

УДК 53.047:533.66

## ОПТИМИЗАЦИЯ ТОЛЩИНЫ КОМПОЗИТНОЙ ОБОЛОЧКИ, ЗАГРУЖЕННОЙ НЕРАВНОМЕРНЫМ ДАВЛЕНИЕМ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА

© 2016 г. С.Н. Шевцов<sup>1</sup>, И.В. Жилиев<sup>1</sup>, П.А. Оганесян<sup>2</sup>, О.Д. Алексеева<sup>3</sup>

**Аннотация.** Решается задача оптимизации толщины стенок и выкладки слоев композитного препрега, формирующих конструкцию обтекателя, имеющего форму открытой оболочки с двойной кривизной. В качестве целевого функционала оптимизационной задачи принята полная энергия деформации оболочки, и для ее минимизации толщина стенок варьировалась вдоль поверхности с учетом ограничения на общий вес конструкции. Используемый подход включал преобразование CAD-модели поверхности оболочки в ее конечно-элементное представление, виртуальную обдувку оболочки обтекателя в аэродинамической трубе. Поля давлений, действующих на поверхности обтекателя при его различных ориентациях относительно потока воздуха, определялись путем численного решения уравнений Навье – Стокса, усредненных по Рейнольдсу (RANS) и дополненных  $k-\omega$ -моделью турбулентности. Прямая задача определения напряженно-деформированного состояния оболочки, нагруженной найденным наиболее интенсивным полем давлений, решалась в рамках линейной теории упругости для материала с трансверсально изотропной симметрией. Для понижения числа степеней свободы и вычислительной трудоемкости задача оптимизации была параметризована путем введения вспомогательной сферы с варьируемыми координатами центра и радиусом, линия пересечения которой с поверхностью оболочки порождала гладкую функцию локального утолщения стенки. В результате выполненной оптимизации был получен ряд псевдооптимальных решений для пространственного распределения толщины стенок обтекателя, которые затем использовались для дизайна выкладки слоев композитного препрега. Представленный подход и разработанные программные средства оптимизации, продемонстрировавшие высокую эффективность и устойчивость при небольших вычислительных затратах, могут быть использованы при проектировании широкого спектра композитных конструкций оболочечного типа, выполняемых из квазиизотропных и трансотропных ламинатов.

**Ключевые слова:** оптимизация конструкций, авиационные конструкции, полимерные композиты, виртуальный эксперимент, метод конечных элементов.

### THICKNESS DISTRIBUTION OPTIMIZATION OF THE COMPOSITE COWL LOADED BY NON-UNIFORM AIR PRESSURE

S.N. Shevtsov<sup>1</sup>, I.V. Zhilyaev<sup>1</sup>, P.A. Oganessian<sup>2</sup>, O.D. Alekseeva<sup>3</sup>

**Abstract.** The main requirements to the glass/carbon fibre composite parts with shell-like geometry are the specified mechanical stiffness to withstand the non-uniform air pressure at the different flight conditions. The purpose of the present study is the optimization of wall thickness and lay-up of composite shell-like cowl to increase its stiffness at the constrained weight. The suggested approach assumes conversion of the CAD

<sup>1</sup> Южный научный центр Российской академии наук (Southern Scientific Centre, Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344006, г. Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41, e-mail: aeroengdstu@list.ru

<sup>2</sup> Южный федеральный университет (Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42.

<sup>3</sup> Донской государственный технический университет (Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1.

model of the cowling surface to the finite element (FE) representation, then its wind tunnel testing simulation at the different orientation of airflow to find the most stressed mode of flight. At the formulation of optimization problem the global strain energy calculated within the optimized shell was assumed as the objective. A wall thickness of the shell had to change over its surface to minimize the objective. We use a parameterization of the problem that assumes an initiation of auxiliary sphere with varied radius and coordinates of the center, which were the design variables. Curve that formed by the intersection of the shell with sphere defines the boundary of area where the smooth function is defined, which determines a local thickening the shell wall. The optimized thickness of shell's wall distribution then was used to design the lay-up of composite prepreg layers. The present approach and developed programming tools allow to reduce the global strain energy in the cowling and to increase the eigenfrequencies at the first natural vibration modes.

**Keywords:** structural optimization, aircraft structures, polymeric composites, virtual testing, finite element method.

## ВВЕДЕНИЕ

В последние годы усилия многих научных групп направлены на разработку различных подходов и численных методов решения задач оптимизации композитных конструкций. Большинство этих подходов и соответствующий инструментарий для моделирования и оптимизации разрабатываются ведущими научными коллективами [1–3], в основном применительно к авиационной отрасли. Проблемы оптимизации композитных конструкций актуализированы в фундаментальных монографиях [4–6], посвященных механике, дизайну и технологии производства композитных конструкций авиационного применения. Большинство методов используют отношение усредненной жесткости к весу конструкции, собственные частоты на первых модах колебаний или призваны минимизировать эквивалентные напряжения, вычисляемые в соответствии с той или иной гипотезой, при ограничениях на объем (вес) конструкции, а также в ряде случаев – на ее внутреннюю или наружную форму, минимальную или максимальную толщину стенок либо количество слоев препрега, формирующих композитный ламинат. Оптимизация композитных конструкций, выполненных из анизотропных материалов, как правило, предполагает использование большого числа варьируемых переменных дизайна, таких как распределение толщины стенок, толщина индивидуальных слоев, последовательность их укладки и ориентации, форма и расположение дополнительных армирующих элементов, например слоев металлической фольги.

Процесс оптимизации композитной конструкции, который может быть охарактеризован как одновременно выполняемые дизайн и оптимизация, включает следующие три фазы [2; 3]. Первый этап концептуального проектирования обычно предполагает оптимизацию топологии, целью которой является оптимизация непрерывного распределе-

ния толщины стенок и структуры композитного ламината вдоль конструкции [3]. На втором этапе осуществляется поиск оптимума целевых функций с использованием метода конечных элементов при учете разнообразных ограничений. Варьируемые ориентации, толщины слоев препрега для каждой моделируемой структуры композита формируют вектор в пространстве варьируемых переменных дизайна. Третья фаза процесса проектирования-оптимизации [2; 3] включает перераспределение слоев для оптимизации последовательности их укладки, при этом удовлетворяя условиям дополнительных ограничений, в частности таких как баланс формируемого ламината [5; 6]. Эти три фазы представляют наиболее общий случай оптимального дизайна, но многие компоненты авиационных конструкций, такие как различные обтекатели, производятся с использованием так называемых квазиизотропных ламинатов, характеризующихся неизменностью модуля Юнга и коэффициента Пуассона в плоскости ламината, но также их иными значениями в направлении нормали [5–10]. Такие квазиизотропные ламинаты могут производиться при выполнении следующих правил [5]:

- 1) общее число однонаправленных слоев должно быть не менее трех;
- 2) все слои должны иметь идентичные ортотропные упругие константы и одинаковую толщину;
- 3) ориентация  $k$ -го слоя  $n$ -слоистого ламината определяется соотношением  $\theta_k = \pi \cdot (k - 1) / n$ , где углы  $\theta_k$  отсчитываются от некоторого направления, заданного на поверхности ламината.

