

УДК 539.3
DOI: 10.23885/2500-0640-2018-14-1-3-10

МЕТОД БЛОЧНОГО ЭЛЕМЕНТА И НОВЫЙ ТИП ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ, КОТОРЫЕ МОЖНО ПРОГНОЗИРОВАТЬ

© 2018 г. Академик В.А. Бабешко¹, О.В. Евдокимова¹, О.М. Бабешко²

Аннотация. Рассмотрена проблема прогнозирования недавно установленного нового типа землетрясений, названных стартовыми. Они возникают в коре Земли в момент полного сближения литосферных плит. Их происхождение связано с концентрацией контактных напряжений под ними. Задача рассматривается в предположении, что литосферные плиты и слоистые основания под ними являются линейно упругими. Слоистые основания моделируются трехмерными телами, в то время как литосферные плиты, в соответствии с масштабами Земли, пластинами Кирхгофа. В работе исследована концентрация напряжений под плитами для разных взаимных положений при их сближении торцами. Рассмотрены случаи наличия расстояния между плитами и его отсутствия. Получаемый результат недоступен методу конечного элемента и другим численным методам, опирающимся на использование интеграла энергии, что показано в работе. Топологический метод блочного элемента в настоящей работе применен в варианте, отличном от использованного в более ранних работах авторов, где вводились локальные системы координат, усложняющие изложение исследования. В настоящей работе изложение дано в единой системе координат, что делает метод более доступным для применения к другим задачам. С помощью этого подхода также выявляется сингулярная концентрация контактных напряжений, совпадающая с ранее полученной, но более доступная для анализа. На основании этого результата обоснован подход, позволяющий прогнозировать место, время и интенсивность землетрясения, а также условия, обеспечивающие реализацию прогноза.

Ключевые слова: блочный элемент, топология, методы интегральной и дифференциальной факторизации, внешние формы.

METHOD OF BLOCK ELEMENT AND NEW EARTHQUAKE TYPE, WHICH CAN BE FORECASTED

Academician RAS V.A. Babeshko¹, O.V. Evdokimova¹, O.M. Babeshko²

Abstract. The problem of forecasting the recently established new type of earthquakes, called “starting”, is considered. They occur in the Earth crust at the moment of complete convergence of lithospheric plates. Their origin is associated with the concentration of contact stresses below them. The problem is considered under assumption that the lithospheric plates and the layered substrates below them are linearly elastic. Layered substrates are modeled by three-dimensional bodies, while lithospheric plates, according to the scale of the Earth – by plates of Kirchhoff. In this paper, we study the concentration of stresses under the plates for different mutual positions when they are brought together by the ends. The cases of the presence of a distance between plates and its absence are considered. For example, the obtained result is not available for the finite element method and other numerical methods based on the use of the energy integral, as shown in the paper. The topological method of the block element in this paper is applied in a variant which is different from the one used in the earlier works of the authors. Previously the local coordinate systems used to make the presentation of the study more complicated. In this paper, the presentation is given in the unified coordinate system, which

¹ Южный научный центр Российской академии наук (Southern Scientific Centre, Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344006, г. Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41, e-mail: babeshko41@mail.ru

² Кубанский государственный университет (Kuban State University, Krasnodar, Russian Federation), Российская Федерация, 350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149

makes the method more accessible for application to other purposes. This approach also reveals a singular concentration of contact stresses that coincides with the previously obtained one but which is more traceable. An approach that allows predicting the location, time and intensity of an earthquake, as well as the conditions that ensure the implementation of the forecast is discussed on the basis of this result.

Keywords: block element, topology, integral and differential factorization methods, exterior forms.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование, описываемое в настоящей статье, было проведено методом блочного элемента, разработанного в Южном научном центре Российской академии наук [1; 2]. Этот метод, являющийся дополнением к другим численным и аналитическим методам, позволил в определенной степени достичь прогресса в изучении возможности прогнозирования землетрясений. С его помощью был выявлен новый тип землетрясений и объяснены известные явления, их сопровождающие [3; 4]. До появления этого метода было много нареканий в адрес метода конечного элемента по поводу того, что он не всегда точен, погрешность растет с уменьшением размеров конечных элементов. Высказывались мнения, что метод наряду с неспособностью решать граничные задачи в неограниченных областях не может правильно описывать функции, содержащие интегрируемые особенности [2]. В то же время это один из универсальных численных методов, для применения которого разработаны многочисленные прикладные программы, применимые в разных областях. Примером может служить программный комплекс «COMSOL». В работах [1; 2] был предложен новый подход, названный методом блочного элемента. Его создание было продиктовано не только стремлением дополнить метод конечного элемента, но также и требованиями сейсмологии, пришедшей со временем к модели блочного строения коры Земли, уточняющей слоистую модель. Теория блочных структур, состоящих из деформируемых блоков сложной формы, по-разному взаимодействующих на границах между собой, совершенно не разработана. Комплекс «COMSOL» содержит раздел программ Bodies, однако, как будет объяснено ниже, эти программы оказываются не способными правильно описывать решения для некоторых типов граничных задач даже для простой блочной структуры, состоящей из трех классических блоков. Как раз этот класс граничных задач оказывается доступным для исследования и решения методом блочного элемента.

