

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

© 2004 г. М.М. Амирханов, О.О. Рыбак<sup>1</sup>

Традиционно природные системы рассматривались изолированно от социально-экономических. Такой подход был во многом оправдан необходимостью изучить собственную динамику экосистем. Развитие экономики и рост влияния человеческой деятельности на окружающую среду не позволяют более рассматривать динамику экосистем в отрыве от динамики развития общества. Для того, чтобы понять закономерности влияния экономических, социальных и культурных факторов на окружающую среду в рамках отдельного региона целесообразно объединить эти компоненты в рамках эколого-экономической (интегрированной региональной) модели. Задача эколого-экономического моделирования сводится к изучению поведения единой системы и условий ее эволюции к такому состоянию, которое будет в минимальной степени нарушать естественную динамику экосистем. Постановка задачи и результат моделирования носят качественный характер. В связи с этим авторы рассматривают возможности использования искусственных нейронных сетей (ИНС) для анализа взаимодействий в многокомпонентных природной и социально-экономической системах. Преимущество ИНС состоит в том, что они позволяют не описывать явно динамику системы, а непосредственно на основе имеющейся информации с помощью формальных процедур получать прогнозы развития системы в рамках различных сценариев, либо подбирать оптимальные управляющие параметры развития системы, отвечающие тому или иному сценарию. Поскольку уравнения, описывающие динамику каждой из подсистем и закономерности обмена информацией между ними, либо неизвестны, либо задаются в самом общем виде на основе разного рода эвристических представлений, то использование ИНС дает возможность на концептуальном уровне построить модели динамики системы.

В течение долгого времени экологические системы рассматривались изолированно от человеческого общества и от воздействия хозяйственной деятельности человека. Вероятно, такой подход был во многом оправдан необходимостью изучить собственную динамику экосистем. Сейчас, когда население планеты превысило шесть миллиардов человек, почти во всех уголках планеты можно обнаружить следы человеческой деятельности. Даже на природных системах труднодоступных и особо охраняемых территориях, так или иначе, сказывается прямое или косвенное влияние человека [1]. К подобного рода воздействиям можно отнести трансграничный перенос загрязнений, локальные изменения климата из-за строительства дамб и водохранилищ и многое другое. Таким образом, рассматривать динамику экосистем в отрыве от динамики развития общества становится с каждым годом все труднее и труднее. Экологи, стараясь качественно и количественно оценить степень влияния человека на природные экосистемы, столкнулись с рядом новых фундаменталь-

ных вопросов [2]. Прежде всего, экологические системы стали рассматриваться как сложные (комплексные, КС). Практически любую природную или социо-экономическую систему можно рассматривать как комплексную.

Сложные системы независимо от их природы обладают следующими свойствами [3]:

- 1) КС – это открытые термодинамические системы, т.е. обменивающиеся веществом и/или энергией с окружающей средой;
- 2) КС состоят из большого числа подчас неоднородных (с различных точек зрения) компонентов.

Компоненты системы взаимодействуют между собой нелинейно, часто между воздействием и откликом на него существует временные задержки и обратные связи; КС гетерогенны во времени и пространстве.

Важнейшее следствие из вышеперечисленных свойств КС то, что они принципиально не могут быть полностью сведены к сумме своих частей. Следовательно, и адекватная модель сложной системы не может быть лишь суммой субмоделей отдельных ее компонентов. В экологической, тем более эколого-экономической модели, необходимо учитывать иерархические связи в системе, свойства системы как

<sup>1</sup> Сочинский научно-исследовательский центр, г. Сочи, Краснодарский край,

целого, которые не являются следствием свойств отдельных ее частей.

Последние три десятилетия 20-го века вопросы, связанные со сложными системами рассматривались в рамках новой дисциплины – синергетики. В соответствии с этим в область экологического моделирования стали проникать приемы и методы, отличные от традиционного динамического моделирования или дополняющие и по-новому интерпретирующие его. Идеи синергетики естественным образом стали проникать в экологию. Например, экологические процессы, их устойчивость и предсказуемость, рассматриваются с позиций динамического хаоса, теории катастроф [4], с позиций концепции самоорганизующейся критичности [5], тесно связанной с последними идеями фрактальности [6]. Экологические процессы воспроизводятся на моделях, которые базируются на концепции клеточных автоматов [7] и искусственных нейронных сетей [8–10].

Качественно иные проблемы возникают при моделировании эколого-экономических систем. Сами по себе экономические системы описываются в терминах математических моделей достаточно просто, во всяком случае, если ясна структура системы, адекватно описаны (и главное поняты!) внутрисистемные связи, роль отдельных составляющих системы и т.д. Так же как и в случае с экологическими моделями. Идеи синергетики проникают и в область экономического моделирования, что стало происходить ранее того, как появились сами термины «фракталы», «синергетика», «нелинейная динамика» и т.д. Скажем, некоторые черты автомодельности экономических временных рядов были отмечены Мандельбротом еще в начале 60-х годов [11]. Исследования экономических и гидрологических временных рядов привели Мандельброта к разработке стохастических моделей с бесконечной памятью и несколько позже к созданию фрактальной геометрии.