Такие детали авиационных конструкций производятся с использованием открытых форм, когда препрег послойно укладывается на поверхность формы в соответствии с требуемым распределением толщины стенки [6; 11]; затем форма с уложенным препрегом помещается в вакуумный мешок и полимеризуется в автоклаве под давлением со стороны нагретого газа.

Задачи оптимизации конструкций, выполненных из квазиизотропного композита, значительно проще общего случая, когда материал обладает сложной структурной анизотропией, однако конструкции типа многослойных открытых оболочек обладают, как правило, трансверсально изотропной симметрией [12; 13], которая требует учета не двух, а пяти материальных констант и, следовательно, существенно сложнее. Выявление различий механического поведения описываемых конструкций для изотропного и трансверсально изотропного случаев, а также особенностей их оптимизации составляют цель данного исследования.

Большинство задач оптимизации реальных конструкций используют их CAD-модели, которые конвертируются в конечно-элементное представление [1–3; 9; 14; 15]. В практике моделирования многослойных ламинатов чаще всего пренебрегают структурой укладки армирующих элементов (тканей, однонаправленных лент и т.п.), рассматривая материал как однородный, обладающий некоторым набором упругих констант, предварительно определенных экспериментально либо численно на небольших представительных объемах [13; 16]. Для определения напряженно-деформированного состояния в наиболее напряженных зонах оптимизируемой конструкции формулируется прямая задача при заданных граничных условиях и внешних нагрузках, соответствующих различным условиям работы при эксплуатации. Для деталей, испытывающих воздействие воздушных потоков, эта задача формулируется как задача аэромеханики, как правило, решаемая численно методами и средствами компьютерной аэромеханики CFD (Computer Fluid Dynamics) [1; 3; 9].

Для решения задач оптимизации конструкций применяются известные методы оптимизации топологии с их поздними усовершенствованиями [9; 17–19], которые характеризуются исключительно большим числом степеней свободы (варьируемых переменных дизайна), или методы, которые используют небольшое, конечное число степеней свободы, как, например, генетические алгоритмы [10; 15; 20] и искусственные нейронные сети [15]. Последняя группа методов требует проведения некоторой параметризации оптимизационной задачи, т. е. преобразования ее к виду, когда целевой критерий является функцией лишь относительно небольшого конечного числа переменных дизайна. Это достигается описанием геометрии либо материала в теле конструкции некоторой функцией конечного числа переменных [21–23] или разделением конструкции на 10 и более отдельных частей, оптимизируемых отдельно (т.н. *gauge optimization models*) [2; 3; 7].

В случае, когда требуется оптимизировать конструкцию одновременно по нескольким, часто конкурирующим целевым показателям, например несущую способность и себестоимость или массу и конструктивную жесткость, наиболее эффективен подход, основанный на построении множеств и фронтов Парето [3; 4; 6; 10; 15; 17].

Более детальный дизайн композитной конструкции предполагает после выполнения оптимизации распределения материала и, возможно, ее геометрии рациональное размещение слоев препрега на поверхности формы, в основном имеющей двойную кривизну [2; 6; 14]. Для исключения складок при выкладке препрега необходимо рационально распределить вырезы (вытачки), как правило, помещая их в зонах с минимальной кривизной и пространственно разделяя для предотвращения локального ослабления ламината. К сожалению, методы решения проблемы рационального расположения вырезов, предлагаемые некоторыми CAD-системами, используют весьма упрощающие и нереалистичные допущения о нерастяжимости слоев препрега, об отсутствии трения между ними и возможности точного отображения плоской поверхности выкройки на сложную поверхность формы [14].

В представленной статье формулируется и решается задача оптимизации конструкции композитного обтекателя с геометрией открытой оболочки, которая подвержена действию пространственно распределенного поля давлений со стороны воздушного потока, ориентация которого относительно детали меняется в диапазоне ( $\pm 10$  градусов) в зависимости от режима полета, скорость которого принята равной 300 км/час.

Для минимизации полной энергии деформации конструкции, достигающейся при минимальной податливости конструкции, мы конвертируем ее CAD-модель в конечно-элементное представление оболочки, повторяющей внешнюю поверхность обтекателя. Для определения поля давлений, действующего на внешнюю поверхность оболочки, ее конечно-элементная модель, предполагаемая абсолютно жесткой, подвергается виртуальному тестированию в аэродинамической трубе при вариации направления набегающего воздушного потока. Эта задача формулируется с использованием уравнений Навье – Стокса, усредненных по Рейнольдсу и дополненных  $k$ - $\omega$ -моделью турбулентности, и численно решается в среде конечно-элементного моделирования Comsol Multiphysics. Результатом нестационарного анализа модели является пространственное распределение давлений, действующих на поверхность оболочки.

На следующем этапе решается задача определения напряженно-деформированного состояния