ПОСТАНОВКА ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ

Будем считать, что литосферные плиты представляют полуплоскости с параллельными границами, удаленные друг от друга на расстояние 2θ , и находятся на некотором линейно деформируемом основании (рис. 1). Литосферные плиты моделируются пластинами Кирхгофа. Считаем, что пространство между разнотипными плитами является пустым, а на торцах плит действуют внешние силы, направленные по правилу внешних векторов. Введена, в отличие от локальных, одна система координат x_1, x_2, x_3 с началом в плоскости x_1, x_2 , совпадающей со срединной плоскостью пластин и осью ox_3 , направленной вверх по нормали к пластине, осью ox_1 , направленной по касательной к границе разлома, осью ox_2 – по нормали к границе левой плиты. Область, занятая левой плитой, обозначается λ и описывается соотношениями $|x_1| \leq \infty$, $|x_2| \leq -\theta$, а занятая правой – индексом r и координатами $|x_1| \leq \infty$, $\theta \leq x_2$. Будем исходить из того, что литосферные плиты крайне медленно движутся.

Уравнения Кирхгофа для фрагментов b покрытия, $b = \lambda, r$, занимающих области Ω_b с граница-

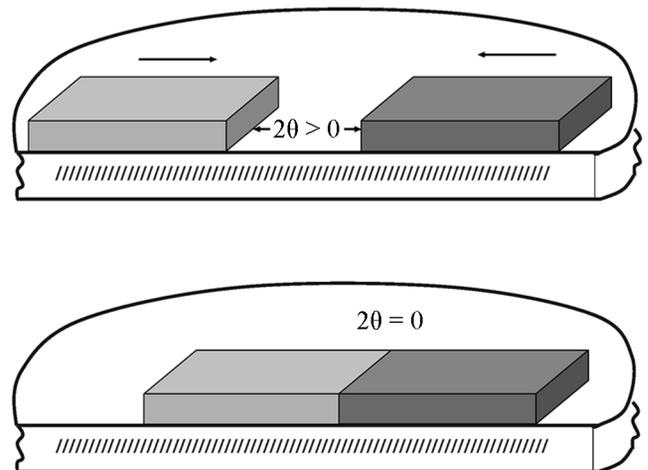


Рис. 1. Схема встречного движения литосферных плит по границе Конрада.

Fig. 1. Scheme of lithospheric plates counter motion along the Conrad discontinuity.

ми $\partial\Omega_b$, при вертикальных статических воздействиях напряжением t_{3b} сверху и g_{3b} снизу имеют вид:

$$\mathbf{R}_b(\partial x_1, \partial x_2)u_{3b} + \varepsilon_{53b}(t_{3b} - g_{3b}) \equiv \\ \equiv \left(\frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} \right) u_{3b} + \\ + \varepsilon_{53b}(t_{3b} - g_{3b}) = 0,$$

$$\mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} \equiv R_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} \equiv \\ \equiv (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 U_{3b},$$

$$U_{3b} = \mathbf{F}_2 u_{3b}, \quad G_{3b} = \mathbf{F}_2 g_{3b},$$

$$T_{3b} = \mathbf{F}_2 t_{3b}, \quad b = \lambda, r,$$

$$M_b = -D_{b1} \left(\frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} + \nu_b \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} \right) = f_{3b}(\partial\Omega_b), \quad (1)$$

$$D_{b1} = \frac{D_b}{H^2}, \quad D_{b2} = \frac{D_b}{H^3},$$

$$Q_b = -D_{b2} \left(\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} + (2 - \nu_b) \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2} \right) = \\ = f_{4b}(\partial\Omega_b),$$

$$u_{3b} = f_{1b}(\partial\Omega_b), \quad \frac{\partial u_{3b}}{H \partial x_2} = f_{2b}(\partial\Omega_b),$$

$$D_b = \frac{E_b h_b^3}{12(1 - \nu_b^2)}, \quad \varepsilon_{53b} = \frac{(1 - \nu_b^2) 12 H^4}{E_b h_b^3},$$

$$\varepsilon_6^{-1} = \frac{(1 - \nu) H}{\mu}.$$

Связь между граничными напряжениями и перемещениями на поверхности упругой многослойной среды, на которой находятся плиты, имеет вид:

$$u_{3m}(x_1, x_2) = \varepsilon_6^{-1} \sum_{n=1}^2 \iint_{\Omega_n} k(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) \times \\ \times g_{3n}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2,$$

$$x_1, x_2 \in \Omega_m, \quad m = \lambda, r, \theta,$$

$$\Omega_\lambda (|x_1| \leq \infty; \quad x_2 \leq -\theta),$$

$$\Omega_r (|x_1| \leq \infty; \quad \theta \leq x_2), \quad \Omega_\theta (|x_1| \leq \infty;$$

$$-\theta \leq x_2 \leq \theta), \quad n = \lambda, r,$$

$$k(x_1, x_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)} d\alpha_1 d\alpha_2,$$

$$K(\alpha_1, \alpha_2) \rightarrow C|u|^{-1} [1 + O(u^{-1})],$$

$$u \rightarrow \infty, \quad u = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}.$$

