

УДК 539.3

О МОДЕЛИРОВАНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТОНКОПЛЕНОЧНЫХ ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ

© 2015 г. М.О. Леви^{1,2}, Г.Ю. Леви^{1,2},
П.Е. Тимошенко¹, А.В. Панькин¹, Д.А. Татарков¹, А.С. Богомолов¹

Поступила 06.08.2015

Рассмотрена динамическая связанная задача о гармонических колебаниях электроупругой слоисто-неоднородной среды под действием осциллирующей механической или электрической нагрузки при различных электрических условиях на ее границах. Среда представляет собой два слоя. Верхний слой выполнен из оксида титаната бария $BaTiO_3$, нижний слой выполнен из оксида магния MgO . На верхней границе слоя оксида титаната бария задана электрическая нагрузка в виде двух осциллирующих электродов, колебания которых являются устоявшимися. Характер распространения волн в среде соответствует условиям распространения волн Рэлея. Граничные условия между слоями предполагают полное сцепление. Нижняя граница среды имеет механическое защемление, электрический потенциал и индукция равны нулю. Заряды на электродах равны по величине, но различны по знаку. Аналитически построена функция Грина двухслойной электроупругой среды.

Получены и сравнены дисперсионные кривые для различных граничных условий и материалов двумя методами вычислений – аналитическим и методом конечных элементов. С использованием метода конечных элементов построены графики полей механических смещений, электрической напряженности и распределения потенциалов в двухслойной среде. Проанализированы достоинства и недостатки метода конечных элементов относительно аналитического метода в рамках данной задачи.

Ключевые слова: электроупругость, сегнетоэлектрики, функция Грина, конечно-элементное моделирование, гетероструктуры.

ВВЕДЕНИЕ

Акустоэлектронные радиокомпоненты на поверхностных акустических волнах (ПАВ) представляют наиболее перспективный класс устройств аналоговой обработки сигналов в реальном масштабе времени в широком диапазоне частот. Перспективы в развитии акустоэлектроники также связаны с интенсивным развитием СВЧ-техники в направлении повышения рабочей частоты. В традиционных элементах, использующих ПАВ, повышение центральной частоты рабочей полосы частот достигается двумя способами [1] – использованием звукопроводящей подложки с более высоким значением скорости звука и уменьшением геометрических раз-

меров (ширины зазора и электрода) излучающего и приемного встречно-штыревого преобразователя (ВШП). Оба эти способа имеют естественные ограничения: фиксированная скорость звука в подложке и большие технологические трудности получения литографическим методом зазоров шириной менее 0,5 мкм.

Повышение качества сегнетоэлектрических пленок, обладающих высоким коэффициентом электромеханической связи [2], способствует выдвигению их в качестве альтернативных материалов для реализации устройств обработки сигналов на ПАВ, для которых требуются большая широкополосность, высокие рабочие частоты и возможность электронной перестройки частоты.

Для возбуждения и детектирования ПАВ в сегнетоэлектрике применяют ВШП, состоящий из плоских параллельных металлических электродов, расположенных на поверхности пьезоэлектрического материала и попеременно соединенных друг с другом через общие шины. Эффективность генерации и детектирования ПАВ максимальна, когда период ВШП совпадает с половиной длины акустической волны. При этом ПАВ будут распространяться

¹ Южный научный центр Российской академии наук (Southern Scientific Centre, Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344006, г. Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41; e-mail: mlevi@mindonline.ru.

² НИИ механики и прикладной математики им. И.И. Ворovich Южного федерального университета (Vorovich Research Institute of Mechanics and Applied Mathematics, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, д. 200/1, e-mail: moderx@mail.ru.

в двух противоположных направлениях, что может приводить к недопустимым потерям энергии. Для уменьшения потерь энергии применяют сложные геометрические формы ВШП, что дополнительно усложняет моделирование такой системы. Кроме того, необходимо учитывать механические параметры ВШП, влияющие на условия распространения и параметры ПАВ.