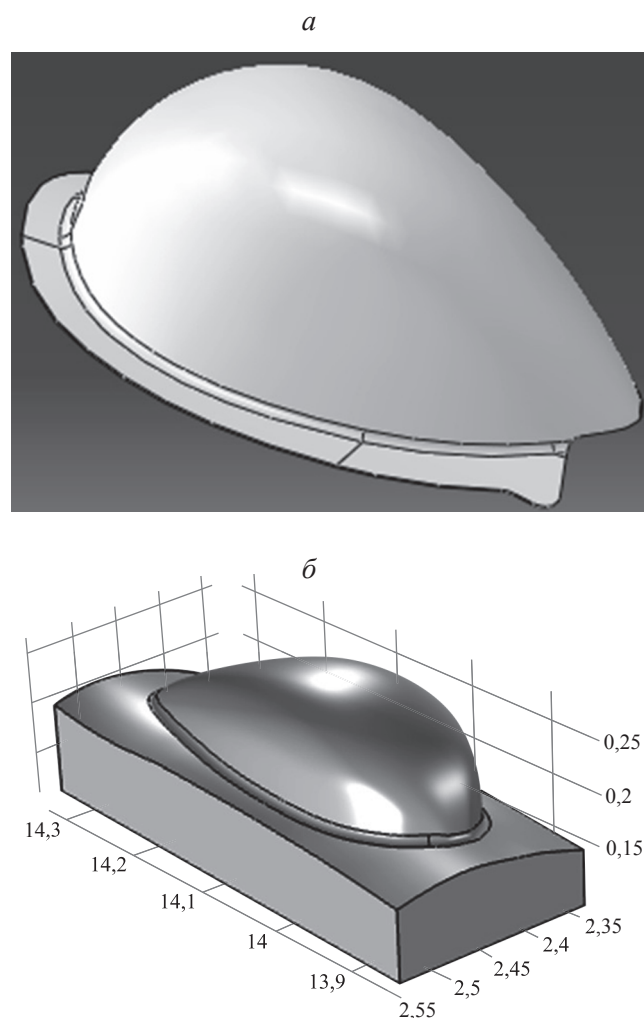
оболочек одинаковой геометрии, выполненных из квазиизотропного и трансверсально изотропного материалов, нагруженных найденным полем давлений. В предположении о слоистой структуре стенок оболочки, толщина которой может непрерывно меняться по ее поверхности, задача оптимизации была параметризована путем введения вспомогательной фиктивной сферы с варьируемыми координатами центра и радиусом, представляющими собой четыре переменных дизайна. Линия пересечения этой сферы с поверхностью оболочки определяет границу области, требующей повышения жесткости путем локального утолщения стенки. Для исключения локальной концентрации напряжений это утолщение задано гладкой функцией, определенной на поверхности оболочки. Алгоритм оптимизации выполнял прямой поиск внутри некоторой области четырехмерного пространства переменных дизайна при ограничениях на максимальную толщину стенок и вес конструкции, вызывая на каждом шаге конечно-элементную модель прямой задачи восстановления напряженно-деформированного состояния оболочки. Для оптимизированных конструкций обтекателя, выполненного из двух различных материалов, достигнуто снижение пикового значения энергии деформации от 7,5 до 8 раз, полной энергии деформации – на 60% при увеличении веса на 53%. При этом собственные частоты первых трех мод колебаний возросли в среднем на 10–18%. Отмечено различие оптимальных распределений толщины стенок оболочек из квазиизотропного и трансверсально изотропного материала.

В качестве технологического результата исследования для оболочки, выполненной из двух типов рассмотренных материалов, мы приводим распределения толщины их стенок, которые использованы для конструирования разверток препрега. На поверхность обеих оболочек были нанесены два семейства взаимно перпендикулярных геодезических линий, причем полюс введенной системы криволинейных координат располагался в самой высокой точке оболочки обтекателя. Распрямление радиально ориентированных линий позволило отобразить криволинейную поверхность на плоскость, получить развертку и схему выкладки слоев препрега.

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБДУВКИ ОБТЕКАТЕЛЯ В АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

Большинство авиационных обтекателей, выполненных из стекло- и углепластиков, имеет геометрию типа открытой тонкостенной оболочки, монтируемой на жесткую конструкцию фюзеляжа или крыла. Воздушные потоки действуют нестационарным полем давлений на поверхность обтекателя,

вызывая нежелательные либо недопустимые деформации, механические вибрации и шум. При определении интенсивности и пространственного распределения давления воздуха на поверхность оболочки мы пренебрегаем обратным действием ее деформируемой поверхности на обтекающие воздушные потоки, т. е. полагаем оболочку абсолютно жесткой и недеформируемой (рис. 1). Габаритные размеры оболочки предполагались малыми по сравнению с размерами конструкции, на которую она монтируется. В соответствии с этим допущением CAD-модель исследуемого обтекателя импортировалась встроенным конвертером системы конечно-элементного моделирования Comsol Multiphysics, и затем поверхность крепления обтекателя экструдировалась на расстояния, значительно превышающие размер самого обтекателя.



**Рис. 1.** Геометрия обтекателя, импортированная из CAD-модели (а), и ее преобразование в наружную поверхность трехмерного жесткого тела (б)

**Fig. 1.** Geometry of the cowl imported from CAD model (a) and its transformation to the external surface of stiff 3D body (b)



Прямая задача аэромеханики формулировалась с использованием усреднения уравнений Навье – Стокса по Рейнольдсу (RANS) [24]. Для описания явлений турбулентности применяли модель  $k$ - $\omega$ , которая дает более точное описание пристеночных сдвиговых потоков, чем модель  $k$ - $\varepsilon$ . Модель  $k$ - $\omega$  турбулентности вместе с двумя дополняющими уравнениями для турбулентной кинетической энергии  $k$  и удельной диссипации турбулентной кинетической энергии  $\omega$  замыкают RANS-уравнения, моделирующие перенос величин  $k$  и  $\omega$ :

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla k = \frac{1}{2} \mu_T (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)^2 + \nabla \cdot [(\mu + \sigma^* \mu_T) \nabla k] - \rho \beta^* k \omega \\ \rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{\alpha}{2} \mu_T \frac{\omega}{k} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)^2 + \nabla \cdot [(\mu + \sigma \mu_T) \nabla \omega] - \rho \chi \omega^2 \end{cases} \quad (1)$$

куда входят следующие константы и функции:

$$\alpha = \frac{13}{25}; \quad \beta = \beta_0 f_\beta; \quad \beta^* = \beta_0^* f_\beta; \quad \sigma = \frac{1}{2}; \quad \sigma^* = \frac{1}{2}, \quad (2)$$

$$\beta_0 = \frac{9}{125}; \quad f_\beta = \frac{1 + 70 \chi_\omega}{1 + 80 \chi_\omega}; \quad \chi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki}}{(\rho_0^* \omega)^3} \right|, \quad (3)$$

$$\beta_0^* = \frac{9}{100}; \quad f_{\beta^*} = \begin{cases} 1 & \chi_k \leq 0 \\ \frac{1 + 680 \chi_k^2}{1 + 400 \chi_k^2} & \chi_k > 0 \end{cases}; \quad \chi_k = \frac{1}{\omega^3} (\nabla k \cdot \nabla \omega). \quad (4)$$

Величины  $\Omega_{ij}$  и  $S_{ij}$  представляют собой усредненные тензоры скоростей вращения и деформации

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (5)$$

$\mu_T$  – турбулентная вязкость,

$$\mu_T = \rho \frac{k}{\omega}. \quad (6)$$

Для определения поля скоростей и распределения давлений по поверхности модели обтекателя в задаче турбулентного нестационарного обтекания скорость потока на входе аэродинамической трубы постепенно увеличивалась от нуля, достигая постоянного значения  $\sim 83$  м/с (300 км/час), соответствующего крейсерской скорости вертолета. В выходном сечении трубы принималось граничное условие равенства давления нулю  $p = 0$ , а на стенках оболочки обтекателя и аэродинамической трубы – в форме

$$\begin{cases} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0 \\ \mathbf{u}_{\text{tang}} = \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} \end{cases}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{n}$  – единичный вектор нормали в произвольной точке стенки (рис. 2).