M_b и Q_b – изгибающий момент и перерезывающая сила в системе координат x_1, x_2 ; h_b – толщины пластин; H – размерный параметр подложки, например толщина слоя; E_b, ν_b – модули Юнга и коэффициенты Пуассона материалов плит; μ, ν – модули сдвига и коэффициент Пуассона материала основания; $\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)$ и $\mathbf{F}_1 \equiv \mathbf{F}_1(\alpha_1)$ – двумерный и одномерный операторы преобразования Фурье соответственно.

МЕТОД БЛОЧНОГО ЭЛЕМЕНТА ИССЛЕДОВАНИЯ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ

Метод блочного элемента имеет топологическую основу и опирается на факторизационные подходы, разработанные в работе [5].

Алгоритм метода блочного элемента, применяемого к граничной задаче для систем дифференциальных уравнений в частных производных с постоянными коэффициентами, включает следующие действия [1–3]: введение топологической структуры в области задания граничной задачи, что позволяет рассматривать блок как многообразии с краем; построение касательного расслоения границы многообразия и погружение методом внешней алгебры системы дифференциальных уравнений в топологическую структуру, преобразующую дифференциальные уравнения в функциональные с матричным коэффициентом и внешними формами. Следующим шагом является реализация «внешнего анализа», названного так авторами комплекса перечисленных ниже действий. Это осуществление дифференциальной факторизации коэффициента функционального уравнения и переход от внешней алгебры к анализу внешних форм, включающему вычисление формы-вычета Лере, осуществление автоморфизма и построение псевдодифференциальных уравнений.

Касательное расслоение границы многообразия требует введения локальных координат в граничных покрытиях, что усложняет построения. В настоящей работе, в отличие от такого подхода, все построение проводится в единой, абсолютной системе координат ox_1, x_2, x_3 , описанной выше.

Функциональные уравнения граничной задачи (1) можно представить в виде [2] с изменениями,

связанными с отказом от локальных систем координат:

$$\begin{aligned} R_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} &\equiv (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 U_{3b} = \\ &= - \int_{\partial\Omega_b} \omega_b - \varepsilon_{53b} S_{3b}(\alpha_1, \alpha_2), \\ S_{3b}(\alpha_1, \alpha_2) &= \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)(t_{3b} - g_{3b}), \\ & \quad b = \lambda, r. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ω_b – участвующие в представлении внешние формы – имеют вид:

$$\begin{aligned} \omega_b &= e^{i(\alpha, x)} \left\{ - \left[\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} - i\alpha_2 \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} - \right. \right. \\ & \quad - \alpha_2^2 \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_2} + i\alpha_2^3 u_{3b} + 2 \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2} - \\ & \quad \left. \left. - 2i\alpha_2 \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} \right] dx_1 + \right. \\ & \quad \left. + \left[\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^3} - i\alpha_1 \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} - \alpha_1^2 \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_1} + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + i\alpha_1^3 u_{3b} \right] dx_2 \right\}, \quad b = \lambda, \\ \omega_b &= -e^{i(\alpha, x)} \left\{ - \left[\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} - i\alpha_2 \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} - \right. \right. \\ & \quad - \alpha_2^2 \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_2} + i\alpha_2^3 u_{3b} + 2 \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2} - \\ & \quad \left. \left. - 2i\alpha_2 \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} \right] dx_1 + \right. \\ & \quad \left. + \left[\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^3} - i\alpha_1 \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} - \alpha_1^2 \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_1} + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + i\alpha_1^3 u_{3b} \right] dx_2 \right\}, \quad b = r. \end{aligned}$$

Вычислив формы-вычеты Лере, в том числе двукратные, псевдодифференциальные уравнения граничной задачи с учетом принятых обозначений и системы координат можем представить для пластин $b = \lambda, r$ в виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1^\lambda) \left\langle - \int_{\partial\Omega_\lambda} \left\{ i\alpha_{2-} D_{\lambda 1}^{-1} M_\lambda - \right. \right. \\ \left. \left. - D_{\lambda 2}^{-1} Q_\lambda - (\alpha_{2-}^2 + \nu_\lambda \alpha_1^2) \frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2} + \right. \right. \\ \left. \left. + i\alpha_{2-} \left[\alpha_{2-}^2 + (2 - \nu_\lambda) \alpha_1^2 \right] u_{3\lambda} \right\} e^{i\alpha_1 x_1} dx_1 + \right. \\ \left. + \varepsilon_{53\lambda} S'_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}) \right\rangle = 0, \\ \alpha_{2-} - i\sqrt{\alpha_1^2}, \quad \xi_1^\lambda \in \partial\Omega_\lambda, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1^\lambda) \left\langle - \int_{\partial\Omega_\lambda} \left\{ iD_{\lambda 1}^{-1} M_\lambda - 2\alpha_{2-} \frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2} + \right. \right. \\ \left. \left. + i \left[3\alpha_{2-}^2 + (2 - \nu_\lambda) \alpha_1^2 \right] u_{3\lambda} \right\} e^{i\alpha_1 x_1} dx_1 + \right. \\ \left. + \varepsilon_{53\lambda} S'_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}) \right\rangle = 0, \\ \xi_1^\lambda \in \partial\Omega_\lambda, \\ \partial\Omega_\lambda = \{-\infty \leq x_1 \leq \infty, \quad x_2 = -\theta\}. \end{aligned}$$

