

УДК 655+681.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ СВОЙСТВ АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

© 2016 г. А.Н. Соловьев^{1, 2, 3}, Е.Н. Зиборов¹, С.Н. Шевцов³

Аннотация. Разработан метод определения механических свойств армированных однонаправленных и слоистых композитных материалов. Предложенный метод основан на конечно-элементном моделировании представительных объемов композитных материалов и решении ряда краевых задач для них. Конечно-элементное моделирование проводилось в САЕ-пакете ANSYS. Представительные объемы выбраны в форме куба и содержат внутреннюю структуру композита. Эти задачи для однородного упругого материала имеют аналитические решения. В отличие от традиционных методов осреднения, в которых предполагается интегрирование характеристик напряженно-деформированного состояния по представительному объему, в предлагаемом методе достаточно нахождения этих характеристик на его границе. Такой подход удобен для инженерной практики, поскольку не требует написания специальных процедур осреднения. Сравнение результатов разработанного подхода с результатами традиционного способа определения эффективных свойств показало его достаточно хорошее совпадение. Композиционные материалы с регулярной неодинаправленной укладкой армирующих волокон моделировались слоистыми материалами, эффективные свойства которых соответствуют материалу композита с однонаправленными волокнами. В численных экспериментах были рассмотрены полимеркомпозитные материалы, армированные стекловолокном, в качестве связующего материала использовалась эпоксидная смола. Были найдены полные наборы упругих постоянных для однонаправленно армированного композита и слоистого материала на его основе. Проведено сравнение полученных результатов с натурными испытаниями. Эти сравнения показали работоспособность предложенного метода. Кроме этого, в численных экспериментах исследовались зависимости упругих свойств рассматриваемых композиционных материалов от процентного содержания армирующих волокон и от структуры их укладки.

Ключевые слова: метод конечных элементов, армированные композиты, эффективные свойства.

DETERMINATION OF ELASTIC PROPERTIES OF REINFORCED COMPOSITE MATERIALS BASED ON FINITE ELEMENT MODELING

A.N. Soloviev^{1, 2, 3}, E.N. Ziborov¹, S.N. Shevtsov³

Abstract. The method for determining the mechanical properties of unidirectional fiber reinforced and layered composite materials has been developed. This method is based on finite element modeling of representative volumes of composite materials, and solving some boundary value problems for them. Finite element modeling was carried out in ANSYS CAE package. Representative volumes containing the internal structure of the composite were chosen in the cube form. These problems for a homogeneous elastic material have analytical solutions. Unlike traditional methods of averaging, which are supposed to integrate the characteristics of the stress strain state by a representative volume, within the proposed method the location of these characteristics

¹ Донской государственный технический университет (Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1.

² Южный федеральный университет (Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, г. Ростов-на-Дону, 344006, ул. Б. Садовая, 105/42.

³ Южный научный центр Российской академии наук (Southern Scientific Centre, Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344006, г. Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41, e-mail: solovievarc@gmail.com

on its border is a sufficient. This approach is useful for engineering practice, because does not require writing of special procedures of averaging. Reasonably good agreement between the results when comparing the developed approach to the traditional method of determining the effective properties has been determined. Composite materials with the regular non-unidirectional reinforcing fibers' laying were simulated by laminates, effective material properties of which correspond to a composite with unidirectional fibers. The numerical simulations for polymer composite materials reinforced with glass fibers were examined, as a binder epoxy resin was used. Complete sets of the elastic constants for unidirectional reinforced composite and laminate based on it were found. A comparison of the obtained results with the laboratory experiment was done. The efficiency of the proposed method was proved. In addition, the dependencies of elastic properties of these composite materials on the percentage of reinforcing fibers and the structure of their laying were investigated at numerical experiments.

Keywords: finite element method, reinforced composites, effective properties.