1. КРАЕВАЯ ЗАДАЧА О КОЛЕБАНИЯХ ЭЛЕКТРОУПРУГОЙ СРЕДЫ

Рассматривается электроупругая среда, которая представляет собой два слоя – $h_1 < x_3 \leq h_2$, $0 < x_3 \leq h_1$ ($n = 1, 2$). Слои выполнены из материала ромбической сингонии класса $2mm$. Колебания в теле инициируются осциллирующей нагрузкой $\mathbf{q}(x_1, t) = \mathbf{q}_0 e^{-i\omega t}$ ($\mathbf{q}_0 = \{q_1, q_3, q_4\}$, здесь q_1 и q_3 – компоненты вектора механических напряжений вдоль x_1 и x_3 соответственно, $q_4 = -g$, g – плотность распределения электрического заряда), распределенной в области $|x_1| \leq a$. Вне этой области поверхность свободна от механических напряжений.

Краевая задача о колебаниях n -го слоя электроупругой среды описывается уравнениями движения и квазистатическими уравнениями Максвелла [3; 4]:

$$\nabla \cdot \mathbf{T}^{(n)} = \rho^{(n)} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^{(n)}}{\partial t^2}, \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}^{(n)} = 0. \quad (1.2)$$

Здесь $\mathbf{u}^{(n)} = \{u_1^{(n)}, u_3^{(n)}, u_4^{(n)}\}$ – расширенный вектор среды ($u_1^{(n)}$ и $u_3^{(n)}$ – компоненты вектора механических смещений вдоль x_1 и x_3 соответственно, $u_4^{(n)} = \varphi$ – электрический потенциал). В матричном представлении систему (1.1)–(1.2) можно записать в виде

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}^{(n)} \\ \mathbf{D}^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^{(n)} & -\mathbf{e}^{(n)} \\ \mathbf{e}^{T(n)} & \boldsymbol{\varepsilon}^{(n)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{S}^{(n)} \\ \mathbf{E}^{(n)} \end{bmatrix}, \quad (1.3)$$

где $\mathbf{T}^{(n)}$ и $\mathbf{S}^{(n)}$ – тензоры напряжения и деформации второго порядка, $\mathbf{D}^{(n)}$ – вектор электрической индукции, $\mathbf{E}^{(n)}$ – вектор напряженности электрического поля ($E_i = -\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} = -\frac{\partial u_4}{\partial x_i}$), $\mathbf{c}^{(n)}$, $\mathbf{e}^{(n)}$, $\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}$ – тензоры упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических коэффициентов.

Перейдем к безразмерным параметрам, используя формулы

$$\omega' = \frac{\omega h^{(n)}}{V_{se}^{(n)}}, \quad e'_{ij}{}^{(n)} = \frac{e_{ij}^{(n)} k_e}{c_{44}^{(0)}}, \quad \varepsilon'_{ij}{}^{(n)} = \varepsilon_{ij}^{(n)} k_e^2 / c_{44}^{(0)}.$$

Здесь $V_{se}^{(n)}$ – скорость сдвиговой волны в n -м слое электроупругой среды, k_e – специальные безразмерные константы. Линейные параметры отнесены к суммарной высоте двух верхних слоев, плотности – к плотности полупространства. Поскольку колебания предполагаются установившимися, происходящими по гармоническому закону, все функции представляются в виде $F = F_0 \exp(-i\omega' t)$. Здесь и ниже, где это не приведет к неоднозначности математического описания, будут опущены временной множитель и штрихи у безразмерных величин.

2. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Далее рассмотрим следующие граничные условия [5; 6]:

$$x_3 = h_2: \begin{cases} T_{31}^{(1)} = \begin{cases} q_1(x_1), & |x_1| \leq a, \\ 0, & |x_1| > a, \end{cases} \\ D_3^{(1)} = \begin{cases} q_4(x_1), & |x_1| \leq a, \\ 0, & |x_1| > a, \end{cases} \end{cases}$$

$$T_{33}^{(1)} = \begin{cases} q_3(x_1), & |x_1| \leq a, \\ 0, & |x_1| > a, \end{cases}$$

$$x_3 = h_1: \begin{cases} T_{31}^{(2)} = T_{31}^{(1)}, & \begin{cases} T_{33}^{(2)} = T_{33}^{(1)}, \\ D_3^{(2)} = D_3^{(1)}, \end{cases} \\ u_1^{(2)} = u_1^{(1)}, & \begin{cases} u_3^{(2)} = u_3^{(1)}, \\ u_4^{(2)} = u_4^{(1)}, \end{cases} \end{cases}$$

$$x_3 = 0: u_1^{(2)} = 0, \quad u_3^{(2)} = 0, \quad u_4^{(2)} = 0. \quad (2.1)$$