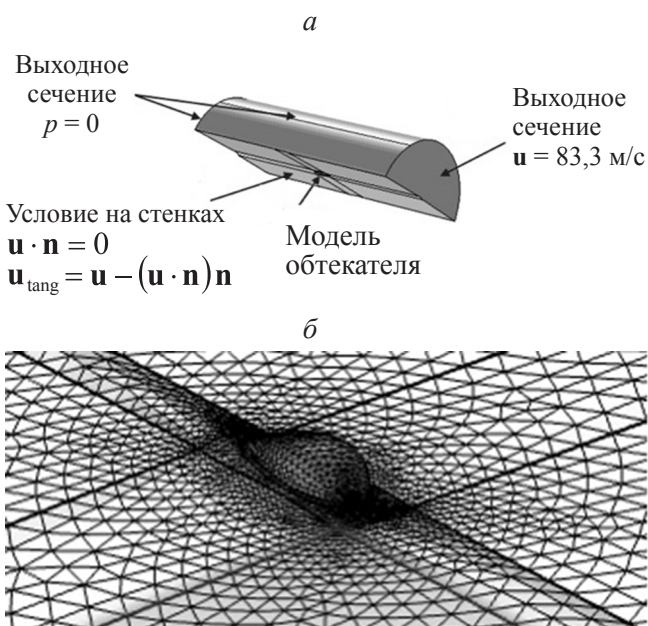


Рис. 2. Геометрия (а) и конечно-элементное разбиение (б) при виртуальной обдувке обтекателя в аэродинамической трубе  
Fig. 2. Geometry (a) and FE meshing (b) of the cowling at the virtual wind tunnel test

Модель обтекателя размещалась в аэродинамической трубе полукруглого сечения при различных ориентациях модели относительно воздушного потока, ориентированного вдоль оси трубы. Задача решалась при изменении этого угла с шагом  $2,5^\circ$  в диапазоне  $\pm 10^\circ$ . Пространственные распределения давлений, действующих на поверхность оболочки, сохранялись в текстовом файле для дальнейшей численной обработки. Конечно-элементная сетка области, занятой воздухом, содержала около 90 000 элементов в форме тетраэдра (см. рис. 2).

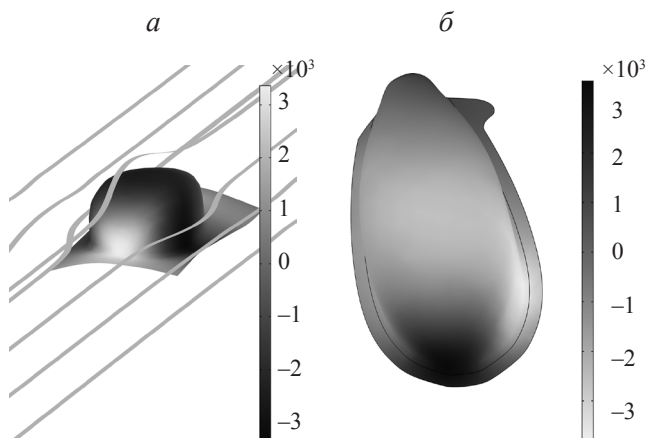


Рис. 3. Примеры карты линий тока (а) и распределение давлений по поверхности модели обтекателя (б)  
Fig. 3. The examples of streamlines map (a) and pressure distribution on the model surface (b)

В результате решения прямой задачи было установлено, что наиболее напряженный режим обтекания возникает при угле обдувки  $-10^\circ$ . Полученное при этом поле давлений (рис. 3) использовалось в дальнейшем при оптимизации конструкции обтекателя.

ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИИ  
ОБОЛОЧКИ ОБТЕКАТЕЛЯ

На этапе реконструкции напряженно-деформированного состояния оболочки обтекателя рассматривались два типа материалов с различной симметрией: изотропный, характеризующийся модулем Юнга  $E = 15$  ГПа и коэффициентом Пуассона  $\nu = 0,3$ , и трансверсально изотропный, матрица податливости которого представлена формулой (8), а численные значения ее элементов приведены в таблице 1. Структура матрицы упругих констант трансверсально изотропного материала приведена ниже. Плотность каждого материала принималась равной  $2200 \text{ кг/м}^3$ .

Таблица 1. Упругие свойства трансверсально изотропного материала

Table 1. Elastic properties of the transversely isotropic material

| Элемент матрицы податливости | Значение упругой константы |
|------------------------------|----------------------------|
| $E_{pl}$                     | 15 ГПа                     |
| $E_z$                        | 8 ГПа                      |
| $\nu_{pl}$                   | 0,8                        |
| $\nu_{plz}$                  | 0,25                       |
| $G_{plz}$ (межслойный)       | 3 ГПа                      |

$$\begin{pmatrix} 1/E_{pl} & -\nu_{pl}/E_{pl} & -\nu_{zpl}/E_z & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{pl}/E_{pl} & 1/E_{pl} & -\nu_{zpl}/E_z & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{plz}/E_{pl} & -\nu_{plz}/E_{pl} & 1/E_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{plz} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{plz} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{pl} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

В формуле (8) индексы  $pl$  и  $z$  относятся к плоскости трансропного материала и к нормали соответственно, а модуль сдвига в плоскости определяется соотношением  $G_{pl} = E_{pl}/2(1+\nu_{pl})$ .

Конечно-элементная формулировка прямой задачи линейной теории упругости для конструкций обтекателя из каждого исследуемого материала предполагала их моделирование упругой оболочкой, геометрия которой была импортирована из CAD-модели конструкции (рис. 4).

Полная энергия деформации оболочки, вычисляемая путем интегрирования при решении прямой

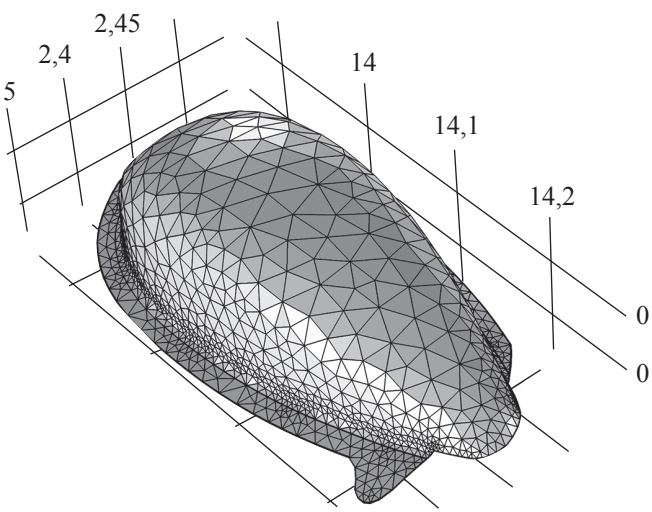
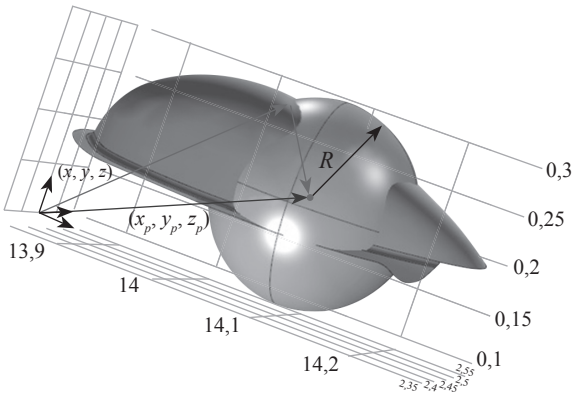


Рис. 4. Геометрия и конечно-элементное разбиение модели оптимизируемой конструкции обтекателя

Fig. 4. Model's geometry and finite element mesh at the solving of the forward problem for optimized cowling

задачи, когда оболочка нагружалась неоднородным полем давлений, определенным при угле обдувки  $-10^\circ$  на предыдущем этапе исследования, использовалась в качестве целевого критерия.