ВВЕДЕНИЕ

Методы определения эффективных свойств композиционных материалов (КМ) разрабатываются достаточно давно, так, например, их обзор можно найти в монографии Б.Е. Победри [1], изданной еще в 1984 г. Однако анализ зарубежной и отечественной литературы показывает, что эта проблема по-прежнему является актуальной. Так, в работе [2] предложена аналитическая модель, на основе которой предполагается оценить эффективные свойства слоистых композитов. Кроме этого, представлен способ определения эффективных свойств с применением метода конечных элементов, в том числе структур, включающих межфазный слой. В работе [3] рассматривается метод оценки случайного распределения армирующих волокон в микрообъеме связующего материала и его дальнейшее влияние на эффективные свойства КМ. В работе [4] рассматриваются способы расчета упругих свойств трансверсально-изотропного композита. Подход иллюстрируется на примере кортикальной костной ткани. В работе [5] основным вопросом является определение эффективных свойств материала с учетом стохастического распределения армирующих волокон в объеме композита. В [6] изложены методы определения эффективных упругих свойств КМ, в основе которых лежит стохастический подход описания микроструктуры материала. В работе [7] упругие и диссипативные свойства КМ определяются на основе динамических испытаний и применения технологии комплекснозначных искусственных нейронных сетей. В основе традиционного метода [1] определения эффективных свойств композитов лежит метод осреднения характеристик НДС по представительному объему КМ, что кроме численного моделирования представительного объема, например методом конечных элементов, требует дополнительных процедур численного интегрирования.

В данной работе представлена методика определения механических свойств армированных однонаправленных и слоистых КМ. В основе раз-

работанной методики лежит конечно-элементное моделирование представительных объемов КМ, определение эффективных упругих характеристик через решение краевых задач. выполнено сравнение результатов представленной методики с традиционной методикой определения эффективных свойств КМ. Кроме этого, произведены ряд численные эксперименты с целью исследования зависимости механических характеристик КМ от соотношения компонентов КМ и структуры укладки армирующих волокон.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ ПОСТОЯННЫХ АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Наибольшее распространение в настоящее время в промышленности получили армированные слоистые композитные материалы. В качестве примера будем рассматривать один из таких композитов, состоящий из пакета нитевидных однонаправленных армирующих волокон в полимерной матрице. Так, на рисунке 1 представлены фотографии микрошлифа образца такого материала.

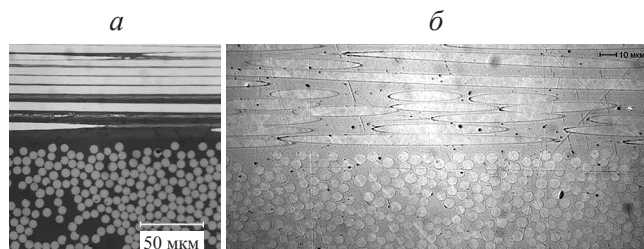


Рис. 1. Фотографии микрошлифа образца армированного композитного материала

Fig. 1. Photographs of the material sample microsection of fiber reinforced composite material

Отдельный слой такого композита будем рассматривать как трансверсально-изотропный материал, поскольку волокна армируют слой только в одном направлении. В целом такой КМ может быть описан как упругий ортотропный материал.

Рассматриваемые КМ моделируются в рамках линейной анизотропной теории упругости [8]. Статическая задача для однородного анизотропного тела описывается системой дифференциальных уравнений

$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad i = 1, 2, 3; \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}; \quad (2)$$

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}(u_{k,l} + u_{l,k}) \quad (3)$$

и граничными условиями

$$\begin{cases} u_i|_{S_k} = u_i^0, \\ t_i = \sigma_{ij} \cdot n_j|_{S_k} = p_i, \end{cases} \quad (4)$$

где u_i – искомые компоненты вектора смещений; u_i^0 , p_i – известные компоненты вектора смещений и поверхностных нагрузок; σ_{ij} , c_{ijkl} , ε_{kl} – компоненты тензоров напряжений, упругих постоянных и деформаций, t_i – компоненты вектора напряжений на границе тела.

Обобщенный закон Гука (2) в матричной форме для однородного ортотропного материала с эффективными свойствами имеет вид

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{13} \\ 2\varepsilon_{12} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Коэффициенты упругих постоянных C можно найти из условий статической эквивалентности КМ и однородного материала путем решения набора девяти статических краевых задач растяжения-сжатия и сдвига для представительного объема композиционного материала, если кроме заданных нагрузок будет известна дополнительная информация в виде смещений поверхностей тела. Закрепления в задачах, в которых к поверхностям приложены равномерно распределенные нормальные напряжения, будем моделировать как гладкий контакт (перемещения по направлению нормали к поверхности отсутствуют, по остальным направлениям перемещения свободны), в задачах сдвига одна из граней жестко закреплена, на три других действуют касательные напряжения. Для более равномерного распределения поверхностных перемещений грани контактируют с жесткими штампами,

которые находятся или под действием равномерно распределенных напряжений, или свободны, или закреплены от перемещений по нормали. Граничные условия краевых задач (1–9) приведены в таблице 1 (здесь и далее координата X соответствует $X1$, Y – $X2$ и Z – $X3$, компоненты вектора смещений UX , UY , UZ соответствуют $u1$, $u2$, $u3$).