Сложности же начинаются тогда, когда делаются попытки объединить в одной модели две принципиально разные по своей природе системы – экологическую и экономическую. С технической точки зрения подобное объединение труда не представляет, но содержательная его сторона, постановка численных экспериментов и, главное, интерпретация результатов – задача нетривиальная. Одно из главных препятствий то, что экология и экономика оперируют принципиально разными терминами, соответственно, требуется «перевод» из одной системы понятий и терминов в другую. По всей видимости, в силу этой и многих других причин единой кон-

цепции и единых общепринятых и устоявшихся правил и рекомендаций для построения эколого-экономических моделей не существует. Современное состояние эколого-экономического моделирования позволяет в наиболее общем виде воспроизводить отдельные частные задачи, которые стоят перед определенным регионом (например, несколько относительно простых моделей, рассмотренных в [12]). Интерпретация результатов моделирования и их перевод на язык конкретных рекомендаций не всегда очевидны.

## РЕГИОНАЛИЗМ

Содержание понятия «регион» зависит от того, какой конкретно срез жизни общества он отражает. Прежде всего, это понятие физико-географическое, однако, имеет и другие аспекты. Регионы к определенной социокультурной среде. Так, например, под «региональной политикой» мы подразумеваем инструмент стабилизации социальной жизни, регулирования взаимоотношений общества со средой его существования (природной и социокультурной), нейтрализации конфликтной напряженности в сфере природопользования, в экономическом, социокультурном отношении [13]. Таким образом, регион – это самодостаточный социальный организм, находящийся в единстве со средой, обладающий физико-географическими, культурно-цивилизационными, эколого-экономическими, политико-административными и правовыми свойствами и выступающий средством формирования и функционирования федерации.

## КРИТЕРИИ АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛИ

Цель эколого-экономического моделирования – прогноз будущего состояния экономики и природной среды региона в результате реализации некоторого сценария развития. При этом важны эффективные методы и критерии оценки адекватности модели, которые направлены не столько на максимизацию критериев рациональности (например, прибыли, рентабельности), сколько на оптимизацию отношений с окружающей средой. Чем больше ухудшаются социо-эколого-экономические условия системы, тем более актуальна проблема такой оптимизации. Процесс эволюционного моделирования сложной системы сводится к моделированию его эволюции или к поиску траекторий допустимых (с точки зрения сформулированных критериев рациональности) состояний системы.

Для эволюционного моделирования таких систем необходимо иметь: эффективные критерии оценки вклада каждой подсистемы в эволюцию системы; процедуры построения обобщённых оценок измеряемых параметров системы («мониторинговых» параметров); процедуры учёта эволюционной сложности системы, его структурной и динамической активности.

В [13] предложен подход к построению и применению указанных критериев, оценок и процедур, которые представляются очень полезными для формализации процессов в модели. Рассмотрим их подробнее.

Для каждой  $i$ -ой ( $i=1, 2, \dots, n$ ) подсистемы некоторой системы определяется вектор  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im_i})$  основных параметров (без которых нельзя описать и изучить функционирование подсистемы в соответствии с целями, структурой и ресурсами системы) и функционал активности (активность) этой подсистемы. Для всей экосистемы определены вектор состояния системы  $x$  и активность системы, а также понятие её потенциала, включающего и понятие негипотенциала. Эти функционалы отражают интенсивность процессов в подсистемах и системе в целом.

Пусть среда возобновляет с коэффициентом возобновления  $\alpha(\tau) = \alpha_0(\tau) + \alpha_1(\tau)x(\tau) > 0$  ( $0 < \alpha < T$ ,  $0 < \alpha < X$ ,  $0 < \tau < T$ ) свои ресурсы. Этот коэффициент зависит, в общем случае, от ресурсоёмкости, ресурсообеспеченности среды. Эволюционный потенциал системы можно определить в виде ( $\alpha$  – коэффициент естественного изменения ресурсов):

$$\lambda = \int_0^T \alpha(\tau) e^{-\int_0^{\tau} \alpha(s) ds} d\tau. \quad (1)$$

Чем выше темп  $\alpha$  – тем выше  $\lambda$  и наоборот. Каким бы хорошим не было бы состояние ресурсов в начальный момент, они будут истощаться при  $\lambda < 1$ . Возможны и другие формы введения потенциала.

Активности подсистем прямо или косвенно взаимодействуют с помощью системной активности  $s(t)$ . Структурно простая аддитивная (модельная) процедура взаимодействия определяется как:

$$\begin{cases} \frac{ds(t)}{dt} = \sum_{i=1}^n \varphi_i(s, s_i), \\ \frac{ds_i(t)}{dt} = \psi_i(s_i, s) + Q_i(t). \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $Q_i(t)$  – функционал меры чувствительности отклонений  $x_i$  от  $x_{iopt}$ .

Например,  $Q_i(t) = k ||x_i - x_{iopt}||$ ,  $k > 0$ .

Функции  $\varphi_i(t) = \varphi_i(s(t), s_i(t))$ ,  $\psi_i(t) = \psi_i(s(t), s_i(t))$  должны отражать эволюционируемость системы, удовлетворяя следующим условиям:

– периодичности:

$$\exists \theta < T < \infty, \forall t: \varphi_i(t) = \varphi_i(t+T), \psi_i(t) = \psi_i(t+T);$$

– затухания при снижении активности:

$$s_i(t) \rightarrow 0 \Rightarrow \varphi_i \rightarrow 0, \psi_i \rightarrow 0;$$

– равновесия и стационарности:

выбор (определение) функций  $\varphi_i$ ,  $\psi_i$  осуществляется таким образом, чтобы система имела точки равновесного состояния, а  $s_{iopt}$ ,  $s_{opt}$  достигались в стационарных точках  $x_{iopt}$ ,  $x_{opt}$  для малых промежутков времени; для больших промежутков времени система может вести себя хаотично, самопроизвольно порождая регулярные, упорядоченные, циклические взаимодействия (детерминированный хаос).