В связи с тем, что известные методы оптимизации топологии, такие как SIMP [18], ESO, BESO [19], продемонстрировали недостаточную стабильность и образование структур с явно выраженной и недопустимой дискретностью распределения толщины стенок, была предложена и реализована параметризация задачи, позволившая резко снизить размерность пространства переменных дизайна. Предложенный метод предполагал введение фиктивной сферы, линия пересечения которой с поверхностью оболочки ограничивает часть поверхности оболочки, подлежащую подкреплению (рис. 5).



Пространственное распределение варьируемой толщины оболочки описывалось гладкой функцией

четырех переменных дизайна  $K(x_p, y_p, z_p, R)$

$$\begin{cases} h = h_0(K + 1) \\ K = \begin{cases} 0, D > R \\ ((R - D)/R)^2 \end{cases} \\ D = \sqrt{(x - x_p)^2 + (y - y_p)^2 + (z - z_p)^2}, \end{cases} \quad (9)$$

где  $h_0 = 5$  мм – исходная толщина оболочки до выполнения оптимизации,  $x_p, y_p, z_p$  и  $R$  – координаты центра и радиус вспомогательной сферы соответственно.

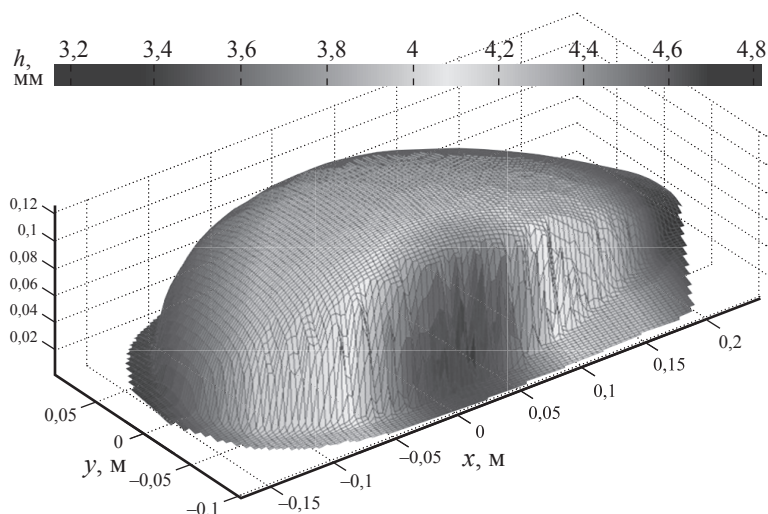
Процедура оптимизации была реализована средствами встроенного оптимайзера системы Comsol Multiphysics 5.1. В качестве исходных данных для запуска оптимизационного процесса использовались значения  $x_p^{opt}, y_p^{opt}, z_p^{opt}, R^{opt}$ , полученные в ранее выполненном исследовании [25]. В качестве ограничения выступал предельный вес оптимизированной оболочки, принятый равным 1 кг. Алгоритм продемонстрировал очень быструю сходимость – количество итераций не превышало 120.

Для оболочек, полученных в результате оптимизации, вычислялись максимальное напряжение Мизеса, полная и максимальная энергия деформации, а также собственные частоты первых трех мод колебаний. Результаты вычислений для оболочек, выполненных из изотропного и трансверсально изотропного материалов, представлены в таблице 2.

**Таблица 2.** Результаты оптимизации оболочки обтекателя, выполненного из изотропного и трансверсально изотропного материалов  
**Table 2.** Optimization results for the cowling made of isotropic and transversely isotropic materials

| Характеристика конструкции                          | Изотропный материал, исходная оболочка, толщина 2,5 мм | Изотропный материал, оптимизированная оболочка ( $x_p = 14,044$ ; $y_p = 2,376$ ; $z_p = 0,207$ ; $R = 0,474$ ) | Трансверсально изотропный материал, исходная оболочка, толщина 2,5 мм | Трансверсально изотропный материал, оптимизированная оболочка ( $x_p = 14,045$ ; $y_p = 2,354$ ; $z_p = 0,208$ ; $R = 0,512$ ) |
|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Масса, кг                                           | 0,652                                                  | 0,998 (+53%)                                                                                                    | 0,652                                                                 | 1 (+53,5%)                                                                                                                     |
| Максимальное напряжение Мизеса, МПа                 | 1,194                                                  | 0,4878 (–59%)                                                                                                   | 1,170                                                                 | 0,4715 (–61%)                                                                                                                  |
| Полная энергия деформации, мДж                      | 815                                                    | 349,8 (–57%)                                                                                                    | 823                                                                   | 356,9 (–57%)                                                                                                                   |
| Максимальная энергия деформации, кДж/м <sup>3</sup> | 18,756                                                 | 2,2079 (–88%)                                                                                                   | 18,125                                                                | 2,120 (–88%)                                                                                                                   |
| Первая собственная частота, Гц                      | 749,9                                                  | 831 (+11%)                                                                                                      | 746,82                                                                | 837,35 (+12%)                                                                                                                  |
| Вторая собственная частота, Гц                      | 1168,6                                                 | 1343 (+15%)                                                                                                     | 1165,8                                                                | 1332,7 (+14%)                                                                                                                  |
| Третья собственная частота, Гц                      | 1421,4                                                 | 1672,6 (+18%)                                                                                                   | 1417,1                                                                | 1662,5 (+17%)                                                                                                                  |

*Примечание.* В скобках указано изменение соответствующей величины в результате оптимизации.