Соответственно, для правой пластины:

$$\begin{aligned} -\mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1^r) \left\langle - \int_{\partial\Omega_r} \left\{ i\alpha_{2+} D_{r 1}^{-1} M_r - D_{r 2}^{-1} Q_r - \right. \right. \\ \left. \left. - (\alpha_{2+}^2 + \nu_r \alpha_1^2) \frac{\partial u_{3r}}{\partial x_2} + \right. \right. \\ \left. \left. + i\alpha_{2+} \left[\alpha_{2+}^2 + (2 - \nu_r) \alpha_1^2 \right] u_{3r} \right\} e^{i\alpha_1 x_1} dx_1 - \right. \\ \left. - \varepsilon_{53r} S'_{3r}(\alpha_1, \alpha_{2+}) \right\rangle = 0, \\ \alpha_{2+} = i\sqrt{\alpha_1^2}, \quad \xi_1^r \in \partial\Omega_r, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} -\mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1^r) \left\langle - \int_{\partial\Omega_r} \left\{ iD_{r 1}^{-1} M_r - 2\alpha_{2+} \frac{\partial u_{3r}}{\partial x_2} + \right. \right. \\ \left. \left. + i \left[3\alpha_{2+}^2 + (2 - \nu_r) \alpha_1^2 \right] u_{3r} \right\} e^{i\alpha_1 x_1} dx_1 - \right. \\ \left. - \varepsilon_{53r} S'_{3r}(\alpha_1, \alpha_{2+}) \right\rangle = 0, \\ \xi_1^r \in \partial\Omega_r, \quad \partial\Omega_r = \{-\infty \leq x_1 \leq \infty, \quad x_2 = \theta\}. \end{aligned}$$

Производная вычисляется по параметру α_2 . Введем следующую систему обозначений, основываясь на (3) и (4):

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_\lambda &= \{y_{1\lambda}, y_{2\lambda}\}, \quad \mathbf{Z}_\lambda = \{z_{1\lambda}, z_{2\lambda}\}, \\ \mathbf{Y}_r &= \{y_{1r}, y_{2r}\}, \quad \mathbf{Z}_r = \{z_{1r}, z_{2r}\}, \\ \mathbf{F}_1 g &= \mathbf{F}_1(\alpha_1)g, \quad \mathbf{F}_2 g = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)g, \\ y_{1\lambda} &= D_\lambda^{-1} \mathbf{F}_1 M_\lambda, \quad y_{2\lambda} = D_\lambda^{-1} \mathbf{F}_1 Q_\lambda, \\ y_{1r} &= -D_r^{-1} \mathbf{F}_1 M_r, \quad y_{2r} = -D_r^{-1} \mathbf{F}_1 Q_r, \end{aligned}$$

$$z_{1\lambda} = \mathbf{F}_1 \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_2^\lambda}, \quad z_{2\lambda} = \mathbf{F}_1 u_\lambda,$$

$$z_{1r} = -\mathbf{F}_1 \frac{\partial u_r}{\partial x_2^r}, \quad z_{2r} = -\mathbf{F}_1 u_r,$$

$$\mathbf{K}_\lambda = \{k_{1\lambda}, k_{2\lambda}\}, \quad \mathbf{K}_r = \{k_{1r}, k_{2r}\},$$

$$k_{1\lambda} = \varepsilon_{53\lambda} \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_{2-})(t_\lambda - g_\lambda) = \varepsilon_{53\lambda} S_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}),$$

$$k_{2\lambda} = \varepsilon_{53\lambda} S'_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}),$$

$$\begin{aligned} k_{1r} &= \varepsilon_{53r} \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_{2+})(t_\lambda - g_\lambda) = \\ &= \varepsilon_{53r} S_{3r}(\alpha_1, \alpha_{2+}), \\ k_{2r} &= \varepsilon_{53r} S'_{3r}(\alpha_1, \alpha_{2+}). \end{aligned}$$