Граничные условия в трансформантах Фурье примут следующий вид [6; 7]

– на поверхности $x_3 = h_2$:

$$T_{31}^{(1)} = c_{55}^{(1)} (U_{3,1}^{(1)} + U_{1,3}^{(1)}) + e_{15}^{(1)} U_{4,1}^{(1)} + f_{15}^{(1)} U_{5,1}^{(1)} = 0, \quad (2.2)$$

$$T_{33}^{(1)} = c_{13}^{(1)} U_{1,1}^{(1)} + c_{33}^{(1)} U_{3,3}^{(1)} + e_{33}^{(1)} U_{4,3}^{(1)} + f_{33}^{(1)} U_{5,3}^{(1)} = 0, \quad (2.3)$$

$$D_3^{(1)} = e_{31}^{(1)} U_{1,1}^{(1)} + e_{33}^{(1)} U_{3,3}^{(1)} - \varepsilon_{33}^{(1)} U_{4,1}^{(1)} - g_{33}^{(1)} U_{5,3}^{(1)} = 0; \quad (2.4)$$

– на поверхности $x_3 = h_1$:

$$T_{31}^{(2)} = T_{31}^{(1)}, \quad T_{33}^{(2)} = T_{33}^{(1)}, \quad U_3^{(2)} = U_3^{(1)},$$

$$U_1^{(2)} = U_1^{(1)}, \quad D_3^{(2)} = D_3^{(1)}, \quad U_4^{(2)} = U_4^{(1)}; \quad (2.5)$$

– на поверхности $x_3 = 0$:

$$U_1^{(2)} = 0, \quad U_3^{(2)} = 0, \quad U_4^{(2)} = 0. \quad (2.6)$$

Решение краевой задачи в образах Фурье будем искать в виде ($p = 1, 2, m = 3, 4$) [8]

$$U_1^{(p)}(\alpha, x_3) = -i\alpha \sum_{k=1}^3 y_{1k}^{(p)} [c_k^{(p)} \operatorname{sh} \sigma_k^{(p)} x_3 + c_{k+3}^{(p)} \operatorname{ch} \sigma_k^{(p)} x_3], \quad (2.7)$$

$$U_m^{(p)}(\alpha, x_3) = \sum_{k=1}^3 y_{mk}^{(p)} [c_k^{(p)} \operatorname{ch} \sigma_k^{(p)} x_3 + c_{k+3}^{(p)} \operatorname{sh} \sigma_k^{(p)} x_3].$$

Подставляя (2.7) в (2.2)–(2.6), получим систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов $c_k^{(n)}$ [8]:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{C} = \mathbf{Q},$$

где $\mathbf{C} = \{c_1, c_2, c_3, \dots, c_{12}\}$ – вектор искомых коэффициентов, $\mathbf{Q} = \{Q_1, Q_3, Q_4, 0, \dots, 0\}$ – вектор нагрузок.

Неизвестные $y_{pk}^{(n)}$ удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} (-\alpha^2 c_{11}^{(n)} + c_{55}^{(n)} \sigma_k^{(n)^2 + \rho^{(n)} \omega^2) y_{1k} + (c_{13}^{(n)} + c_{55}^{(n)}) \sigma_k^{(n)} y_{3k} + (e_{31}^{(n)} + e_{15}^{(n)}) \sigma_k^{(n)} y_{4k} = 0, \\ (c_{13}^{(n)} + c_{55}^{(n)} (-\alpha^2 \sigma_k^{(n)}) y_{1k} + (-\alpha^2 c_{55}^{(n)} + c_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)^2 + \rho^{(n)} \omega^2) y_{3k} + (e_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)^2 - \alpha^2 e_{15}^{(n)}) y_{4k} = 0, \\ (e_{31}^{(n)} + e_{15}^{(n)}) (-\alpha^2 \sigma_k^{(n)}) y_{1k} + (e_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)^2 - \alpha^2 e_{15}^{(n)}) y_{3k} + (\alpha^2 \varepsilon_{11}^{(n)} - \varepsilon_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)^2) y_{4k} = 0. \end{cases} \quad (2.8)$$