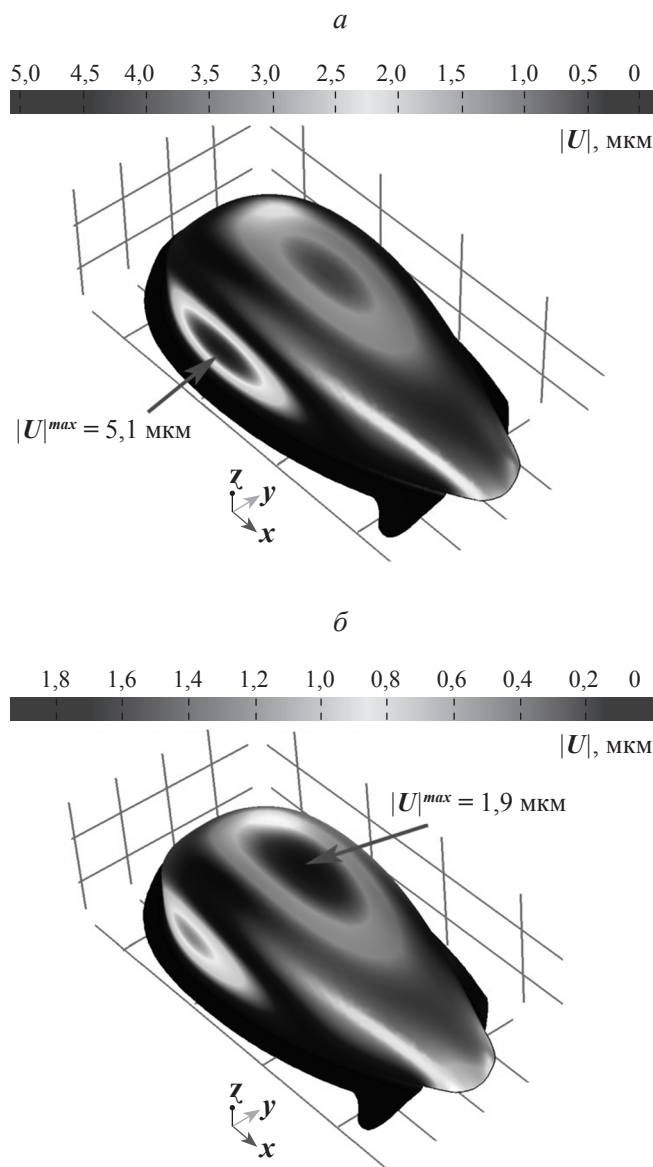


Пространственное изменение толщины оболочки в результате оптимизации иллюстрируется рисунком 6, где приведена цветовая шкала толщин.

**Рис. 6.** Пространственная вариация толщины оптимизированной оболочки, выполненной из трансверсально изотропного материала

**Fig. 6.** Optimized cowl wall thickness distribution made of transversely isotropic material

Локальное утолщение стенок обеих оптимизированных оболочек довольно сходно, оно приводит к изменению характера деформационных смещений и их уменьшению примерно в 3 раза под действием поля давлений со стороны воздушного потока (рис. 7).



**Рис. 7.** Изменение модуля деформационных смещений поверхности оболочки, выполненной из transversально изотропного материала

**Fig. 7.** Modification of the deformations of the cowl made of transversely isotropic material

Анализ значений характеристик конструкций обтекателя, приведенных в таблице 2, а также карт смещений на рис. 7, демонстрирует значительное снижение напряженности конструкции, изменение характера деформации под действием нагрузки и

повышение собственных частот. Важно отметить, что при повышении скорости набегающего потока величины давлений возрастают квадратично, при этом пропорционально возрастают сдвиговые деформации, зависящие от модуля межслойного сдвига. Этот факт подтверждает необходимость учета трансверсального характера анизотропии многослойных полимерных композитов при значительных деформациях, хотя и вводит дополнительные сложности расчетов по сравнению с традиционно используемым рассмотрением материала как квазиизотропного [5–8; 10].

### ДИЗАЙН ВЫКЛАДКИ ОПТИМИЗИРОВАННОЙ ОБОЛОЧКИ КОМПОЗИТНОГО ОБТЕКАТЕЛЯ

Целью этого этапа работы являлось построение развертки (выкройки) слоев препрега, подлежащего выкладке на форму с двойной кривизной. При отображении сложной поверхности на плоскость использовались предположения, сформулированные во введении, однако задача рационального проектирования вырезов не рассматривалась. Для конструирования развертки слоев препрега на поверхности оболочки были построены два семейства взаимно перпендикулярных геодезических линий. За начало введенных криволинейных координат  $(r, \varphi)$  была взята высшая точка обтекателя. Семейство радиальных геодезических линий было построено путем пересечения поверхности оболочки вертикальными плоскостями, проходящими через начало введенной системы координат и поворачиваемыми относительно вертикальной оси с угловым шагом  $\Delta\varphi = 5^\circ$ . Распрямление радиальных геодезических линий, необходимое для отображения поверхности оболочки на плоскость, производилось путем вычисления длин кривых  $z(x(r, \varphi), y(r, \varphi))$  по известной формуле

$$l(r, \varphi) = \int_r \sqrt{1 + (z'_r(r, \varphi))^2} dr, \quad (10)$$

где полярные координаты  $r, \varphi$  были определены в области, занятой оболочкой. Геометрия оболочки обтекателя, обеспечивающая ее снятие с формы, гарантировала однозначность функции  $z(r, \varphi)$  на поверхности оболочки. Этот факт позволил выполнить преобразование координат  $(r, \varphi) \rightarrow (l, \varphi)$  и выразить пространственное распределение толщины препрега в новых координатах  $h(r, \varphi) \rightarrow \tilde{h}(l, \varphi)$  функцией  $\tilde{h}(l, \varphi)$ , заданной на плоскости (рис. 8). Построение линий уровня этой функции с шагом, равным или кратным толщине одного слоя препрега, обеспечивает наглядное представление картины выкладки слоев препрега (рис. 9).