## МОДЕЛЬ

### ЖИЗНЕСПОСОБНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

Жизнеспособность предприятия равносильна его выживаемости и сохранению адаптационных, эволюционных возможностей в течение задаваемого промежутка времени и в заданной экономической нише. Предприятие жизнеспособно, если имеет определенный социально-экономический и производственный потенциал. В качестве основы берется модель типа модели В. Вольтерра:

$$\begin{aligned} y'(x) &= [a - by - cy(x-l) + w \sin vx - d \int_0^x y(z) f(x-z) dz] y \\ y(0) &= y_0, \quad 0 \leq x \leq L, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $y(x)$  – отклик системы, соответствующий фактору развития  $x$  (например, время);

$a(x)$  – эволюционируемость системы;

$b(x)$  – лимитирование окружением;

$c(x)$  – влияние запаздывания действия  $x$  на промежутки времени (лаг)  $l$ ;

$w(x)$  – влияние сезонных или периодических колебаний факторов среды;

$v$  – периодичность этих колебаний;

$d(x)$  – влияние организационных факторов;

$f(x-s)$  – функция, характеризующая темп влияния внутренних факторов от изменения фактора  $x$ ;

$s$  – запаздывание этого влияния;

$y_0$  – начальный уровень производства при  $x=0$ .

Реальная социально-экономическая система часто стохастична из-за случайного характера факторов окружающей среды и степени их воздействия.

Считается, что все параметры  $a, b, c, d, w$  носят случайный характер, а, следовательно, случайный характер имеют и значения  $y_i$  ( $i=0, 1, \dots, n$ ). Нас интересуют оценка  $T$  – ожидаемой продолжительности жизнеспособности предприятия и  $V$  – эволюционная ёмкость среды, например, экономической ниши.

Параметры модели, как правило, заранее определить или оценить невозможно, поэтому они нуждаются в идентификации по некоторым дополнительным условиям. С помощью специального алгоритма идентификации проведены компьютерные эксперименты. В указанной работе приводятся некоторые результаты расчетов времени жизнеспособности предприятия и максимальной емкости экономической ниши в зависимости от начальных параметров модели.

### МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ НАЛОГОВЫМИ СБОРАМИ

Динамика изменения прибыли предприятия  $y(t)$  может быть описана простейшей моделью Вольтерра для  $c=w=d=0$ :

$$\frac{dy}{dt} = ay - by^2, \quad (4)$$

где  $a>0$  – коэффициент роста прибыли;  $b>0$  – коэффициент сбора налога с прибыли.

Отношение  $a/b$  – потенциал, характеризующий финансовую самостоятельность предприятия. Задача состоит в определении величины получаемой на каждом временном шаге прибыли при условии, чтобы суммарные налоговые сборы за фиксированный отрезок времени  $[0, T]$  были максимальны.

Разобьем отрезок  $[0, T]$  на  $n$  равных частей с шагом  $h$ . Величина собираемых налогов на шаге  $i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) равна  $G_i = u_i y_i$ , где параметр  $u_i \in [0, 1]$  выбирается на каждом шаге. Это возможные удельные налоговые ставки от прибыли (в долях) для заданного состояния  $y_i$ , определяющие величину собираемых налогов. Задача оптимального управления состоит в максимизации функции

$$J(y, u) = \sum_{i=0}^{n-1} u_i y_i + y_n, \quad (5)$$

где величина прибыли на шаге  $i+1$  определятся соотношением:

$$y_{i+1} = \frac{a(1-u_i)y_i \exp(ah)}{a + b(1-u_i)y_i(\exp(ah) - 1)}, \quad (6)$$

$$i=0, \dots, n-1, \quad y_i \leq f(t_i),$$

где

$$f(t_i) = \frac{ay_0 \exp(at_i)}{a + by_0(\exp(at_i) - 1)}, \quad (7)$$

$$u_i \in [0, 1], \quad y(t_0) = y_0.$$

Эту задачу полезно решать в комплексе с задачей прогноза доходов (потерь) бюджета от изменения (увеличения, уменьшения) налоговой ставки.

### НОВЫЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ – ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Искусственные нейронные сети (далее ИНС) применяются для решения задач прогнозирования в биологии, медицине, геофизике, климатологии (абсолютно новое направление в моделировании климата [14], экономике и т.д. Под ИНС понимают вычислительные структуры, которые моделируют биологические процессы, ассоциируемые с процессами человеческого мозга. Они представляют собой распараллеленные системы, способные к обучению путем анализа положительных и отрицательных воздействий [15]. Теория нейронных сетей берет свое начало в 1943 г. с работы Мак-Каллоха и Питтса [16]. Авторы утверждали, что любую арифметическую или логическую функцию можно реализовать с помощью простой нейронной сети. В 1958 г. была разработана первая нейронная сеть (перцептрон) и построен первый нейрокомпьютер. В дальнейшем развитие метода сдерживалось, по-видимому, недостаточной производительностью компьютеров. Бурное развитие ИНС началось в первой половине 80-х годов, и было связано с их новым типом – многослойными перцептронами.

Искусственный нейрон (далее – нейрон) функционирует следующим образом: нейрон получает входные сигналы через несколько входных каналов. Это могут быть либо исходные сигналы, либо сигналы от других нейронов. Синаптической активности биологического нейрона ставится в соответствие вес того или иного соединения (канала), через который проходит сигнал. С каждым нейроном связано определенное пороговое значение. Таким образом, необходимо вычислить взвешенную сумму входов, вычесть из нее пороговое значение и получить величину активации нейрона – пост-синаптический потенциал (PSP).