Решение краевой задачи (1.1), (1.2), (2.1) имеет вид [8]

$$\mathbf{u}(x_1, x_3) = \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a \mathbf{k}(x_1 - \xi, x_3, \omega) \mathbf{q}(\xi) d\xi, \quad (2.9)$$

$$\mathbf{k}(s, x_3, \omega) = \int_{\Gamma} \mathbf{K}(\alpha_1, x_3, \omega) e^{-i\alpha_1 s} d\alpha_1.$$

Элементы матрицы-функции $\mathbf{K}(\alpha_1, x_3, \omega) = \| \| K_{mn} \| \|_{m, n=1,3,4}$ определяются выражениями:

$$K_{1j}^{(n)} = -i\alpha_1 \Delta_0^{-1} \sum_{k=1}^3 y_{1k}^{(n)} (\Delta_{j, k+6*(n-1)} \operatorname{sh} \sigma_k^{(n)} x_3 +$$

$$+ \Delta_{j, k+6*(n-1)+4} \operatorname{ch} \sigma_k^{(n)} x_3), \quad (2.10)$$

$$K_{mj}^{(n)} = \Delta_0^{-1} \sum_{k=1}^3 y_{mk}^{(n)} (\Delta_{j, k+6*(n-1)} \operatorname{ch} \sigma_k^{(n)} x_3 + \Delta_{j, k+6*(n-1)+4} \operatorname{sh} \sigma_k^{(n)} x_3), \quad m = 3, 4, \quad n = 1, 2. \quad (2.11)$$

Здесь Δ_0, Δ_{jk} представляют собой определитель дисперсионной матрицы \mathbf{A} и алгебраическое дополнение ее элемента с номером jk соответственно. Параметры $\sigma_k^{(n)}$ определяются из характеристического уравнения

$$\begin{vmatrix} -\alpha^2 c_{11}^{(n)} + c_{55}^{(n)} \sigma_k^{(n)^2 + \rho^{(n)} \omega^2 & (c_{13}^{(n)} + c_{55}^{(n)}) \sigma_k^{(n)} & (e_{31}^{(n)} + e_{15}^{(n)}) \sigma_k^{(n)} \\ (c_{13}^{(n)} + c_{55}^{(n)}) (-\alpha^2 \sigma_k^{(n)}) & -\alpha^2 c_{55}^{(n)} + c_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)^2 + \rho^{(n)} \omega^2 & -\alpha^2 e_{15}^{(n)} + e_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)^2} \\ (e_{31}^{(n)} + e_{15}^{(n)}) (-\alpha^2 \sigma_k^{(n)}) & -\alpha^2 e_{15}^{(n)} + e_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)^2} & \alpha^2 \varepsilon_{11}^{(n)} - \varepsilon_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)^2} \end{vmatrix} = 0. \quad (2.12)$$

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПЛЕНКАХ

Проведем сравнение аналитического подхода к решению уравнений движения и моделирования динамических процессов в электроупругой среде методом конечных элементов (МКЭ).

Применим встречно-штыревой преобразователь, состоящий из плоских параллельных алюминиевых электродов (Ω_3, Ω_4), расположенных на поверхности пьезоэлектрического материала и попеременно соединенных друг с другом через общие шины,

для возбуждения и детектирования ПАВ (рис. 1) в пленке титаната бария (ВТ) (область Ω_1 на рис. 1) на подложке из оксида магния (Ω_2).

Рассматривается двухмерная задача однопортового резонатора в декартовых координатах x_1, x_3 . Поверхностные волны распространяются в обоих направлениях вдоль координаты x_1 , а x_3 – направление их затухания. Положим, что параметры волн не зависят от координаты x_2 , направленной от наблюдателя и не показанной на рис. 1. Ввиду анизотропии свойств сегнетоэлектрического материала существуют все три компоненты механических смещений, которые обозначим как $u_i, i = 1, 2, 3$ (со-

