

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 519.6:532.5

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ РАДИОНУКЛИДОВ В ЦИМЛЯНСКОМ ВОДОХРАНИЛИЩЕ В СЛУЧАЕ ИХ ЗАЛПОВОГО ВЫБРОСА

© 2006 г. А.Л. Чикин¹, И.Н. Шабас², С.Г. Сидиропуло²

Представлена постановка задачи процесса распространения радионуклидов в южной части Цимлянского водохранилища. Численное моделирование проводится только для одной из фаз состояния радионуклидов – растворенной – в случае залпового выброса в водохранилище. Задача решается конечно-разностными методами с использованием противопотоковых схем.

Решение задачи по определению концентрации содержащегося в воде вещества, включая радионуклиды, состоит из двух основных этапов: расчет поля течений и расчет собственно концентрации вещества.

Морфологические особенности дна южной части Цимлянского водохранилища таковы, что в отдельных районах глубина может достигать 20–25 м, в то же время в прибрежной зоне, в том числе в районе Волгодонска, глубина составляет 0,5–2 м. Так как исследуемая область содержит как глубоководные районы, так и мелководье, при расчете гидродинамических параметров применяется метод, описанный в [1]. Данный метод применялся при моделировании гидродинамики Азовского моря и Таганрогского залива. Результаты расчета и натурные данные хорошо согласуются.

При моделировании общего процесса распространения радионуклидов учитываются три возможные фазы – растворенная, взвешенная и донный осадок. Каждая из этих фаз описывается соответствующими уравнениями [2].

Поведение взвешенных частиц описывается уравнением конвекции–диффузии

$$\frac{\partial S}{\partial t} + (\bar{v}_s \cdot \nabla)S = \nabla \cdot (\bar{M}_s \nabla S),$$

где $S(x)$ – концентрация; $\bar{M}_s = \{\mu_s^{xy}, \mu_s^{xz}, \mu_s^z\}$, μ_s^{xy}, μ_s^z – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии соответ-

ственно; $\bar{v}_s = (u, v, w - w_s)$ – вектор скорости, w_s – скорость оседания частицы.

Принимается, что нет потока через свободную поверхность

$$(w - w_s)S = \mu_s^z \frac{\partial S}{\partial z} \Big|_{z=\eta},$$

а поток на дне равен разности количества осевших (q^s) и поднявшихся (q^b) со дна частиц:

$$w_s S + \mu_s^z \frac{\partial S}{\partial z} \Big|_{z=-h-a} = (q^s - q^b) \Big|_{z=-h-a}.$$

Подмодель переноса радионуклидов описывает концентрацию их в растворенной форме:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\bar{v}_c \cdot \nabla)C = \nabla \cdot (\bar{M}_c \nabla C) - \lambda C - \alpha_{1,2} S (K_d C - C^s),$$

где $C(x)$ – концентрация радионуклидов во взвешенном состоянии; S – концентрация взвешенных частиц; $\bar{M}_c = \{\mu_c^{xy}, \mu_c^{xz}, \mu_c^z\}$, μ_c^{xy}, μ_c^z – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной диффузии соответственно; $\bar{v}_c = (u, v, w)$ – вектор скорости; K_d – коэффициент распределения радионуклидов в водной системе в состоянии равновесия; $\alpha_{1,2}$ – коэффициент обмена радионуклидами между водой и взвешенными частицами (сорбция); λ – постоянная радионуклидного распада.

Граничные условия на свободной поверхности и диффузионный поток на дне задаются соответственно как [2]:

$$\mu_z \frac{\partial C}{\partial z} - wC \Big|_{z=\eta} = 0,$$

¹ Южный научный центр Российской академии наук, Ростов-на-Дону.

² Южно-Российский региональный центр информатизации Ростовского государственного университета, Ростов-на-Дону.

$$\mu_z \frac{\partial C}{\partial z} - \rho_s(1-\varepsilon)Z_*\alpha_{1,3}SK_{db}C \Big|_{z=-h-a} = \rho_s(1-\varepsilon)Z_*\alpha_{1,3}SC^b,$$

где C^b – концентрация радионуклидов в донных отложениях, ε – пористость дна, Z_* – эффективная толщина загрязненного придонного ила, ρ_s – плотность осадка, $\alpha_{1,3}$ – коэффициент обмена радионуклидами между водой и донным осадком, K_{db} – коэффициент распределения радионуклидов в донных осадках в состоянии равновесия.