Далее сигнал активации преобразуется с помощью передаточной функции (функции активации).

В результате на выходной канал подается выходной сигнал нейрона.

ИНС строятся по принципу организации и функционирования сетей нервных клеток (нейронов) мозга. Считается, что работу каждого отдельного нейрона можно воспроизвести функцией достаточно простого вида, эффективность же работы ИНС определяется связями между нейронами.

Формальный нейрон (упрощенная математическая модель нейрона) состоит из умножителя (синапса), сумматора и нелинейного преобразователя. Синапсы осуществляют связь между нейронами и умножают входной сигнал на число, характеризующее силу связи, – вес синапса. Сумматор выполняет сложение сигналов, поступающих по синаптическим связям от других нейронов и внешних входных сигналов [15].

Нейрон действует по следующему принципу: когда суммарный сигнал, приходящий от других нейронов, превышает некоторое пороговое значение, генерируется стандартный импульс, в противном случае нейрон остается в состоянии покоя. Формальный нейрон (далее нейрон) имеет входы  $x_1, \dots, x_n$ , от которых поступает в адаптивный сумматор, на выходе которого мы получаем уже взвешенную сумму сигналов:

$$S = \sum_{i=1}^n x_i w_i, \quad (8)$$

В свою очередь, взвешенная сумма сигналов на нелинейный преобразователь, на выход которого попадает измененный сигнал:

$$y = F(S), \quad (9)$$

где  $F$  – активационная функция нейрона. Она может иметь различный вид, однако в современных приложениях наиболее часто используется сигмоидная (логистическая) функция:

$$f(s) = \frac{1}{1 + e^{-as}}. \quad (10)$$

Достоинство сигмоидной функции заключается в том, что ее производная имеет очень простой вид:

$$f'(s) = af(s)(1 - f(s)). \quad (11)$$

Таким образом, нейрон полностью описывается своими весами и передаточной функцией.

Существует три базовых класса архитектур ИНС:

– Полносвязные, в которых каждый нейрон передает выходной сигнал на вход всех нейронов, в том числе и себе самому.

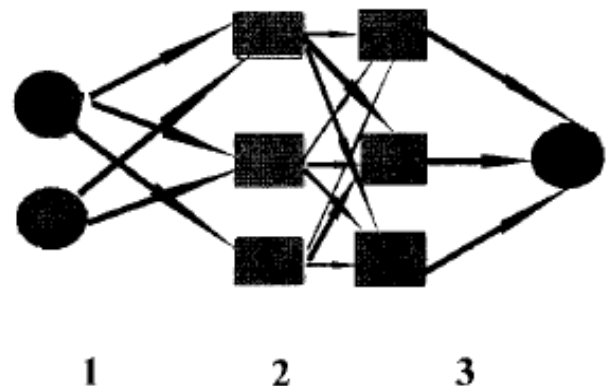
– Многослойные (персептроны), когда нейроны объединены в слои, и сигнал может передаваться только от слоя к слою.

– Слабосвязанные – сети с локальными связями.

На практике чаще всего используют персептроны, которые в свою очередь распадаются на две группы: ИНС прямого распространения и ИНС с обратными связями (рекуррентные). Возможности рекуррентных ИНС гораздо шире, однако их поведение гораздо сложнее и требует решения проблемы устойчивости.

Существуют и другие разновидности ИНС, выделяемые по ряду признаков. Проблема их синтеза напрямую зависит от конкретной проблемы, и общего способа выбора того или иного типа сети не существует. Последний осуществляется по большей части интуитивно [15]. В дальнейшем мы будем рассматривать синхронные многослойные сети прямого распространения. Работа ИНС сводится к распознаванию (образу, аппроксимируемой функции, будущих значений временного ряда), то есть, к поиску оптимальных для данной задачи весовых коэффициентов в (8).

Практически любую задачу можно свести к задаче, которую в состоянии решить ИНС, это универсальные аппроксимирующие системы. Схематическое строение многослойной ИНС показано на рисунке 1.



Цифрами обозначены:

1 – входной слой; 2 – скрытые слои;

3 – выходной слой

Рис.1. Пример простой двухслойной сети прямого распространения. Входной слой содержит два нейрона, два скрытых слоя – три нейрона; выходной слой, на который подается результат расчетов – один нейрон

С ИНС связана специфическая терминология. Если в регрессионных моделях мы говорим о подборе весовых коэффициентов или о подгонке модели под временной ряд, то ИНС обучают. Алгоритмы обучения делятся на три группы:

- Обучение с учителем. Сети предъявляется набор обучающих примеров, то есть пара -входное значение (вектор) и выходное. Эта процедура по сути аналогична регрессионному анализу временного ряда.

- Обучение с поощрением. Точного выходного значения мы не знаем, однако результат работы сети может быть оценен согласно какой-либо шкале. Иначе говоря, подбор коэффициентов сети подбирается в зависимости от желаемого результата.

- Обучение без учителя. Используется в задачах с нечеткими условиями. Решение задачи ставится в зависимости от происходящих в сети процессов самоорганизации.