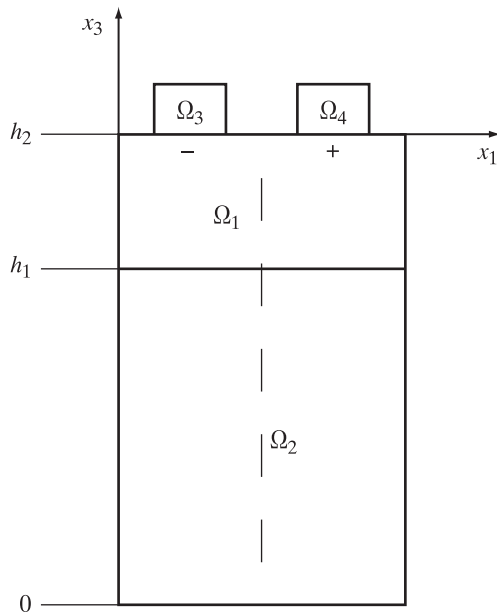


Рис. 1. Расчетная область, содержащая одиночный каскад встречно-штыревого преобразователя (ВШП)

Fig. 1. The computational domain comprising a single stage of interdigital transducers

ответственно в направлении осей x_1 , x_2 и x_3). Также для описания электрического поля введем электрический потенциал u_4 . Используя эти переменные, можно определить все механические и электрические параметры в квазистатическом приближении (данная система находится в квазистатическом состоянии, поскольку скорость акустических волн существенно меньше скорости электромагнитных волн, что позволяет считать электрическое поле потенциальным, а магнитное исключить из рассмотрения). Принципиальное отличие рассматриваемой задачи от стандартных задач, реализованных во многих конечно-элементных пакетах, заключается в наличии смещения $u_2 \neq 0$, так как колебания не считаются сагиттально поляризованными в отличие, например, от классической волны Рэлея ($u_2 = 0$).

Суть задачи заключается в нахождении собственных частот поверхностных волн в соответствующих областях. При этом в отсутствие электродов существует одна собственная частота, которая позволяет рассчитать фазовую скорость ПАВ, а в присутствии электродов – две собственные частоты, зная которые, можно вычислить фазовую скорость и коэффициент отражения.

Уравнения пьезоакустики во временной области задаются в тензорном виде (1.1)–(1.2). Для численного моделирования используем программный продукт COMSOL Multiphysics™, представляющий универсальную систему анализа методом конечных элементов с пре-/постпроцессором.

Система дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка может быть трансформирована для решения задачи нахождения собственных частот в COMSOL к виду [9]

$$ea \cdot \omega^2 \cdot u - \nabla \cdot (c \nabla u) = 0, \quad (3.1)$$

где $u = (u_1, u_2, u_3, u_4)^T$, а ea , c – специальные матрицы, зависящие от материальных констант среды. Такой подход к решению позволяет учесть все три пространственные компоненты вектора механических смещений, а также эффект механической нагрузки электродов.

Путем приближенного решения и анализа большого количества дифференциальных уравнений получается результат расчета. Обычно требуется более тонкая настройка таких параметров сетки, как максимальное число элементов и размер минимального и максимального элемента.

В качестве достоинств МКЭ можно выделить его консервативность, абсолютную устойчивость, возможность конструирования конечно-элементных аппроксимаций на неструктурированных сетках.

4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве примера рассмотрим результаты моделирования структуры, состоящей из алюминиевых электродов шириной 2 мкм и нулевой толщиной, нанесенных на пленку ВаTiO₃, имеющей толщину 200 нм. Величина зазора между электродами 2 мкм. Материальные константы пленки взяты из работы [2] для случая, когда деформация несоответствия

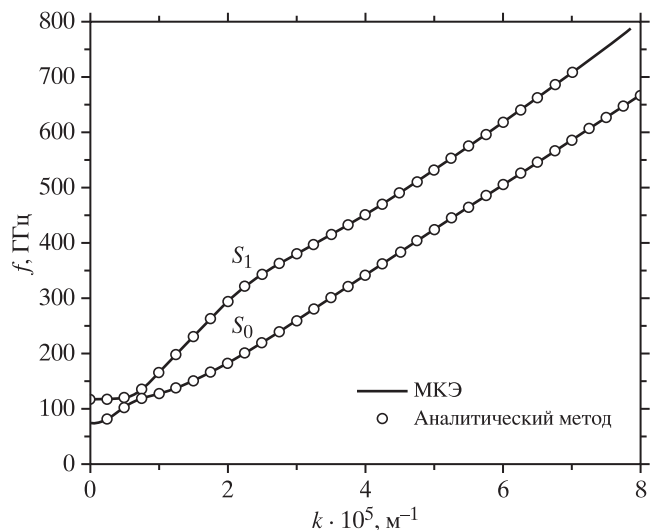


Рис. 2. Сравнение результатов расчетов первых двух мод дисперсионных зависимостей, выполненных аналитическим методом, с результатами конечно-элементного моделирования