Таблица 1. Граничные условия краевых задач
Table 1. Boundary conditions of boundary value problems

Задача	Нагружение, закрепление	Измерения
1	$\sigma_{11} _{X=l} = \sigma_1$, остальные грани закреплены по нормали	$U_X _{X=l} = U_1$
2	$\sigma_{33} _{Z=l} = \sigma_3$, остальные грани закреплены по нормали	$U_Z _{Z=l} = U_3$
3	$\sigma_{13} _{Z=l} = \sigma_{13} _{X=l} = -\sigma_{13} _{X=0} = \tau_{13}$, $U_X _{Z=0} = U_Y _{Z=0} = U_Z _{Z=0} = 0$	$U_X _{Z=l} = U_2$
4	$\sigma_{12} _{X=l} = \sigma_{12} _{Y=l} = -\sigma_{13} _{Y=0} = \tau_{12}$, $U_X _{X=0} = U_Y _{X=0} = U_Z _{X=0} = 0$	$U_Y _{X=l} = U_4$
5	$\sigma_{11} _{X=l} = \sigma_0$, $\sigma_{33} _{Z=l} = 0$, остальные грани закреплены по нормали	$U_X _{X=l} = U_5$ $U_Z _{Z=l} = U_6$
6	$\sigma_{22} _{Y=l} = \sigma_2$, остальные грани закреплены по нормали	$U_Y _{Y=l} = U_7$
7	$\sigma_{23} _{Y=l} = \sigma_{23} _{Z=l} = -\sigma_{23} _{Z=0} = \tau_{23}$, $U_X _{Z=0} = U_Y _{Z=0} = U_Z _{Z=0} = 0$	$U_Z _{Y=l} = U_8$
8	$\sigma_{22} _{Y=l} = \sigma_0$, $\sigma_{33} _{Z=l} = 0$, остальные грани закреплены по нормали	$U_Y _{Y=l} = U_9$ $U_Z _{Z=l} = U_{10}$
9	$\sigma_{11} _{X=l} = \sigma_0$, $\sigma_{22} _{Y=l} = 0$, остальные грани закреплены по нормали	$U_X _{X=l} = U_{11}$ $U_Y _{Y=l} = U_{12}$

Используя аналитические решения краевых задач 1–9 (табл. 1), можно найти эффективные упругие постоянные ортотропного материала по формулам:

$$\begin{aligned} C_{11} &= (\sigma_1 \cdot l) / U_1, \quad C_{22} = (\sigma_2 \cdot l) / U_7, \\ C_{33} &= (\sigma_3 \cdot l) / U_3, \quad C_{44} = (\tau_{13} \cdot l) / U_2, \\ C_{55} &= (\tau_{23} \cdot l) / U_8, \quad C_{66} = (\tau_{12} \cdot l) / U_4, \\ C_{13} &= -(C_{11} \cdot U_5) / U_6, \quad C_{12} = -(C_{22} \cdot U_{11}) / U_{12}, \\ C_{23} &= -(C_{22} \cdot U_9) / U_{10}. \end{aligned} \quad (6)$$

Перемещения U_1 , U_2 , ..., U_{12} определяются из численного эксперимента, роль которого в настоящей работе выполняет расчет методом конечных элементов (МКЭ) в пакете ANSYS указанных краевых задач для представительного объема КМ.

Для трансверсально-изотропного материала с плоскостью изотропии OX_1X_2 с учетом, что $C_{11} = C_{22}$, $C_{13} = C_{23}$, $C_{44} = C_{55}$, система для определения упругих постоянных примет вид

$$\begin{aligned} C_{11} &= (\sigma_1 \cdot l) / U_1, \quad C_{33} = (\sigma_3 \cdot l) / U_3, \\ C_{44} &= (\tau_{13} \cdot l) / U_2, \quad C_{66} = (\tau_{12} \cdot l) / U_4, \\ C_{13} &= -(C_{11} \cdot U_5) / U_6, \\ C_{12} &= -(C_{22} \cdot U_{11}) / U_{12} \quad \text{или} \quad C_{12} = C_{11} - 2C_{66}. \end{aligned} \quad (7)$$

Таким образом, соотношения (6) и (7) позволяют определить полный набор упругих констант из (1) для ортотропного и трансверсально-изотропного материала соответственно.