Для оценки числа нейронов в скрытых слоях однородных ИНС используется формула для оценки необходимого числа синаптических весов (в многослойной сети с сигмоидальными передаточными функциями):

$$\frac{mN}{1 + \log_2 N} \leq L_w \leq m \left( \frac{N}{m} + 1 \right) (n + m + 1) + m, \quad (12)$$

где  $n$  – размерность входного сигнала,  $m$  – размерность выходного сигнала,  $N$  – число элементов обучающей выборки. Имея число весов, можно рассчитать число нейронов в скрытых слоях. В двухслойной сети (как правило, двух скрытых слоев достаточно для решения подавляющего числа задач) оно составит:

$$L = \frac{L_w}{n + m}. \quad (13)$$

Можно также использовать и другие подобные формулы, например:

$$2(L + n + m) \leq N \leq 10(L + n + m), \quad (14)$$

$$\frac{N}{10} - n - m \leq L \leq \frac{N}{2} - n - m. \quad (15)$$

Под обучением ИНС понимают вариационную задачу поиска оптимальных значений всех переменных весовых коэффициентов в каждом конкретном случае. Вкратце процесс обучения заключается в том, что на вход ИНС подают значения из обучающего множества и сравнивают результат его обработки с желаемым, например, известным или задаваемым выходом. Процесс обучения продолжается до тех пор, пока выдаваемый ИНС результат по какому-либо критерию (скажем, заданной величине

ошибки) не даст удовлетворительный результат. По мере тренировки веса ИНС стабилизируются, и функция ошибки (ей может быть сумма квадратов ошибок по всем входам ИНС) постепенно уменьшается до приемлемо малого уровня. Качество тренировки сети, а в соответствии с этим качество и надежность ее работы и получаемых прогностических значений зависит от количества и качества примеров в обучающей выборке, в том числе, насколько полно примеры описывают задачу. Поиск минимума многомерной функции (в случае ИНС – функции ошибок) относится к классу задач оптимизации, для решения которых существуют различные итерационные алгоритмы.

Один из самых распространенных алгоритмов обучения ИНС – это алгоритм обратного распространения ошибки (АОР), впервые предложенный [17]. Этот алгоритм минимизирует среднеквадратическое отклонение текущего выхода и желаемого выхода в многослойной последовательной ИНС. В сетях подобного типа на каждый нейрон первого слоя подаются все элементы внешнего входного сигнала, а все выходы нейронов каждого слоя – на каждый вход нейронов последующего слоя. Нейроны выполняют взвешенное суммирование входных сигналов. К сумме добавляется смещение нейрона. Полученный результат нелинейно преобразуется активационной функцией, ее значение и будет выходом нейрона. Схематически процесс обучения ИНС показан на рис. 2.

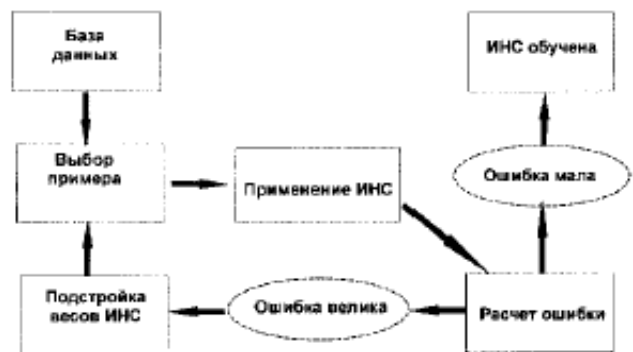


Рис. 2. Схема обучения ИНС

Цикл действия АОР называется эпохой. На каждой эпохе на вход сети подаются поочередно обучающие примеры, выходные значения сравниваются с целевыми и вычисляется ошибка. Ее значение и градиент поверхности ошибок используются для корректировки весов и процесс повторяется. Запишем выражение для суммы квадратов ошибок сети:

С ИНС связана специфическая терминология. Если в регрессионных моделях мы говорим о подборе весовых коэффициентов или о подгонке модели под временной ряд, то ИНС обучают. Алгоритмы обучения делятся на три группы:

- Обучение с учителем. Сети предъявляется набор обучающих примеров, то есть пара - входное значение (вектор) и выходное. Эта процедура по сути аналогична регрессионному анализу временного ряда.

- Обучение с поощрением. Точного выходного значения мы не знаем, однако результат работы сети может быть оценен согласно какой-либо шкале. Иначе говоря, подбор коэффициентов сети подбирается в зависимости от желаемого результата.

- Обучение без учителя. Используется в задачах с нечеткими условиями. Решение задачи ставится в зависимости от происходящих в сети процессов самоорганизации.

Для оценки числа нейронов в скрытых слоях однородных ИНС используется формула для оценки необходимого числа синаптических весов (в многослойной сети с сигмоидальными передаточными функциями):

$$\frac{mN}{1 + \log_2 N} \leq L_w \leq m \left( \frac{N}{m} + 1 \right) (n + m + 1) + m, \quad (12)$$

где  $n$  - размерность входного сигнала,  $m$  - размерность выходного сигнала,  $N$  - число элементов обучающей выборки. Имея число весов, можно рассчитать число нейронов в скрытых слоях. В двухслойной сети (как правило, двух скрытых слоев достаточно для решения подавляющего числа задач) оно составит:

$$L = \frac{L_w}{n + m}. \quad (13)$$

Можно также использовать и другие подобные формулы, например:

$$2(L + n + m) \leq N \leq 10(L + n + m), \quad (14)$$

$$\frac{N}{10} - n - m \leq L \leq \frac{N}{2} - n - m. \quad (15)$$

Под обучением ИНС понимают вариационную задачу поиска оптимальных значений всех переменных весовых коэффициентов в каждом конкретном случае. Вкратце процесс обучения заключается в том, что на вход ИНС подаются значения из обучающего множества и сравнивают результат его обработки с желаемым, например, известным или задаваемым выходом. Процесс обучения продолжается до тех пор, пока выдаваемый ИНС результат по какому-либо критерию (скажем, заданной величине

ошибки) не даст удовлетворительный результат. По мере тренировки веса ИНС стабилизируются, и функция ошибки (ей может быть сумма квадратов ошибок по всем входам ИНС) постепенно уменьшается до приемлемо малого уровня. Качество тренировки сети, а в соответствии с этим качество и надежность ее работы и получаемых прогностических значений зависит от количества и качества примеров в обучающей выборке, в том числе, насколько полно примеры описывают задачу. Поиск минимума многомерной функции (в случае ИНС - функции ошибок) относится к классу задач оптимизации, для решения которых существуют различные итерационные алгоритмы.