Fig. 2. Comparison of the calculation results of the first two dispersion curves modes obtained by using the analytical method and the results of finite element modeling

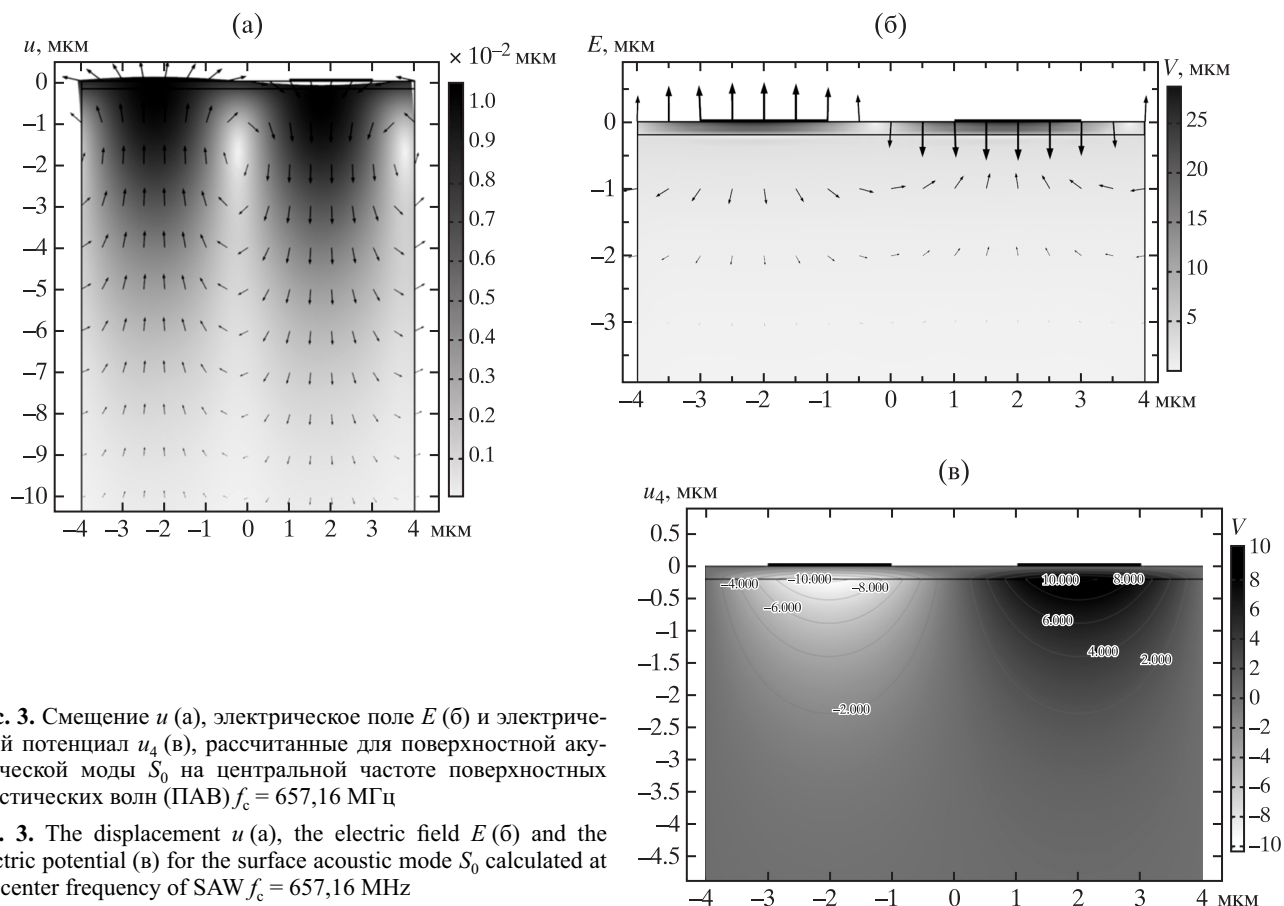


Рис. 3. Смещение u (а), электрическое поле E (б) и электрический потенциал u_4 (в), рассчитанные для поверхностной акустической моды S_0 на центральной частоте поверхностных акустических волн (ПАВ) $f_c = 657,16$ МГц

Fig. 3. The displacement u (а), the electric field E (б) and the electric potential u_4 (в) for the surface acoustic mode S_0 calculated at the center frequency of SAW $f_c = 657,16$ MHz

(misfit strain) пленки при комнатной температуре равна $-4 \cdot 10^{-3}$. Пленка расположена на поверхности MgO подложки толщиной 0,5 мм, имеющей диэлектрическую проницаемость $\epsilon^s = 9,8$.