В результате псевдодифференциальные уравнения для этого случая можно переписать в виде системы алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} -i\alpha_{2-}y_{1\lambda} + y_{2\lambda} + (\alpha_{2-}^2 + v_\lambda\alpha_1^2)z_{1\lambda} - \\ -i\alpha_{2-}[\alpha_{2-}^2 + (2 - v_\lambda)\alpha_1^2]z_{2\lambda} + k_{1\lambda} = 0, \\ -iy_{1\lambda} + 2\alpha_{2-}z_{1\lambda} - i[3\alpha_{2-}^2 + \\ + (2 - v_\lambda)\alpha_1^2]z_{2\lambda} + k_{2\lambda} = 0, \\ -i\alpha_{2+}y_{1r} + y_{2r} + (\alpha_{2+}^2 + v_r\alpha_1^2)z_{1r} - \\ -i\alpha_{2+}[\alpha_{2+}^2 + (2 - v_r)\alpha_1^2]z_{2r} + k_{1r} = 0, \\ -iy_{1r} + 2\alpha_{2+}z_{1r} - i[3\alpha_{2+}^2 + \\ + (2 - v_r)\alpha_1^2]z_{2r} + k_{2r} = 0. \end{aligned}$$

В матричной форме система имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_\lambda \mathbf{Y}_\lambda + \mathbf{B}_\lambda \mathbf{Z}_\lambda + \mathbf{K}_\lambda &= 0, \\ \mathbf{A}_r \mathbf{Y}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{Z}_r + \mathbf{K}_r &= 0. \end{aligned}$$

Изучается тот случай, когда перерезывающие силы и изгибающие моменты равны нулю. В этом случае решения получившихся уравнений легко находятся:

$$\mathbf{Z}_\lambda = -\mathbf{B}_\lambda^{-1}\mathbf{K}_\lambda, \quad \mathbf{Z}_r = -\mathbf{B}_r^{-1}\mathbf{K}_r,$$

$$\begin{aligned} (-1 + v_\lambda)\alpha_1^2 z_{1\lambda} - i\alpha_{2-}[(1 - v_\lambda)\alpha_1^2]z_{2\lambda} &= -k_{1\lambda}, \\ 2\alpha_{2-}z_{1\lambda} + i[(1 + v_\lambda)\alpha_1^2]z_{2\lambda} &= -k_{2\lambda}, \\ (-1 + v_r)\alpha_1^2 z_{1r} - i\alpha_{2+}[(1 - v_r)\alpha_1^2]z_{2r} &= -k_{1r}, \\ 2\alpha_{2+}z_{1r} + i[(1 + v_r)\alpha_1^2]z_{2r} &= -k_{2r}, \\ \Delta_{\lambda 0} &= -i(1 - v_\lambda)(3 + v_\lambda)\alpha_1^4, \\ \Delta_{r 0} &= -i(1 - v_r)(3 + v_r)\alpha_1^4, \\ z_{1\lambda} &= \frac{i\alpha_1^2[-(1 + v_\lambda)k_{1\lambda} - (1 - v_\lambda)k_{2\lambda}\alpha_{2-}]}{\Delta_{\lambda 0}}, \\ z_{2\lambda} &= \frac{2\alpha_{2-}k_{1\lambda} + (1 - v_\lambda)\alpha_1^2 k_{2\lambda}}{\Delta_{\lambda 0}}, \\ z_{1r} &= \frac{i\alpha_1^2[-(1 + v_r)k_{1r} - (1 - v_r)k_{2r}\alpha_{2-}]}{\Delta_{r 0}}, \\ z_{2r} &= \frac{2\alpha_{2+}k_{1r} + (1 - v_r)\alpha_1^2 k_{2r}}{\Delta_{r 0}}. \end{aligned}$$

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И СВОЙСТВА ИХ РЕШЕНИЙ

Внося найденные соотношения в выражения для внешних форм в (2), (3), (4) и осуществив сопряжение пластин с основанием, будем иметь два типа функциональных уравнений для $\theta > 0$ и $\theta = 0$, положив $G_{3r} = G^+$, $G_{3\lambda} = G^-$.

$$\begin{aligned} [\varepsilon_{53r}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} + \varepsilon_6^{-1}K_1(\alpha_1, \alpha_2)] \times \\ \times G^+(\alpha_1, \alpha_2) = -[\varepsilon_{53\lambda}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} + \\ + \varepsilon_6^{-1}K_1(\alpha_1, \alpha_2)]G^-(\alpha_1, \alpha_2) + U_{30}(\alpha_1, \alpha_2) + \\ + (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2}[A_\lambda k_{1\lambda} + B_\lambda k_{2\lambda} + A_r k_{1r} + B_r k_{2r} + \\ + \varepsilon_{53\lambda}T^+(\alpha_1, \alpha_2) + \varepsilon_{53r}T^-(\alpha_1, \alpha_2)] \quad \theta > 0, \end{aligned}$$

$$U_{30}(\alpha_1, \alpha_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\theta} u_3(x_1, x_2) e^{i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)} dx_1 dx_2,$$

$$\begin{aligned} [\varepsilon_{53r}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} + \varepsilon_6^{-1}K_1(\alpha_1, \alpha_2)]G^+(\alpha_1, \alpha_2) = \\ = -[\varepsilon_{53\lambda}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} + \varepsilon_6^{-1}K_1(\alpha_1, \alpha_2)]G^-(\alpha_1, \alpha_2) + \\ + (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2}[A_\lambda k_{1\lambda} + B_\lambda k_{2\lambda} + A_r k_{1r} + \\ + B_r k_{2r} + \varepsilon_{53\lambda}T^+(\alpha_1, \alpha_2) + \\ + \varepsilon_{53r}T^-(\alpha_1, \alpha_2)] \quad \theta = 0. \end{aligned}$$