Толщина ила задается уравнением деформации основания:

$$\rho_s(1-\varepsilon) \frac{\partial Z_*}{\partial z} = q^s - q^b.$$

Согласно [3], пористость грунтов изменяется в пределах от 0,30 до 0,55, $\rho_s = 2650$ кг/м³.

Концентрация радионуклида в придонном слое (C^b) описывается уравнением

$$\frac{\partial(Z_*C^b)}{\partial t} = \alpha_{1,3}Z_*(K_{db}C - C^b) - \frac{1}{\rho_s(1-\varepsilon)}(C^s q^s - C^b q^b).$$

Приведенные уравнения с граничными условиями решаются конечно-разностными методами.

В области $\bar{\Omega} = \Omega_h \cup \Gamma_h$ строится равномерная по всем направлениям разностная сетка с соответствующими шагами h_x, h_y, h_z . Здесь Ω_h – множество внутренних узлов сетки, Γ_h – множество граничных узлов. При пространственной аппроксимации уравнения переноса выбрана противопотоковая схема.

При аппроксимации граничных условий III рода правыми или левыми разностями используется идеология противопотоковых схем, когда выбор направления аппроксимации производной зависит от знака составляющей вектора скорости, участвующей в граничном условии.

Численное исследование поведения каждой фазы радионуклидов представляет отдельную достаточно сложную задачу. В данной работе приводятся результаты расчета распределения концентрации лишь растворенной фазы радионуклидов в случае их залпового выброса. При этом предполагалось, что обмен радионуклидами между водой и взвешенными частицами отсутствует ($\alpha_{1,2} = 0$), значение λ бралось равным 10^{-5} . Численное исследование взвешенной фазы радионуклидов, обмен с дном и поверхностью воды, а также поступление взвеси через устья притоков в настоящее время только проводится.

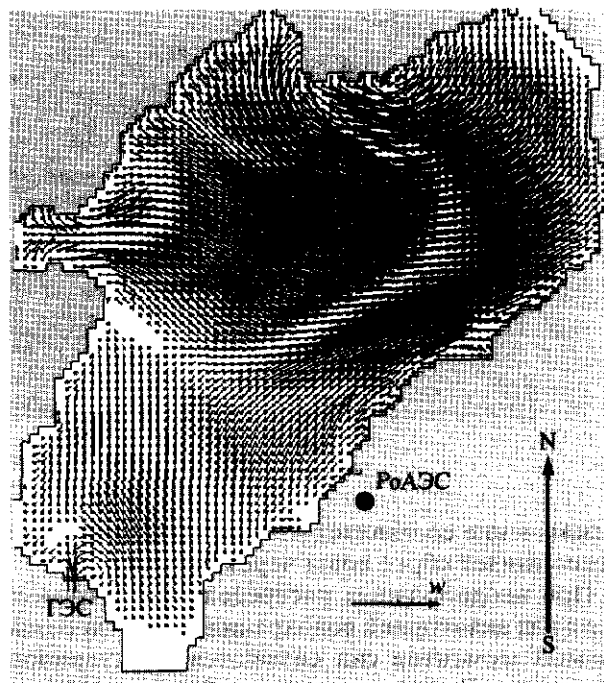


Рис. 1. Поле скоростей при однородном действии западного ветра

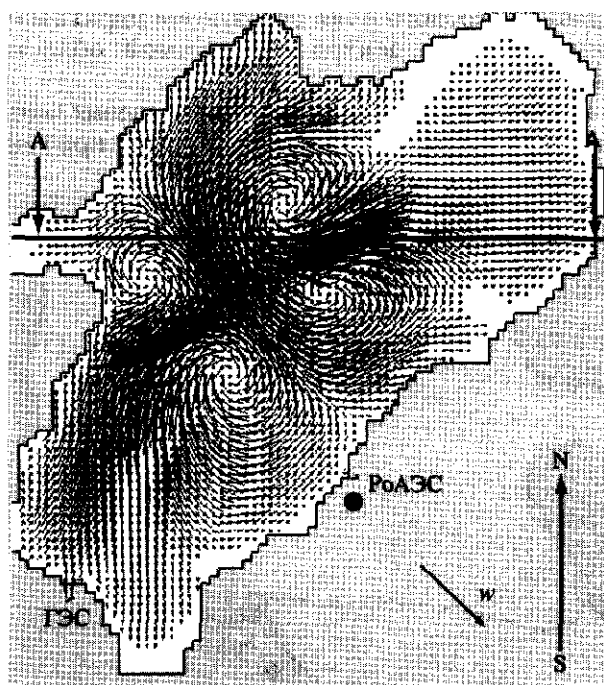


Рис. 2. Поле скоростей при неоднородном действии ветра западного направления.