Один из самых распространенных алгоритмов обучения ИНС - это алгоритм обратного распространения ошибки (АОР), впервые предложенный [17]. Этот алгоритм минимизирует среднеквадратическое отклонение текущего выхода и желаемого выхода в многослойной последовательной ИНС. В сетях подобного типа на каждый нейрон первого слоя подаются все элементы внешнего входного сигнала, а все выходы нейронов каждого слоя - на каждый вход нейронов последующего слоя. Нейроны выполняют взвешенное суммирование входных сигналов. К сумме добавляется смещение нейрона. Полученный результат нелинейно преобразуется активационной функцией, ее значение и будет выходом нейрона. Схематически процесс обучения ИНС показан на рис. 2.



Рис. 2. Схема обучения ИНС

Цикл действия АОР называется эпохой. На каждой эпохе на вход сети подаются поочередно обучающие примеры, выходные значения сравниваются с целевыми и вычисляется ошибка. Ее значение и градиент поверхности ошибок используются для корректировки весов и процесс повторяется. Запишем выражение для суммы квадратов ошибок сети:

Здесь  $y_{j,p}^{(N)}$  – выход выходного слоя для  $j$ -го нейрона на  $p$ -том обучающем примере,  $d_{j,p}$  – желаемый выход. Минимизировав такой функционал, получаем решение по методу наименьших квадратов. Весовые коэффициенты в зависимости от  $y_{j,p}^{(N)}$  входят линейно. Поэтому воспользуемся для нахождения минимума методом наискорейшего спуска. На каждом шаге обучения весовые коэффициенты необходимо изменять по формуле

$$\Delta w_{ij}^n = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}^n}, \quad (17)$$

где  $w_{ij}^n$  – весовой коэффициент  $j$ -того нейрона  $n$ -го слоя для связи с  $i$ -тым нейроном  $(n-1)$ -го слоя,  $\eta$  – параметр обучения.

Далее требуется определить частные производные целевой функции  $E$  по всем весовым коэффициентам сети. Согласно правилу дифференцирования сложной функции

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}^{(n)}} = \frac{\partial E}{\partial y_j^{(n)}} \frac{dy_j^{(n)}}{ds_j^{(n)}} \frac{\partial s_j^{(n)}}{\partial w_{ij}^{(n)}}, \quad (18)$$

где  $y_j^{(n)}$  – выход,  $s_j^{(n)}$  – взвешенная сумма входов  $j$ -того нейрона  $n$ -го слоя.

Зная, функцию активации можно вычислить  $dy_j^{(n)} / ds_j^{(n)}$ . Для сигмоида в соответствии с (11) эта величина будет равняться:

$$\frac{dy_j^{(n)}}{ds_j^{(n)}} = \alpha y_j^{(n)} (1 - y_j^{(n)}). \quad (19)$$

Третий множитель в (18) – это выход  $i$ -го нейрона  $(n-1)$ -го слоя, то есть

$$\frac{\partial s_j^{(n)}}{\partial w_{ij}^{(n)}} = y_i^{(n-1)}. \quad (20)$$

Теперь можно легко вычислить частные производные целевой функции по весам нейронов выходного слоя. Дифференцируя (16) по  $y_j^{(N)}$  и учитывая (18) и (20), получим:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}^{(N)}} = (y_j^{(N)} - d_j) \frac{dy_j^{(N)}}{ds_j^{(N)}} y_i^{(N-1)}. \quad (21)$$

Введем обозначение:

$$\delta_j^{(n)} = \frac{\partial E}{\partial y_j^{(n)}} \frac{dy_j^{(n)}}{ds_j^{(n)}}. \quad (22)$$

Тогда для нейронов выходного слоя

$$\delta_j^{(N)} = (y_j^{(N)} - d_j) \frac{dy_j^{(N)}}{ds_j^{(N)}}. \quad (23)$$

Для весовых коэффициентов нейронов внутренних слоев мы не можем сразу записать, чему равен первый множитель из (23), однако его можно представить как

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial y_j^{(n)}} &= \sum_k \frac{\partial E}{\partial y_k^{(n+1)}} \frac{dy_k^{(n+1)}}{ds_k^{(n+1)}} \frac{\partial s_k^{(n+1)}}{\partial y_j^{(n)}} = \\ &= \sum_k \frac{\partial E}{\partial y_k^{(n+1)}} \frac{dy_k^{(n+1)}}{ds_k^{(n+1)}} w_{jk}^{(n+1)}. \end{aligned} \quad (24)$$

В этом выражении первые два множителя есть ни что иное, как  $\delta_k^{(n+1)}$ . С помощью (24) можно выражать величины  $\delta_k^{(n)}$  для нейронов  $n$ -го слоя через  $\delta_k^{(n+1)}$  для нейронов  $(n+1)$ -го слоя. Для последнего  $\delta_k^{(N)}$  вычисляется по (23). Таким образом, с помощью рекурсивной формулы

$$\delta_j^{(n)} = \left( \sum_k \delta_k^{(n+1)} w_{jk}^{(n+1)} \right) \frac{dy_j^{(n)}}{ds_j^{(n)}} \quad (25)$$