При $\theta \rightarrow 0$, то есть когда плиты сближаются, первое уравнение непрерывно переходит во второе. Получили два разных типа функциональных уравнений Винера – Хопфа. Первый – обобщенные функциональные уравнения Винера – Хопфа, в связи с присутствием функции $U_{30}(\alpha_1, \alpha_2)$. Первое решается изложенным в работе [6] обращением системы двух интегральных уравнений второго рода с вполне непрерывными операторами вида:

$$\begin{aligned} X^+ - \left\{ -\frac{M_1^+}{M_2^-} Y^- e^{-i2\alpha_2\theta} \right\}^+ &= \\ &= \left\{ \frac{1}{M_2^-} \Phi e^{-i\alpha_2\theta} \right\}^+, \\ Y^- + \left\{ \frac{M_2^-}{M_1^+} X^+ e^{i2\alpha_2\theta} \right\}^- &= \\ &= \left\{ \frac{1}{M_1^+} \Phi e^{i\alpha_2\theta} \right\}^-, \\ M_1 &= M_1^+ M_1^-, \quad M_2 = M_2^+ M_2^-, \\ M_2^+ G^+ &= X^+, \quad M_1^- G^- = Y^-. \end{aligned}$$

Здесь приняты обозначения, использованные в работе [7].

В процессе решения функционального уравнения приходится определять функционалы $G_+(\alpha_1, \alpha_{2-})$, $G_-(\alpha_1, \alpha_{2+})$, $G'_+(\alpha_1, \alpha_{2+})$, $G'_-(\alpha_1, \alpha_{2-})$ из системы алгебраических уравнений [2]. Последнее выполняется следующим образом. Построенные решения обладают следующей структурой:

$$\begin{aligned} G_+(\alpha_1, \alpha_2) &= C_{1+}(\alpha_1, \alpha_2)G_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ C_{2+}(\alpha_1, \alpha_2)G_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) + \\ &+ C_{3+}(\alpha_1, \alpha_2)G'_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ C_{4+}(\alpha_1, \alpha_2)G'_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) + C_{5+}(\alpha_1, \alpha_2), \\ G_-(\alpha_1, \alpha_2) &= C_{1-}(\alpha_1, \alpha_2)G_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ C_{2-}(\alpha_1, \alpha_2)G_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) + \\ &+ C_{1-}(\alpha_1, \alpha_2)G'_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ C_{2-}(\alpha_1, \alpha_2)G'_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) + C_{3-}(\alpha_1, \alpha_2). \end{aligned}$$

Здесь функции $C_{n+}(\alpha_1, \alpha_2)$, $C_{n-}(\alpha_1, \alpha_2)$, $n = 1, 2, 3$ являются непрерывно дифференцируемыми, известными. Продифференцируем первое и второе уравнения по α_2 . Функции $G_+(\alpha_1, \alpha_{2-})$, $G_-(\alpha_1, \alpha_{2+})$, $G'_+(\alpha_1, \alpha_{2+})$, $G'_-(\alpha_1, \alpha_{2-})$ требуется определить. Для их определения положим в первом уравнении и в продифференцированном $\alpha_2 = \alpha_{2+}$, а во втором и в продифференцированном уравнении $\alpha_2 = \alpha_{2-}$. Получается система уравнений вида:

$$\begin{aligned} G_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) &= C_{1+}(\alpha_1, \alpha_{2+})G_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ C_{2+}(\alpha_1, \alpha_2)G_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) + \\ &+ C_{3+}(\alpha_1, \alpha_2)G'_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ C_{4+}(\alpha_1, \alpha_2)G'_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) + C_{5+}(\alpha_1, \alpha_2), \\ G_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) &= C_{1-}(\alpha_1, \alpha_{2-})G_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ C_{2-}(\alpha_1, \alpha_{2-})G_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) + \\ &+ C_{1-}(\alpha_1, \alpha_{2-})G'_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ C_{2-}(\alpha_1, \alpha_{2-})G'_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) + C_{3-}(\alpha_1, \alpha_{2-}), \\ G'_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) &= C_{1+}'(\alpha_1, \alpha_{2+})G_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ C_{2+}'(\alpha_1, \alpha_{2+})G_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) + \\ &+ C_{3+}'(\alpha_1, \alpha_{2+})G'_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ C_{4+}'(\alpha_1, \alpha_{2+})G'_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) + C_{5+}'(\alpha_1, \alpha_2), \\ G'_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) &= C_{1-}'(\alpha_1, \alpha_{2-})G_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ C_{2-}'(\alpha_1, \alpha_2)G_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) + \\ &+ C_{1-}'(\alpha_1, \alpha_{2-})G'_+(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \\ &+ C_{2-}'(\alpha_1, \alpha_{2-})G'_-(\alpha_1, \alpha_{2-}) + C_{3-}'(\alpha_1, \alpha_{2-}). \end{aligned}$$

Это замкнутая система четырех уравнений с четырьмя неизвестными для определения всех выше-

перечисленных неизвестных, решив которую, находим искомые функционалы и функции решения. Внесение найденных решений в соотношения (2) дает возможность полностью определить напряженно-деформированное состояние рассматриваемой блочной структуры.