При расчете течения задавались различные ветровые ситуации. Так, при однородном ветровом поле, образованном действием западного ветра, в водоеме не происходит образования циркуляционных зон и вода в основной своей части движется на восток и северо-восток (рис. 1).

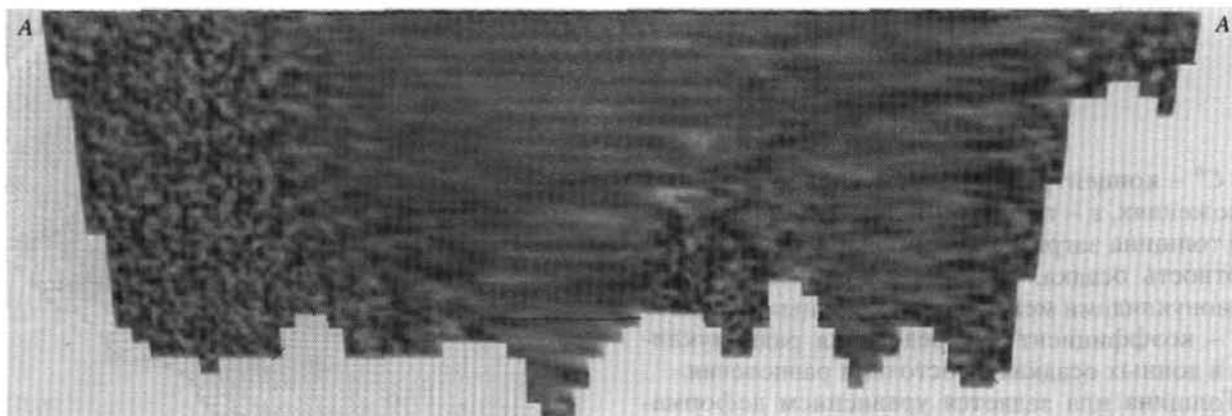


Рис. 3. Картина течения в вертикальном сечении А–А

Исключение составляет южная часть, где на течение влияет сброс воды через плотину.

При неоднородном распределении ветрового поля над акваторией водохранилища из-за создаваемых моментов сил создаются циркуляционные зоны. Рассматривалось действие ветра западного и северо-западного направлений с различными по акватории скоростями. При таком задании ветрового поля образуются циркуляционные зоны в центре исследуемой области (рис. 2).

На рис. 3 представлена картина течения воды в вертикальном сечении А–А (см. рис. 2) при дей-

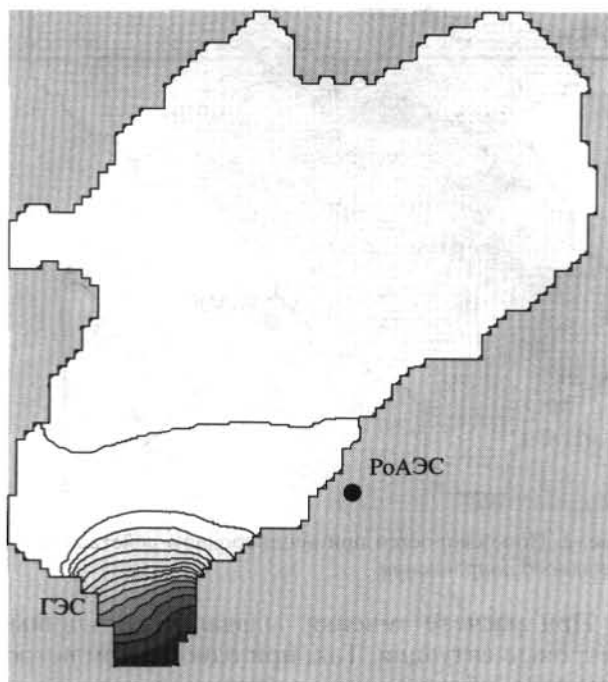


Рис. 4. Распределение концентрации вещества в южной части Цимлянского водохранилища при неоднородном действии ветра западного направления

ствии северо-западного ветра. Отчетливо прослеживается большая вихревая зона в центре области и зона поменьше, расположенная ближе к краю. Обе зоны имеют форму конуса, расширяющегося от дна к поверхности водохранилища.