можно получить значения  $\delta_k^{(n)}$  для нейронов всех слоев. Окончательно формулу (17) для модификации весовых коэффициентов можно записать в виде:

$$\Delta w_{ij}^n = -\eta \delta_j^{(n)} y_i^{(n-1)}, \quad (26)$$

Итак, обучение сети с помощью АОР сводится к следующим шагам:

1. Всем весовым коэффициентам сети присваиваются случайные значения. При этом сеть будет выполнять случайное преобразование входных сигналов, и значения целевой функции будут велики.

2. На вход сети подается один из входных векторов из обучающего множества. Вычисляются выходные значения сети, запоминаются выходные значения каждого из нейронов.

3. Рассчитываются  $\delta_k^{(N)}$  по формуле (23). По формуле (26) рассчитываются остальные  $\delta_k^{(n)}$ , а с помощью (26) – изменение весовых коэффициентов сети.

4. Корректируются веса сети:

$$w_{ij}^{(n)} = w_{ij}^{(n)} + \Delta w_{ij}^{(n)}.$$

5. Рассчитывается целевая функция (26). Если она мала (в соответствии с выбранным критерием малости), считается, что сеть успешно обучена. Если же нет, возвращаемся к шагу 2.



6. Обученная сеть может применяться для решения различных задач, в том числе прогнозирования и управления. Схематически этапы ИНС-проекта показаны на рисунке 3.



Рис. 3. Этапы работы над экспертной сетью

Применение АОР может вызвать несколько проблем, наиболее серьезные из которых это:

1. Локальные минимумы. В АОР реализован метод градиентного спуска по поверхности ошибки в пространстве весовых коэффициентов. В связи с этим алгоритм может указать на локальный минимум в качестве окончательного решения, хотя при этом и не достичь минимального из возможных минимумов. Эту проблему можно преодолеть увеличением скорости обучения или добавлением шума к изменению весовых коэффициентов.

2. Паралич сети. В процессе обучения сети значения весов могут в результате коррекции стать очень большими величинами. Это может привести к тому, что все или большинство нейронов будут функционировать при очень больших аргументах функции активации в области, где производная функции очень мала. Так как величина коррекции весов пропорциональна этой производной, то процесс обучения может существенно замедлиться, по сути дела прекратиться.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Особое внимание было уделено новым подходам к имитации сложных нелинейных систем, к которым относятся экологические, экономические и социальные системы. В последнее десятилетие были разработаны различные модели природных систем, в основе которых лежат искусственные нейронные сети (ИНС). Преимущество ИНС состоит в том, что они позволяют обращаться с динамической системой как с «черным ящиком», то есть не описывать явно динамику системы, а непосредственно на основе имеющейся информации с помощью формаль-

ных процедур получать прогнозы развития системы при заданных условиях (в рамках различных сценариев), либо подбирать оптимальные управляющие параметры развития системы, отвечающие тому или иному сценарию. В связи с тем, что уравнения, описывающие динамику каждой из систем и тем более обмен информацией между ними, вообще говоря, неизвестны или могут быть заданы в самом общем виде на основе разного рода эвристических представлений, то использование ИНС дает возможность обойти эту трудность. Это, разумеется, компромиссное решение, однако оно дает возможность сделать первый шаг в разработке моделей взаимодействия реальных систем.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Vitousek P.M., Mooney H.A., Lubchenco J., Melillo J.M. // *Science*. 1997. V. 277. P. 494-499.
2. Liu J. // *Ecological Modelling*. 2001. V. 140. P. 1-8.
3. Wu J., Marceau D. // *Ecological Modelling*. 2002. V. 153. P. 1-6.
4. Hastings A., Hom C.L., Ellner S., Turchin P., Godfray H.C.L. // *Ann. Rev. Ecol. Syst.* 1993. V.24. P. 1-33.
5. Jurgensen S.E., Mejer H., Nielsen S.N. // *Ecological Modelling*. 1998. V. 111. P. 261-268.
6. Sugihara G., May R.M. // *Trends Ecol. Evol.* 1990. V. 5. P. 79-86.
7. Hogeweg P. // *Appl. Math. Comput.* 1998. V. 27. P. 81-100.
8. Gevrey M., Dimopoulos I., Lek S. // *Ecological Modelling*. 2003. V. 160. P. 249-264.
9. Lek S., Delacoste M., Baran P., Dimopoulos I., Lauga J., Aulagnier S. // *Ecological Modelling*. 1996. V. 90. P. 39-52.
10. Lek S., Guegan J.F. // *Ecological Modelling*. 1999. V. 120. P. 65-73.
11. Mandelbrot B. // *J. Polit. Econ.* 1963. V. 71, P. 421.
12. Grant W.E., Peterson T.R., Peterson M.J. // *Ecological Modelling*. 2002. V. 158. P. 143-165.
13. Олех Л.Г. // Гуманитарные науки в Сибири. Сер.: Философия и социология, 1997. №1. URL: [http://www.philosophy.nsc.ru/journals/humscience/1\\_97/11\\_olex.htm](http://www.philosophy.nsc.ru/journals/humscience/1_97/11_olex.htm).
14. Казиев В.М., Казиев К.В. // Тр. междунар. конф. «Дифференциальные уравнения и их приложения». Самара. 2002. С. 24-27.
15. Knutti R., Stocker T.F., Joos F., Plattner G.-K. // *Climate Dynamics*. 2003. V. 21. P. 257-272.
16. Круглов В.В., Дли М.И., Голунов Р.Ю. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети. М.: Физматлит, 2001. 224 с.
17. Хехт-Нильсен Р. // *Открытые системы*. 1998. №4. С. 59-77.