При исследовании решения первого уравнения доказано, что для $\theta > 0$ имеют место следующие свойства контактных напряжений между пластинами и подложкой:

$$\begin{aligned} g_{3\lambda}(x_1, x_2) &= \sigma_{1\lambda}(x_1, x_2)(-x_2 - \theta)^{-1/2}, \quad x_2 < -\theta, \\ g_{3\lambda}(x_1, x_2) &= \sigma_{1r}(x_1, x_2)(x_2 - \theta)^{-1/2}, \quad x_2 > \theta. \end{aligned}$$

Здесь $\sigma_{1b}(x_1, x_2)$, $b = \lambda, r$ непрерывные по обоим координатам функции для достаточно гладких t_{3b} , $b = \lambda, r$ [8].

Обращение второго уравнения при $\theta = 0$ строится традиционным методом Винера – Хопфа [6] и приводит при $x_2 \rightarrow 0$ к следующим свойствам решений:

$$\begin{aligned} g_{3\lambda}(x_1, x_2) &\rightarrow \sigma_{2\lambda}(x_1, x_2)x_2^{-1} + \sigma_{3\lambda}(x_1, x_2)\ln|x_2|, \\ g_{3r}(x_1, x_2) &\rightarrow \sigma_{2r}(x_1, x_2)x_2^{-1} + \sigma_{3r}(x_1, x_2)\ln|x_2|. \end{aligned} \quad (5)$$

Функции $\sigma_{nb}(x_1, x_2)$, $b = \lambda, r$; $n = 2, 3$ непрерывны по обоим параметрам.

Наличие сингулярной и логарифмической особенностей свидетельствует о риске стартового землетрясения.

ПОВЕДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ДЕЙСТВИИ РАЗНЫХ КОНЦЕНТРАЦИЙ НАПРЯЖЕНИЙ

Изучим поведение поверхности среды, формируемой сингулярной концентрацией контактных напряжений, вызывающих стартовое землетрясение.

Рассмотрим случай сингулярной особенности в контактных напряжениях $q(x_1, x_2) = g_{3\lambda}(x_1, x_2) + g_{3r}(x_1, x_2)$ после применения преобразования Фурье по параметру x_1 , которые принимают вид:

$$\begin{aligned} q_1(\alpha_1, x_2) &= q_2(\alpha_1, x_2)x_2^{-1}, \\ q_2(\alpha_1, x_2) &= \sigma_{2\lambda 1}(\alpha_1, x_2) + \sigma_{2r 1}(\alpha_1, x_2), \\ q_1(\alpha_1, x_2) &= F_1(\alpha_1)q(x_1, x_2). \end{aligned}$$

В силу непрерывности коэффициентов $\sigma_{nb}(x_1, x_2)$, $b = \lambda, r$; $n = 2, 3$ с целью изучения деформации поверхности основания в зоне особенностей контактных напряжений положим

$$q_0(\alpha_1, x_2) \approx q_2(\alpha_1, 0)x_2^{-1}, \quad |x_2| < 1.$$

Подчеркнем, что приведенное поведение контактных напряжений справедливо только в окрестности нуля, на бесконечности контактные напряжения экспоненциально убывают при ограниченных носителях функций внешних нагрузок $t_{3b}(x_1, x_2)$.

Его двумерное интегральное преобразование Фурье имеет представление:

$$Q(\alpha_1, \alpha_2) = q_2(\alpha_1, 0) \frac{1}{2i} \operatorname{sgn} \alpha_2.$$

Для выявления влияния особенностей в контактных напряжениях под литосферными плитами на деформацию поверхности основания, передаваемую и литосферным плитам, воспользуемся представлением интегрального уравнения контактной задачи после применения преобразования Фурье по параметру x_1 , в виде

$$w(\alpha_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(\alpha_1, \alpha_2) Q(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i\alpha_2 x} d\alpha_2,$$

$$K(\alpha_1, \alpha_2) = O\left(\alpha_2^{-1}\right), \quad \alpha_2 \rightarrow \infty.$$

Функция $K(\alpha_1, \alpha_2)$ является четной и непрерывной по обоим переменным.

Внося в интегральное уравнение преобразование Фурье сингулярной особенности, получаем, опустив коэффициент перед особенностью вида:

$$w(\alpha_1, x_2) \approx -\frac{1}{4} \operatorname{sgn} x_2.$$

Построенные по полученным формулам теоретические деформации и сдвиги поверхности Земли совпадают с примерами деформаций и сдвигов, случившихся после некоторых реальных землетрясений.