При моделировании залпового выброса радионуклидов в Цимлянское водохранилище в районе Ростовской АЭС (РоАЭС) использовалось поле скоростей, получаемое при действии ветра западного и северо-западного направлений с различными по акватории скоростями. Вычислительный эксперимент показал, что в течение 8 часов основная часть загрязнения накапливается в районе порта г. Волгодонск и шлюза № 14 (рис. 4). Процесс накопления и удаления загрязнения в указанном районе представлен на рис. 5 в виде зависимости концентрации, выраженной в условных единицах, от времени.

Видно, что максимальная концентрация вещества достигается за первые два часа после выброса. Затем происходит вынос вещества и, соответственно, снижение концентрации. Процесс

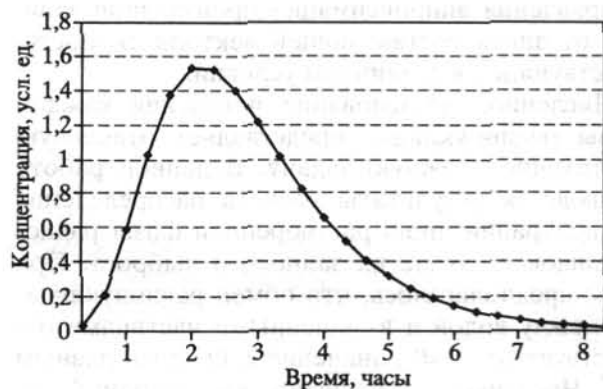


Рис. 5. Изменение концентрации загрязняющего вещества во времени в районе порта Волгодонск

очистения загрязненной области протекает гораздо медленнее, и первоначальная концентрация достигается лишь через 6 часов после ее максимума.

Полученные результаты вычислительного эксперимента на построенной математической модели показывают возможность появления в южной части Цимлянского водохранилища застойных зон. Такие зоны могут возникать при определенных ветровых ситуациях и, следовательно, накапливать повышенное количество различных взвесей и растворенного вещества.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 05-01-00096-а и 06-01-00038-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чикин А.Л.* Об одном из методов расчета параметров течений в водоемах с большой неоднородностью глубин // Водные ресурсы. 2005. Т. 32. № 1. С. 55–60.
2. *Zheleznyak M.J.* The mathematical modelling of radionuclide transport by surface water flow from the vicinity of the Chernobyl Nuclear Power Plant // Condensed Matter Physics. 1997. N 12. P. 37–50.
3. *Белолипецкий В.М., Генова С.Н.* Вычислительный алгоритм для определения динамики взвешенных и донных наносов в речном русле // Вычислительные технологии. 2004. Т. 9. № 2. С. 9–25.

**MATHEMATICAL MODEL
OF THE RADIOACTIVE NUCLIDES
DISTRIBUTION IN THE TSIMLANSK WATER STORAGE
RESERVOIR IN CASE OF THEIR SHARP DISCHARGE**

A.L. Chikin, I.N. Shabas, S.G. Sidiropulo

The mathematical model of the radioactive nuclides distribution in the South part of the Tsimlanskoye reservoir is introduced. The event of an ejection is considered. The problem is solved by the finite difference methods using upstream schemes.

REFERENCES

1. Chikin A.L. 2005. [On one of the methods of calculating the parameters of flow in reservoirs with heterogeneity depths]. *Vodnye resursy. (Water resources)*. 32(1): 55–60. (In Russian).
2. Zheleznyak M.J. 1997. The mathematical modelling of radionuclide transport by surface water flow from the vicinity of the Chernobyl Nuclear Power Plant. *Condensed Matter Physics*. 12: 37–50.
3. Belolipetskiy V.M., Genova S.N. 2004. Vychislitel'nyy algoritm dlya opredeleniya dinamiki vzveshennykh i donnykh nanosov v rechnom rusle. [Calculating algorithm for definition of dynamics of suspended and bed sediments in the river channel]. *Vychislitel'nye tekhnologii*. 9(2): 9–25. (In Russian).