СРАВНЕНИЕ С МЕТОДОМ ОСРЕДНЕНИЯ ПО ОБЪЕМУ

В качестве примера применения представленной методики рассмотрим определение эффективных упругих характеристик материалов лонжерона и хвостового оперения лопасти вертолета, которые состоят из слоистых армированных КМ. Состав компонентов материалов: волокно – стекловолокно (65 % объемного содержания), матрица – эпоксидная смола (35 %). Механические характеристики материалов, модуль Юнга и коэффициент Пуассона: эпоксидная смола ($E = 2,55 \cdot 10^9$ МПа, $\nu = 0,22$), стекловолокно ($E = 8,7 \cdot 10^{10}$ МПа, $\nu = 0,35$). Лонжерон лопасти вертолета представляет собой полую несущую конструкцию, состоящую из множества слоев однонаправленного армированного композита. В силу того что единичный слой обоих материалов армирован волокном только в одном направлении, его эффективные свойства определялись в рамках трансверсально-изотропного материала (рис. 2).

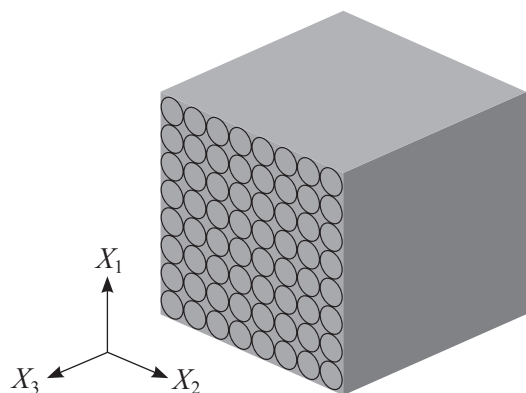


Рис. 2. Представительный объем однонаправленного армированного композитного материала

Fig. 2. Representative volume of unidirectional fiber reinforced composite material

Матрица упругих постоянных отдельного слоя, определенная с помощью представленного выше метода на основе соотношений (7), имеет следующий вид (здесь и далее числовые значения в паскалях):

$$C_0 = \begin{pmatrix} 1,222 \cdot 10^{10} & 3,0305 \cdot 10^9 & 1,615 \cdot 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 3,0305 \cdot 10^9 & 1,222 \cdot 10^{10} & 1,615 \cdot 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 1,615 \cdot 10^{10} & 1,615 \cdot 10^{10} & 5,532 \cdot 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6,33 \cdot 10^9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6,33 \cdot 10^9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,87 \cdot 10^9 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Модель представительного объема материалов лонжерона и обшивки хвостового оперения была взята в виде куба, состоящего из набора слоев. Для каждого слоя матрица упругих постоянных принималась в виде (8). При конечно-элементном моделировании представительных объемов материала лонжерона и хвостового оперения локальные системы координат в каждом слое поворачиваются (рис. 2) в соответствии с укладкой слоев. Связь между слоями моделировалась как жесткое сцепление.

Намотка армирующих волокон произведена таким образом, что их направления составляют $\pm 30^\circ$ относительно продольной оси лонжерона (рис. 3а). Хвостовое оперение (обшивка) состоит из того же материала со схемой укладки, которая определяется набором $0^\circ, +45^\circ, -45^\circ, 0^\circ$ (рис. 3б).

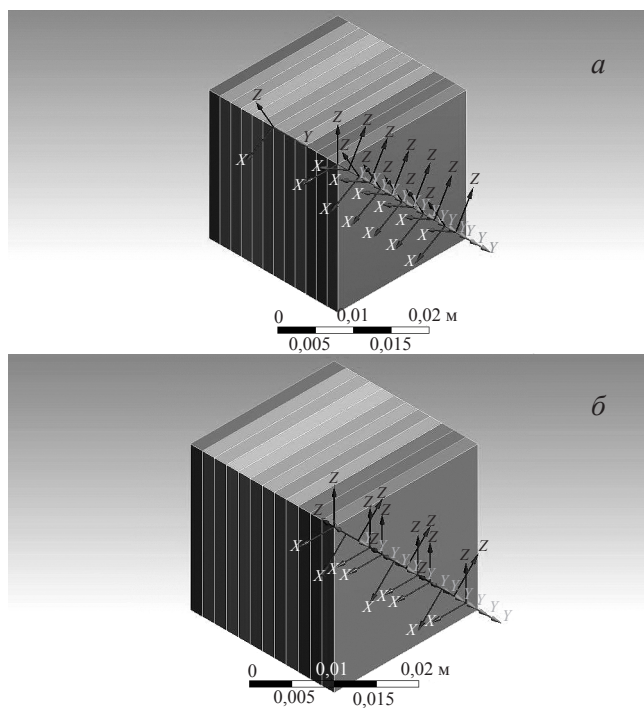


Рис. 3. Представительные объемы КМ лонжерона (а) и обшивки (б)