Представленные на рисунке 2 результаты расчетов первых двух низкочастотных мод дисперсионных зависимостей, выполненных аналитическим методом, хорошо согласуются с результатами МКЭ-моделирования, проведенного в пакете COMSOL Multiphysics™. Дисперсионные характеристики, рассчитанные МКЭ, имеют крайне незначительные расхождения в области больших волновых чисел. В качестве достоинств использования МКЭ для численного расчета характеристик акустических структур можно выделить его консервативность, устойчивость, возможность решения задач, имеющих сложную геометрию, где сетка может быть более редкой в тех местах, где особая точность не требуется. Сложность дискретизации геометрии и большие затраты машинного времени являются существенным недостатком данного метода.

На рисунке 3а изображены горизонтальные срезы смещения u для поверхностной акустической моды S_0 на центральной частоте ПАВ $f_c = 657,16$ МГц при различных значениях глубины h , из которых видно, что максимальные величины

достигаются в области контакта электродов с поверхностью пленки BaTiO₃ и убывают по глубине. Различие в направлениях смещений обусловлено работой электродов в противофазе. На рисунке 3б изображено распределение электрического поля E в зависимости от глубины h ; видно, что основная энергия поля также сосредоточена в пленке, особенно вблизи ее поверхности. На рисунке 3в показано распределение электрического потенциала по глубине. Характер распределения симметричен и различается по знаку.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что результаты расчетов дисперсионных зависимостей, выполненных аналитическим методом, хорошо согласуются с результатами моделирования в пакете COMSOL Multiphysics™, поэтому оба метода могут быть применены для численного решения аналитических задач. Выполнен расчет смещения u и электрического поля E для поверхностной акустической моды S_0 на центральной частоте ПАВ $f_c = 657,16$ МГц.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-19-01676 в части,

касающейся моделирования и проведения расчетов методом конечных элементов в COMSOL Multiphysics) и Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 14-08-3161315, № 14-08-3175815 в части, касающейся развития аналитических подходов в исследовании динамических процессов).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мухортов В.М., Бирюков С.В., Головки Ю.И., Карапетян Г.Я., Масычев С.И., Мухортов В.М. 2011. Поверхностные акустические волны в тонких пленках титаната бария-стронция на подложках из оксида магния. *Письма в ЖТФ*. 37(5): 31–37.
2. Shirokov V.B., Kalinchuk V.B., Shakhovoy R.A., and Yuzyuk Y.I. 2014. Anomalies of piezoelectric coefficients in barium titanate thin films. *EPL*. 108(4): 47008–47011.
3. Новацкий В. 1986. *Электромагнитные эффекты в твердых телах*. Пер. с польского В.А. Шачнева. Москва, Мир: 126 с.
4. Белянкова Т.И., Лыжов В.А. 2010. Некоторые особенности динамики слабонеоднородных пьезоактивных структур. *Вестник Южного научного центра*. 6(2): 3–10.
5. Белянкова Т.И., Калинин В.В., Лыжов В.А. 2010. Связанная смешанная задача для системы электродов на поверхности преднапряженного электроупругого структурно неоднородного полупространства. *Прикладная математика и механика*. 74(6): 897–910.
6. Белянкова Т.И., Калинин В.В., Лыжов В.А. 2011. Роль размерных параметров в формировании волновых полей в неоднородных пьезоактивных структурах. *Вестник Южного научного центра*. 7(3): 3–12.
7. Леви М.О. 2011. Динамическая задача для электромагнитоупругого слоя. *Вестник Южного научного центра*. 7(4): 5–10.
8. Леви М.О., Анджинович И.Е., Ворович Е.И., Агаян К.Л. 2012. Влияние граничных условий на динамику электромагнитоупругой полуограниченной среды. *Вестник Южного научного центра*. 8(4): 14–19.
9. Осетров А.В., Нгуен В.Ш. 2011. Расчет параметров поверхностных акустических волн в пьезоэлектриках методом конечных элементов. *Вычислительная механика сплошных сред*. 4(4): 1–8.

