 сентября 2001 г., п. Абрау-Дюрсо, С.405–409.

24.Дацюк В.Н., Чикин А.Л. Современные технологии при решении задач математического моделирования// Труды Всероссийской конференции «Математическое моделирование и проблемы экологической безопасности», 2000, Ростов-на-Дону, с.84–88.

25.Чикин А.Л. Трехмерная математическая модель гидродинамики Азовского моря.// Труды Всероссийской конференции «Математическое моделирование и проблемы экологической безопасности», 2000, Ростов-на-Дону, с.222 –229.

26.Шабас И.Н., Чикин А.Л. Трехмерная задача распределения солености и распространения примеси в водоеме.// Труды Всероссийской конференции «Математическое моделирование и проблемы экологической безопасности», 2000, Ростов-на-Дону, с.238–244.

27.Чикин А.Л. Трехмерная модель гидродинамики Азовского моря. Сборник трудов VIII Всероссийской школы-семинара «Современные проблемы математического моделирования». Абрау-Дюрсо, 6–12 сентября 1999 г. с. 246-250.

28.Чикин А.Л., Шабас И.Н., Сидиропуло С.Г. Свидетельство об официальной регистрации программ для ЭВМ № 2008611654 «Расчет гидродинамических параметров, переноса и оседания вещества в Цимлянском водохранилище на многопроцессорных вычислительных системах с использованием Web-интерфейса». Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 29 мая 2008 года

29.Шабас И.Н., Чикин А.Л., Мерзляков В.А., Белоконь О.А., Чикина Л.Г. официальной ЭВМ Свидетельство об регистрации программ для № 2005612496 «Расчет распространения примесей в Азовском море на мновычислительных системах с использованием гопроцессорных WEBинтерфейса». Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 26 сентября 2005 года.

30.Чикин А.Л., Шабас И.Н., Чикина Л.Г. Свидетельство об официальной регистрации программ для ЭВМ № 2005612497 «Расчет гидродинамических параметров в Азовском море на многопроцессорных вычислительных системах с использованием WEB-интерфейса». Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 26 сентября 2005 года.

Вклад автора в совместные работы заключается в постановке проблемы в целом [1, 9, 10, 13, 14, 19], в постановке гидродинамической составляющей, проведении вычислительных экспериментов и анализе результатов [4, 5, 12, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 26], в проведении вычислительных экспериментов [6, 7, 24], в описании гидродинамического модуля [28, 29,30].