Fig. 3. Representative volumes of composite materials of longeron (a) and coating (b)

Матрица C_L упругих постоянных материала лонжерона, определенная по предложенному выше методу, имеет вид

$$C_L = \begin{pmatrix} 1,657 \cdot 10^{10} & 7,873 \cdot 10^9 & 1,475 \cdot 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 7,873 \cdot 10^9 & 1,165 \cdot 10^{10} & 9,46 \cdot 10^9 & 0 & 0 & 0 \\ 1,475 \cdot 10^{10} & 9,46 \cdot 10^9 & 3,093 \cdot 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5,474 \cdot 10^9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5,623 \cdot 10^9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6,912 \cdot 10^9 \end{pmatrix},$$

а матрица C_H упругих постоянных материала обшивки хвостового оперения

$$C_H = \begin{pmatrix} 1,69 \cdot 10^{10} & 8,197 \cdot 10^9 & 1,422 \cdot 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 8,197 \cdot 10^9 & 1,172 \cdot 10^{10} & 9,785 \cdot 10^9 & 0 & 0 & 0 \\ 1,422 \cdot 10^{10} & 9,785 \cdot 10^9 & 3,077 \cdot 10^{10} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5,371 \cdot 10^9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5,374 \cdot 10^9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6,912 \cdot 10^9 \end{pmatrix}.$$

Результаты натурного эксперимента по определению модулей упругости в двух направлениях упругой симметрии материала хвостового оперения приведены на рисунке 4: перпендикулярно слою с направлением 0° (рис. 4а) и вдоль него (рис. 4б), сравнение результатов эксперимента и значений, найденных по представленной методике, дает расхождение 6–7 %. Это позволяет сделать вывод о надежности предложенного метода.

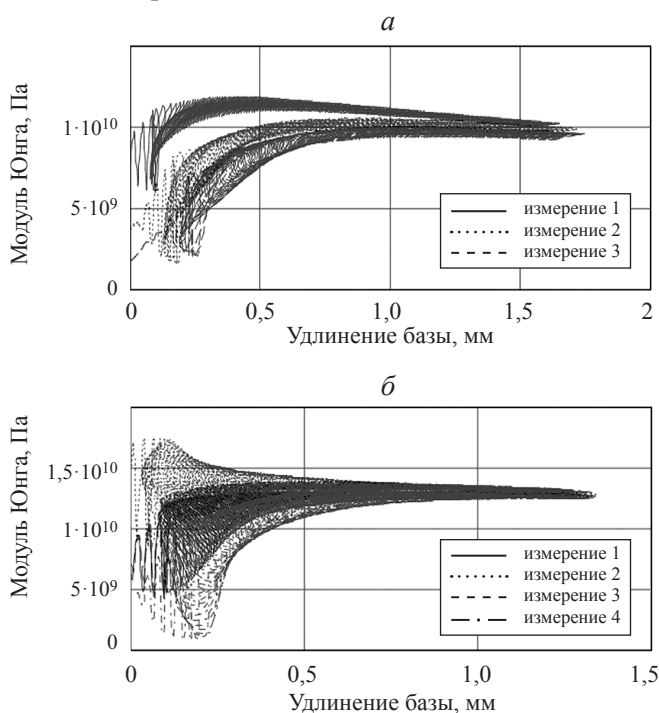


Рис. 4. Диаграмма экспериментального определения модулей упругости

Fig. 4. Diagram of the experimental determination of the modulus of elasticity

В настоящее время наиболее распространенным способом определения упругих постоянных КМ является их определение через отношение осредненных по объему модели величин напряжений и деформаций (Описание такого подхода можно найти в [1]), упрощенного может быть представлен как

$$C = \frac{\langle \sigma \rangle}{\langle \varepsilon \rangle},$$

где $\langle \sigma \rangle$, $\langle \varepsilon \rangle$ – осредненные по объему напряжения и деформации соответственно, которые находятся интегрированием соответствующих компонентов тензоров напряжений и деформаций по объему:

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma dV, \quad \langle \varepsilon \rangle = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon dV.$$

В ходе проведения конечно-элементного анализа в пакете ANSYS использовался конечный элемент SOLID 185 с тетраэдральной опцией и находились осредненные величины напряжений и деформаций по соотношениям (12).