ВЫВОДЫ

1. Разработанный метод блочного элемента является дополнением к методу конечного элемента. Он берет на себя изучение либо тех задач, которые недоступны для исследования методом конечного элемента, либо тех, где последний неэффективен. Примером подобной граничной задачи, недоступной для исследования методом конечного элемента, является рассмотренная в настоящей работе. Причина состоит в том, что метод конечного элемента

при использовании требует существования конечного интеграла энергии. В настоящей граничной задаче он бесконечен в связи с наличием в контактных напряжениях сингулярной особенности.

2. Блочная структура, представляющая кору Земли, является изменяющейся структурой, способной трансформироваться в огромное количество геометрических форм за счет передвижений блоков, не обязательно сцепленных друг с другом. В связи с этим в зоне эпицентра возможно формирование таких расположений блоков в блочной структуре, которые могут по-разному влиять на характер контактных напряжений. Поэтому контактные напряжения способны возникать в любом сочетании из представленных формулой (5).

Когда плиты сблизились, $\theta = 0$, но не слились, сохраняя заданные на торцах граничные условия, в зоне между ними в контактных напряжениях возникают концентрации напряжений, описываемые функцией x_2^{-1} . Может осуществляться разрушение как основания, так и литосферных плит, причем либо отдельно каждого блока, отдельных сочетаний из трех, либо одновременно всех. Оно может происходить в результате воздействия первой концентрации напряжений в формуле (5), второй концентрацией напряжений в этой формуле либо при совместном воздействии обеих концентраций контактных напряжений одновременно. По мнению авторов, именно этот набор сочетаний приводит к возникновению форшоков, шоков и афтершоков.

3. После ряда реально происходивших землетрясений форма поверхности Земли приобрела вид, совпадающий с расчетным. Имеются основания предположить, что это результат проявления нового, не описанного типа землетрясений, названных стартовыми. Таким образом, в теории сейсмических исследований открывается возможность выделить и описать этот тип землетрясений. В связи с осуществимостью прогнозирования таких землетрясений можно минимизировать ущерб от них, прежде всего защитив жизни людей.

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации госзадания ЮНЦ РАН, № госрегистрации проекта 01201354241, а также грантов РФФИ, проекты 16-41-230218, 16-48-230216.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

REFERENCES

1. Бабешко В.А., Бабешко О.М., Евдокимова О.В. 2009. К теории блочного элемента. *Доклады Академии наук*. 427(2): 183–186.
2. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. 2016. The Theory of the Starting Earthquake. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества*. 1(2): 37–80.
3. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. 2017. Action of the semi-infinite plates on the elastic layer. *Procedia IUTAM*. 20: 50–55. doi: 10.1016/j.piutam.2017.03.007
4. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. 2016. О свойствах стартовых землетрясений. *Доклады Академии наук*. 467(5): 530–533. doi: 10.7868/S0869565216110086
5. Wiener N., Hopf E. 1931. Über eine Klasse singulärer Integralgleichungen. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin, Phys.-Math. Kl.* 30/32: 696–706.
6. Ворович И.И., Бабешко В.А. 1979. *Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей*. М., Наука: 320 с.
7. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. 2016. Стартовое землетрясение при гармонических воздействиях. *Доклады Академии наук*. 471(1): 37–40. doi: 10.7868/S0869565216310091
8. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. 2017. О стартовых землетрясениях при горизонтальных воздействиях. *Доклады Академии наук*. 474(4): 427–431. doi: 10.7868/S0869565217040065
1. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. 2009. On the Theory of a Block Element. *Doklady Physics*. 54(7): 329–332. doi: 10.1134/S1028335809070064
2. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. 2016. The Theory of the Starting Earthquake. *Ecological Bulletin of Research Centers of the Black Sea Economic Cooperation*. 1(2): 37–80.
3. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. 2017. Action of the semi-infinite plates on the elastic layer. *Procedia IUTAM*. 20: 50–55. doi: 10.1016/j.piutam.2017.03.007
4. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. 2016. Properties of “Started” Earthquake. *Doklady Physics*. 61(4): 188–191. doi: 10.1134/S1028335816040054
5. Wiener N., Hopf E. 1931. Über eine Klasse singulärer Integralgleichungen. *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin, Phys.-Math. Kl.* 30/32: 696–706.
6. Vorovich I.I., Babeshko V.A. 1979. *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey*. [Dynamic mixed problems of theory of elasticity for nonclassical domains]. Moscow, Nauka: 320 p. (In Russian).
7. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. 2016. A Starting Earthquake with Harmonic Effects. *Doklady Physics*. 61(11): 551–554. doi: 10.1134/S1028335816110021
8. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M. 2017. Starting Earthquake under Horizontal Action. *Doklady Physics*. 62(6): 302–305. doi: 10.1134/S1028335817060015

Поступила 22.09.2017