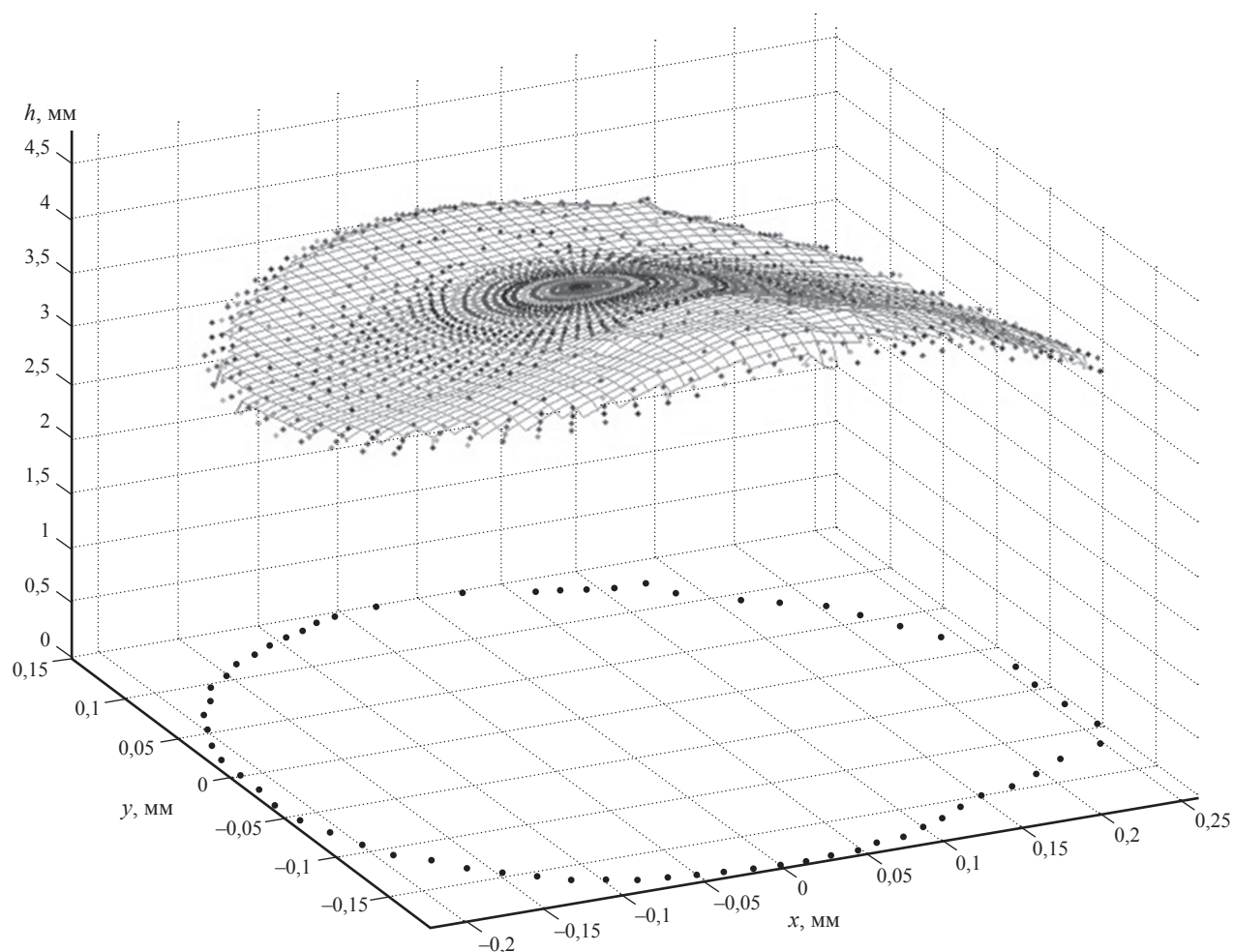


Рис. 8. Пространственное распределение толщины развертки препрега  
Fig. 8. Spatial thickness distribution within the straightened shell

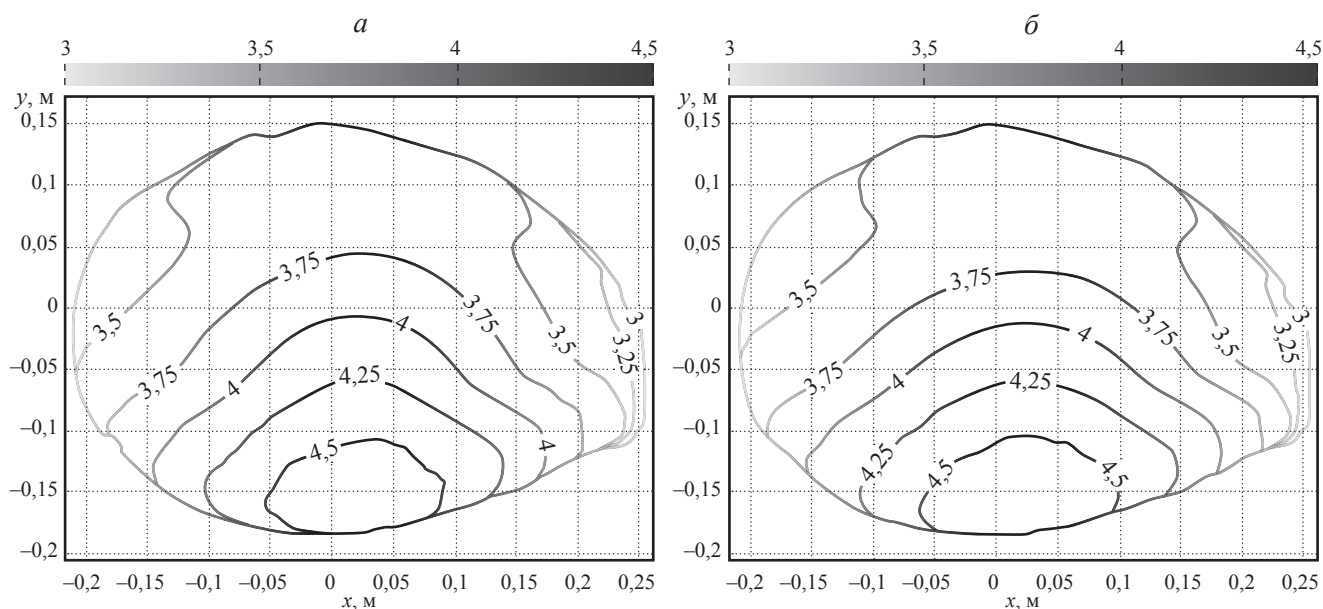


Рис. 9. Карта выкладки препрега для оптимизированных оболочек, выполненных из изотропного (а) и трансверсально изотропного (б) материалов  
Fig. 9. The flat pattern of lay-up for optimal cowling made of isotropic (a) and transversely isotropic (b) materials

Карта линий уровня на рис. 9 демонстрирует несколько большую площадь, занятую подкрепляющими слоями препрега для трансверсально изотропного материала. Полученные карты являются промежуточным результатом при разработке дизайна выкладки. На практике принято разделять подкрепляющие слои препрега полноразмерными, занимающими всю площадь выкладки. Эта процедура, которая обозначается в англоязычной литературе термином *shuffling* (перетасовка), может быть выполнена, если количество подкрепляющих слоев препрега в кратное число раз меньше числа слоев, формирующих внешний контур препрега. В рассматриваемом случае это условие выполняется: суммарная толщина подкрепляющих слоев в 2 раза меньше толщины препрега-основы.

Рассмотренный подход к проектированию выкладки препрега многослойного композита имеет частный характер, однако может быть эффективно применен для композитных конструкций типа выпуклых открытых оболочек с двойной кривизной.