В численном эксперименте на основе соотношений (11) определялись упругие свойства однонаправленно армированного композита (рис. 2, матрица (8)). На рисунке 5 представлен фрагмент представительного объема и распределение вертикальных смещений в задаче (2) таблицы 1.

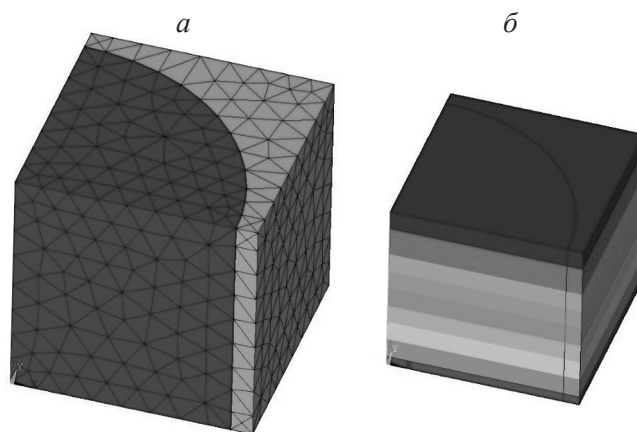


Рис. 5. Фрагмент представительного объема КМ с конечно-элементной сеткой (а), распределение вертикального перемещения (б)

Fig. 5. A detail of the representative volume of the composite material with the finite element mesh (a), the distribution of vertical displacements (b)

Произведена серия расчетов, в которых варьировалось процентное соотношение объемных компонентов в КМ и величины их модулей упругости. Расчеты были проведены методом осреднения по объему (формула (11)) и методом, предложенным в данной работе, с целью сравнения их результатов.

В результате получена зависимость относительной погрешности определения величины коэффициента C_{33} матрицы упругих постоянных, представленная на рисунке 6. По осям в горизонтальной плос-

кости отложены отношения $\frac{E_M}{E_B}$ модулей упругости матрицы E_M к модулю упругости волокна E_B и объемная доля материала (матрицы) в процентах. По вертикальной оси отложено относительное отклонение Δ (в процентах) величин упругой постоянной C_{33} , определенных по указанным выше методам.

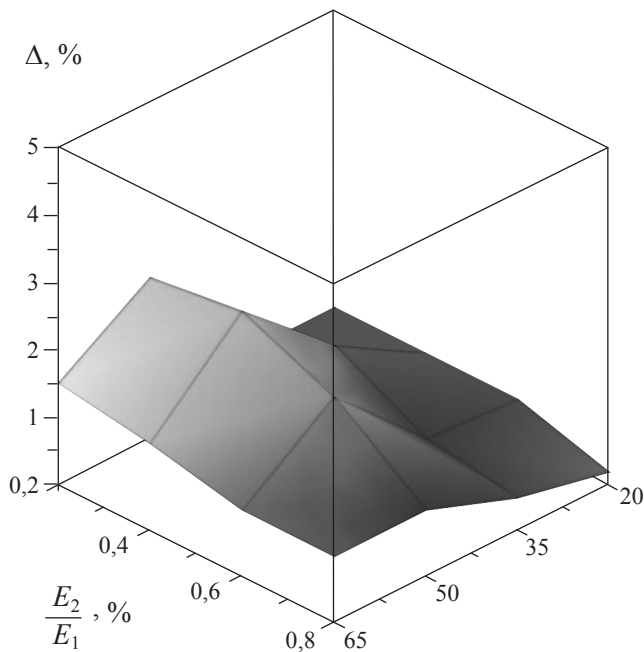


Рис. 6. Зависимость относительной погрешности упругих постоянных от объемной доли компонентов в КМ и величины их модулей упругости

Fig. 6. The dependency of relative error of elastic constants on volumetric share of components in the composites and values of their elastic modulus

Для других элементов матрицы упругих постоянных порядок погрешности между двумя методами не превосходит 5 %.

Замечание 1. Сравнение полученных результатов с помощью предложенного в работе метода для других элементов матрицы упругих постоянных с расчетами по методу осреднения [1] показывает, что расхождение не превышает 3 %, однако предложенная методика не требует интегрирования по объему.

Замечание 2. Библиотека конечных элементов ANSYS содержит элементы (например, SOLID65)

для моделирования однонаправленно армированных композитов. Проведенные расчеты показали, что использование такого конечного элемента дает адекватный результат только в случае одноосного напряженного состояния, совпадающего с направлением армирующих волокон (погрешность 2–4 % в определении характеристик НДС). В случае сложного напряженного состояния использование этого элемента приводит к большим погрешностям.