DYNAMIC PROCESSES MODELING IN THIN-FILM HETEROSTRUCTURES

M.O. Levi, G.Yu. Levi, P.E. Timoshenko, A.V. Pan'kin,
D.A. Tatarkov and A.S. Bogomolov

The dynamic-related problem of the electroelastic layered-heterogeneous media harmonic oscillations under the action of oscillating mechanical or electrical load with different electrical conditions at its borders is considered. The medium consists of two layers. The top layer is made of barium titanite oxide BaTiO_3 , and the bottom layer is made of magnesium oxide MgO . The electrical load is given at the upper boundary of the barium titanite oxide layer in the form of two oscillating electrodes, which oscillations are well-established. The behavior of wave propagation in a medium corresponds to the conditions of Rayleigh waves' displacement. The boundary conditions between the layers assume the full grip. The lower boundary of the medium has mechanical jamming, and the electric potential and the induction are zero. The charges on the electrodes are equal in magnitude but have different signs. The Green's function of electroelastic bilayer medium is built analytically.

We get and compare the dispersion curves for various boundary conditions and material applying two methods: the analytical method and the finite element method. By using the finite element method, the fields of mechanical displacement, electric intensity, and electric potential in a two-layer medium were drawn. The advantages and disadvantages of the finite element method with respect to the analytical method in the application to the considered problem were discussed.

Key words: electroelasticity, ferroelectrics, Green's function, finite element modeling, heterostructures.

REFERENCES

1. Mukhortov V.M., Biryukov S.V., Golovko Yu.I., Karapet'yan G.Ya., Masychev S.I., Mukhortov Vas.M. 2011. Surface acoustic waves in thin films of barium strontium titanate on magnesium oxide substrates. *Technical Physics Letters*. 37(3): 207–209.
2. Shirokov V.B., Kalinchuk V.V., Shakhovoy R.A., and Yuzyuk Y.I. 2014. Anomalies of piezoelectric coefficients in barium titanate thin films. *EPL*. 108(4): 47008–47011.
3. Nowacki V. 1986. *Elektromagnitnye efekty v tverdykh telakh. (Perevod s polskogo V.A. Shachnev). [Electromagnetic Effects in Solid Bodies. (Translated from Polish by V.A. Shachnev)]*. Moscow, “Nauchnyy mir” Publ.: 126 p. (In Russian).
4. Belyankova T.I., Lyzhov V.A. 2010. [Some features of dynamics for weakly inhomogeneous piezo-active structures]. *Vestnik Yuzhnogo Nauchnogo Tsentra*. 6(2): 3–10. (In Russian).
5. Belyankova T.I., Kalinchuk V.V., Lyzhov V.A. 2010. A coupled mixed problem for a system of electrodes on the surface of a prestressed electroelastic structurally inhomogeneous half-space. *Applied Mathematics and Mechanics*. 74(6): 637–647.
6. Belyankova T.I., Kalinchuk V.V., Lyzhov V.A. 2011. [Role of dimensioned parameters in formation of wave fields in heterogeneous piezoactive structures]. *Vestnik Yuzhnogo Nauchnogo Tsentra*. 7(3): 3–12. (In Russian).
7. Levi M.O. 2011. [Dynamic task for electromagnetoelastic layer]. *Vestnik Yuzhnogo Nauchnogo Tsentra*. 7(4): 5–10. (In Russian).
8. Levi M.O., Andzhikovich I.E., Vorovich I.E., Agayan K.L. 2012. [The influence of boundary conditions on the dynamics of semibounded electromagneto-elasticity media]. *Vestnik Yuzhnogo Nauchnogo Tsentra*. 8(4): 14–19. (In Russian).
9. Osetrov A.V., Nguen V.Sh. 2011. [Calculation of the parameters of surface acoustic waves in piezoelectrics using the finite element method]. *Vychislitel'naya mekhanika sploshnykh sred. (Computational Continuum Mechanics)*. 4(4): 71–80. (In Russian).