## MODELING OF THE INTEGRATED REGIONAL SYSTEMS BY MEANS OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS

© M.M. Amirkhanov, O.O. Rybak

Traditionally, natural systems were considered apart from the social and economical ones. Such approach was approved by the necessity to establish the dynamical properties of ecosystems themselves. Nevertheless, development of the economy and increasing of the human impact on the environment force us to consider the dynamics of ecosystems in the relation with the economical and societal dynamics. For better understanding of laws governing economical, societal and cultural impacts on the environment within the frames of a region it is reasonable to unite these factors into an integrated regional model. Modelling has two general goals: first, to explain the behaviour of the integrated system, second, to establish such conditions (model parameters) which would violate to a minor degree the original dynamics of ecosystems. The state of the problem and future results of simulations are mostly of the qualitative character. That is why authors consider the approach based on utilization of an Artificial Neural Network (ANN) to analyse interactions in multi-component natural, economical and societal systems. The advantageous feature of an ANN is that it enables to build a prediction of a future state of a system in accordance with some scenario (or to find particular regulating parameters, which force a system to follow one or another scenario) on the basis of the formal procedures without knowledge of the differential equations describing the systems' dynamics. Normally, these equations are unknown or base on the general heuristic considerations. Thus, an ANN can be used to build a conceptual model of a regional integrated system when the information about dynamics of subsystems and relationships between them is poor.

## REFERENCES

1. Vitousek P.M., Mooney H.A., Lubchenco J., Melillo J.M. 1997. Human domination of earth's ecosystems. *Science*. 277: 494–499.
2. Liu J. 2001. Integrating ecology with human demography, behavior, and socioeconomics: Needs and approaches. *Ecological Modelling*. 140: 1–8.
3. Wu J., Marceau D. 2002. Modelling complex ecological systems: an introduction. *Ecological Modelling*. 153: 1–6.
4. Hastings A., Hom C.L., Ellner S., Turchin P., Godfray H.C.L. 1993. Chaos in ecology: is mother nature a strange attractor? *Ann. Rev. Ecol. Syst.* 24: 1–33.
5. Jørgensen S.E., Mejer H., Nielsen S.N. 1998. Ecosystems as self-organizing critical systems. *Ecological Modelling*. 111: 261–268.
6. Sugihara G., May R.M. 1990. Applications of fractals in ecology. *Trends Ecol. Evol.* 5: 79–86.
7. Hogeweg P. 1998. Cellular automata as a paradigm for ecological modeling. *Appl. Math. Comput.* 27: 81–100.
8. Gevrey M., Dimopoulos I., Lek S. 2003. Review and comparison of methods to study the contribution of variables in artificial neural network models. *Ecological Modelling*. 160: 249–264.
9. Lek S., Delacoste M., Baran P., Dimopoulos I., Lauga J., Aulagnier S. 1996. Application of neural networks to modelling nonlinear relationships in ecology. *Ecological Modelling*. 90: 39–52.
10. Lek S., Guegan J.F. 1999. Artificial neural networks as a tool in ecological modeling, an introduction. *Ecological Modelling*. 120: 65–73.
11. Mandelbrot B. 1963. New methods in statistical economics. *J. Polit. Econ.* 71: 421.
12. Grant W.E., Peterson T.R., Peterson M.J. 2002. Quantitative modeling of coupled natural/human systems simulation of societal constraints on environmental action drawing on Luhmann's social theory. *Ecological Modelling*. 158: 143–165.
13. Olekh L.G. 1997. [The philosophy of regionalism]. *Gumanitarnye nauki v Sibiri. (Ser.: Filosofiya i sotsiologiya)*. (1). URL: [http://www.philosophy.nsc.ru/journals/humscience/1\\_97/11\\_olex.htm](http://www.philosophy.nsc.ru/journals/humscience/1_97/11_olex.htm). (In Russian).
14. Kaziev V.M., Kaziev K.V. 2002. Evolyutsionnoe modelirovanie nekotorykh sistem s sosredotochennymi parametrami. [Evolutionary modeling of some systems with lumped parameters]. In: *Tr. Mezhdunar. konf. "Differentsial'nye uravneniya i ikh prilozheniya"*. [Proceedings of the Intern. Conf. "Differential Equations and Applications"]. Samara. (In Russian).
15. Knutti R., Stocker T.F., Joos F., Plattner G.-K. 2003. Probabilistic climate change projections using neural networks. *Climate Dynamics*. 21: 257–272.
16. Kruglov V.V., Dli M.I., Golunov R.Yu. 2001. *Nechetkaya logika i iskusstvennye neyronnye seti. [Fuzzy logic and artificial neural networks]*. Moscow, Fizmatlit Publ.: 224 p. (In Russian).
17. Hecht-Nielsen R. 1998. [Neurocomputing: history, status and prospects]. *Otkrytye sistemy. (Open Systems Journal)*. (4). URL: <http://www.osp.ru/os/1998/04/03.htm>. (In Russian).
18. Rumelhart D.E., Hinton G.E., Williams M.J. 1986. Learning representations by backpropagation error. *Nature*. 323: 533–536.