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГИХ ПОСТОЯННЫХ МНОГОСЛОЙНОГО КМ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЕГО СТРУКТУРЫ

На основе серии расчетов для однонаправленно армированного КМ с различной объемной долей стекловолокна были получены зависимости модулей упругости и сдвига, представленные на рисунке 7а и 7б соответственно, где E_1, E_2, E_3 – модули упругости в направлении главных осей ортотропии, G_1, G_3 – модули сдвига в направлении главных осей ортотропии.

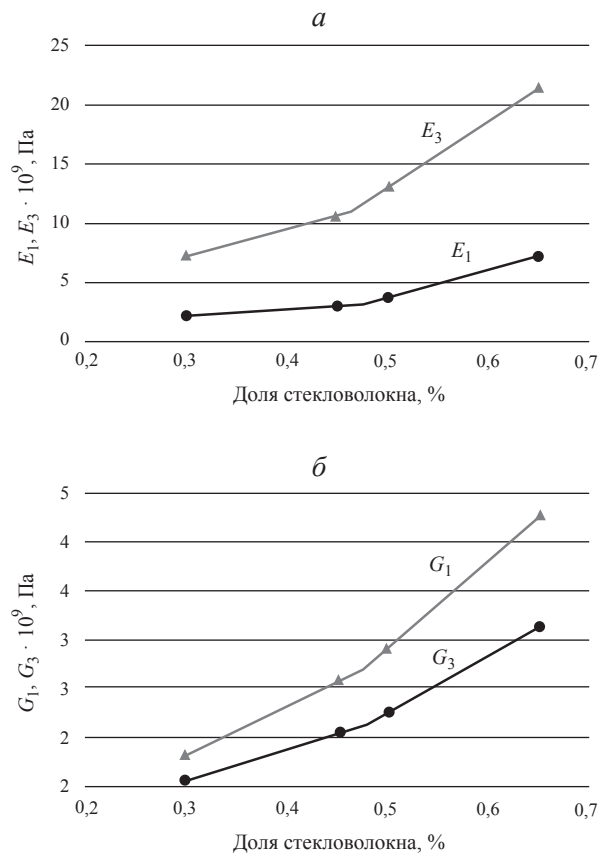


Рис. 7. Зависимости величин модулей упругости (а) и сдвига (б) от доли стекловолокна в материале

Fig. 7. Dependencies of the values of the elastic modulus (a) and shear modulus (b) on fraction of glass fibers

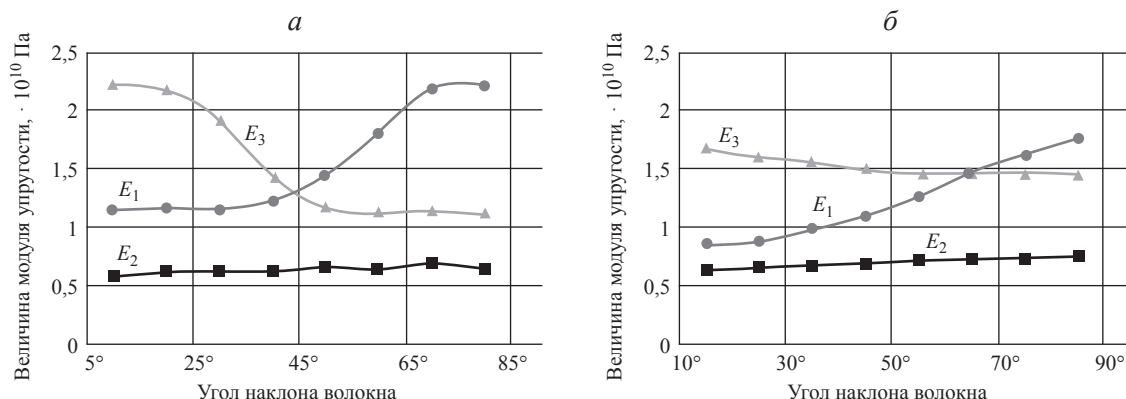


Рис. 8. Зависимости величины модулей упругости от угла ориентации волокна в материале лонжерона (а) и обшивки хвостового оперения (б)

Fig. 8. Dependencies of elastic modulus on the orientation angle of fibers in the materials of longeron (a) and coating (б)

Ориентация волокон в слоистом КМ влияет на его упругие свойства. В связи с этим была проведена серия расчетов и найдены зависимости модулей упругости E_1 , E_2 , E_3 от угла ориентации волокон относительно осевой линии в материале лонжерона (рис. 8а) и угла α в материале хвостового оперения с укладкой волокон 0° , $+\alpha$, $-\alpha$, 0° , рис. 8б).