## ВЫВОДЫ

В работе представлена методика оптимизации конструкции выпуклой оболочки. Разработанный подход включает в себя исследование аэродинамических характеристик оболочки и определение положения конструкции, в котором она подвергается наиболее напряженным состо-

яниям. Полученное в результате моделирования распределение поля давления по внешней поверхности оболочки затем используется для численного решения задачи механики нагруженной конструкции, которая является квазиизотропной. Для оптимизации жесткости (и уменьшения полной энергии деформации) оболочки предложено изменение конструкции путем локального увеличения толщины ее стенок. В качестве параметров дизайна используются координаты центра и величина радиуса сферы, которая при пересечении с оболочкой формирует область с увеличенной толщиной стенки. Встроенный в Comsol оптимизационный алгоритм необходим для многократного решения конечно-элементной модели при варьируемых параметрах, при ограничении веса конструкции. Оптимальное решение демонстрирует уменьшение полной энергии деформации в 2,5 раза, снижение максимального значения напряжения по фон Мизесу на 60%, рост на 12–17% значений первых шести собственных частот. Получена карта выкладки препрега, которая может быть использована для производства композитных листов, накладываемых на криволинейную поверхность форм.

Выполненное исследование поддержано Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 15-08-00849) и Российской академией наук (проект № 0256-2015-0074).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ (REFERENCES)

- Ostergaard M.G., Ibbotson A.R., Le Roux O., Prior A.M. 2011. Virtual testing of aircraft structures. *CEAS Aeronautical Journal*. 1: 83–103. doi 10.1007/s13272-011-0004-x
- Zhou M., Fleury R., Kemp M. 2011. *Optimization of composite: Recent advances and application*. Available at: [www.altairproductdesign.com](http://www.altairproductdesign.com) (accessed June 2016).
- Rao J.S. 2015. Advances in aero structures. In: *ICOVP-2015. Proceedings of the Intern Conf*. Guwahaty, India. P. 20.
- Jones R.M. 1998. *Mechanics of Composite Materials*. Philadelphia, Taylor & Francis, Inc: 519 p.
- Staab G.H. 1999. *Laminar Composites*. Wobum, MA, Butterworth-Heinemann: 314 p.
- Baker A., Dutton S., Kelly D. 2004. *Composite Materials for Aircraft Structures*. Virginia, AIAA Eds.: 597 p.
- Yancey R.N., Stefanovic M. 2013. A Practical Method to Meet the Composite Optimization Challenge. Available at [www.altairproductdesign.com](http://www.altairproductdesign.com) (accessed June 2016).
- Kress G. 2001. Design Criteria. In: *Composites. ASM Handbook*. Vol. 21. ASM International. Materials Park, OH. P. 857–871.
- Meske R., Sauter J., Zeynel G. 2015. Recent improvements in topology and shape optimization and the integration into the virtual product development process. In: *Advances in Shape and Topology Optimization, Proceedings of Intern. Workshop*. P. 12.
- Gillet A., Francescato P., Saffre P. 2010. Single- and Multi-objective Optimization of Composite Structures: The Influence of Design Variables. *Journal of Composite Materials*. 44(4): 457–480. doi: 10.1177/0021998309344931
- Kaynak C., Akgül T. 2002. Open Mould Processes. In: *Handbook of Composite Fabrication*. Edited by G. Akovali. Shawbury, UK, RAPRA Technology Ltd. P. 196.
- Cumming W.D. et al. 2001. Multidirectional Tape Prepregs. In: *Composites. ASM Handbook*. Vol. 21. ASM International Materials Park, OH. P. 146–169.
- Thomas H.L., Zhou M., Shyy Y.K., Pagaldipti N. 2000. Practical Aspects of Commercial Composite Topology

- Optimization Software Development. In: *Topology Optimization of Structures and Composite Continua*. Edited by G.I.N. Rozvany and N. Olhoff. Dordrecht; Boston; London, Kluwer Academic Publishers: 269–278.
14. Guillermin O. 2001. Computer-Aided Design and Manufacturing. In: *Composites. ASM Handbook*. Vol. 21. ASM International Materials Park, OH. P. 883–899.
  15. Vosniakos G.-C., Maroulis T., Pantelis D. 2007. A method for optimizing process parameters in layer-based rapid prototyping. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*. 221(8): 1329–1340. doi: 10.1243/09544054JEM815
  16. Rastogi N. 2001. Finite Element Analysis. In: *Composites. ASM Handbook*. Vol. 21. ASM International Materials Park, OH. P. 780–813.
  17. Querin O.M., Steven G.P., Xie Y.M. Advances in Evolutionary Structural Optimization: 1992–2000. In: *Topology Optimization of Structures and Composite Continua*. Edited by G.I.N. Rozvany and N. Olhoff. Dordrecht; Boston; London, Kluwer Academic Publishers: 269–278.
  18. Bendsoe M.P. and Sigmund O. 2004. *Topology Optimization. Theory, Methods and Applications*. 2nd ed. Berlin, Springer. P. 370.
  19. Huang X. and Xie Y.M. 2010. *Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures: Methods and Applications*. Chichester, UK, John Wiley & Sons. P. 220.
  20. Gyan S., Ganguli R. and Naik G.N. 2012. Damage-tolerant design optimization of laminated composite structures using dispersion of ply angles by genetic algorithm. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 31 (12). P. 799–814. doi: 10.1177/0731684412448104
  21. Shevtsov S., et al. 2014. Dynamics of Power High-Stroke Flexensional PZT Actuator with Optimized Shell. Numerical and Experimental Study. In: *EURODYN-2014 Proceedings of the European Conference on Structural Dynamics*. Porto, Portugal. P. 1631–1638.
  22. Taylor J.E. 2000. A Formulation for Optimal Structural Design with Optimal Materials. In: *Topology Optimization of Structures and Composite Continua*. Edited by Rozvany G.I.N. and Olhoff N., Dordrecht, Boston, London, Kluwer Academic Publishers. P. 49–55.
  23. Oganessian P., Zhilyaev I., Shevtsov S., and Wu J.-K.. 2015. Optimized Design of the Wind Turbine's Composite Blade to Flatten the Stress Distribution in the Mounting Areas. In: *The Latest Methods of Construction Design*. Edited by Dynybyl V. Switzerland, Springer Eds. P. 335–341. doi: 10.1007/978-3-319-22762-7\_50.
  24. Wilkes J.O. 2012. *Fluid Mechanics for Chemical Engineers with Microfluidics and CFD*. 2nd ed. International Series in the Physical and Chemical Engineering Sciences. Westford, MA, Prentice Hall. 754 p.
  25. Shevtsov S., Zhilyaev I., Oganessian P., Axenov V. 2016. Optimization of Wall Thickness and Lay-Up for the Shell-Like Composite Structure Loaded by Non-Uniform Pressure Field. In: *Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace, Engineering, Proceedings of Intern. Conf. La Rochelle, France*. P. 10.

Поступила 21.03.2016