Из графика на рисунке 8а видно, что для материала лонжерона значения двух модулей упругости совпадают при угле ориентации волокон в 45° , в то время как для материала хвостового оперения (рис. 8б) данное совпадение возникает только при угле ориентации в 65° , что объясняется наличием дополнительного армирующего слоя с ориентацией волокон 0° .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод идентификации механических свойств армированных однонаправленных и слоистых композитных материалов. Сравнение полученных результатов с расчетами по традиционной методике осреднения и методом определения эффективных модулей упругости композиционных материалов, предложенным в работе, показывает, что расхождение не превышает 3 %, что позволяет сделать вывод о работоспособности метода. Кроме этого произведено исследование модулей упругости и сдвига в зависимости от структурных параметров КМ (процентной доли компонентов и угла ориентации волокон).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Победря Б.Е. 1984. *Механика композиционных материалов*. М., изд-во МГУ: 336 с.
2. Kasiviswanathan V., Arockiarajan A. 2015. Analytical, numerical and experimental studies on effective properties of layered (2-2) multiferroic composites. *Sensors and Actuators*. 236: 380–393.
3. Mohammadi Shah M., Komeili M., Phillion A.B., Milani A.S. 2016. Toward better understanding of the effect of fiber distribution on effective elastic properties of unidirectional composite yarns. *Computers and Structures*. 163: 29–40.
4. Vilchevskaya E., Sevostianov I. 2015. Effective elastic properties of a particulate composite with transversely-isotropic matrix. *International Journal of Engineering Science*. 94: 139–149.
5. Zhao J., Hengyang Li., Cheng G., Cai Y. 2016. On predicting the effective elastic properties of polymer nanocomposites by novel numerical implementation of asymptotic homogenization method. *Composite Structures*. 135: 297–305.

6. Zhou X.-Y., Gosling P.D., Pearce C. J., Kaczmarczyk L., Ullah Z. 2015. Perturbation-based Stochastic Multi-scale Computational Homogenization Method for the Determination of the Effective Properties of Composite Materials with Random Properties. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 01: 1–34.
7. Соловьев А.Н., Нгуен З.Ч. 2014. Определение упругих и диссипативных свойств материалов с помощью сочетания метода конечных элементов и комплекснозначных искусственных нейронных сетей. *Вестник Донского государственного технического университета*. 14(2): 84–92.
8. Новацкий В. 1975. *Теория упругости*. М., Мир: 872 с.

REFERENCES

1. Pobedrya B.E. 1984. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov*. [Mechanics of composite materials]. Moscow, Moscow State University: 336 p. (In Russian).
2. Kasiviswanathan V., Arockiarajan A. 2015. Analytical, numerical and experimental studies on effective properties of

- layered (2-2) multiferroic composites. *Sensors and Actuators*. 236: 380–393.
3. Mohammadi Shah M., Komeili M., Phillion A.B., Milani A.S. 2016. Toward better understanding of the effect of fiber distribution on effective elastic properties of unidirectional composite yarns. *Computers and Structures*. 163: 29–40.
 4. Vilchevskaya E., Sevostianov I. 2015. Effective elastic properties of a particulate composite with transversely-isotropic matrix. *International Journal of Engineering Science*. 94: 139–149.
 5. Zhao J., Hengyang Li., Cheng G., Cai Y. 2016. On predicting the effective elastic properties of polymer nanocomposites by novel numerical implementation of asymptotic homogenization method. *Composite Structures*. 135: 297–305.
 6. Zhou X.-Y., Goslinga P.D., Pearce C. J., Kaczmarczyk L., Ullah Z. 2015. Perturbation-based Stochastic Multi-scale Computational Homogenization Method for the Determination of the Effective Properties of Composite Materials with Random Properties. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 01: 1–34.
 7. Soloviev A.N., Nguen Z.Ch. 2014. [Determination of elastic and dissipative material properties through a combination of the finite element method and the complex-valued artificial neural networks]. *Vestnik Donskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta*. 14(2): 84–92. (In Russian).
 8. Novatskiy V. 1975. *Teoriya uprugosti. [Theory of elasticity]*. Moscow, Mir Publishers: 872 p. (In Russian).

Поступила 12.01.2016