

УДК 539.3

ДИНАМИКА СЛОИСТОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ДВИЖУЩЕЙСЯ И ОСЦИЛЛИРУЮЩЕЙ НАГРУЗКИ

© 2005 г. В.В. Калинин¹, Т.И. Белянкова², Г. Шмид³, А. Тосецки³

Исследуются колебания слоисто-неоднородной среды под действием движущейся и осциллирующей на ее поверхности нагрузки. Проблема рассматривается в движущейся, связанной с нагрузкой системе координат. Построено интегральное представление перемещений произвольной точки среды. Проведен численный анализ свойств функции Грина среды и структуры поверхностного волнового поля в зависимости от скорости движения нагрузки, частоты ее осцилляции и свойств среды.

Развитие наземного высокоскоростного транспорта приводит к серьезной экологической проблеме – “сейсмическому и акустическому загрязнению” окружающей среды. Скорость движения поездов на некоторых действующих магистральных [1–3] (Германия, Голландия, Франция, Япония и др.) достигает 400–450 км/час (110–125 м/с). С другой стороны большинство грунтов естественного залегания имеют четко выраженную слоистую структуру с низкоскоростным поверхностным слоем [4] (скорость сдвиговых волн в глине 100–400 м/с, в суглинке 100–300 м/с, в супеси 120–280 м/с). Таким образом, достижение наземным транспортом “звукового барьера” со всеми негативными последствиями для экологического состояния окружающей среды является вполне реальным. Это обстоятельство вынуждает проводить детальное исследование динамических процессов, сопровождающих высокоскоростной транспорт, с целью поиска путей и методов снижения экологического ущерба.

Одним из перспективных путей в борьбе с сейсмическим шумом является использование пассивных, основанных на особенностях распространения волн в слоистых средах, защитных мер за счет целенаправленной оптимизации структуры “дорожное полотно – подстилающий грунт”. Моделирование “дорожного полотна” успешно производится численными [1–3] и численно-аналитическими, основанными на использовании упрощенных конечномерных моделей [5], методами. При моделировании динамических процессов в неоднород-

ных грунтовых основаниях более эффективными являются аналитические и полуаналитические, базирующиеся на использовании интегральных преобразований, методы [6–11]. Такие подходы использовались, например, при асимптотическом анализе волновых полей в неоднородном полупространстве [7, 8], при анализе волновых полей в неоднородном слое [9] и т.д.

В настоящей работе изучается волновое поле в ближней зоне на поверхности неоднородного полупространства. Исследование проводится в декартовой прямоугольной системе координат x_1, x_2, x_3 .

1. Движение слоисто-неоднородной среды под действием движущейся и осциллирующей нагрузки. Рассмотрим движение неоднородной среды, представляющей собой упругий слой $0 \leq x_3 \leq h$, лежащий на поверхности упругого полупространства $x_3 \leq 0$. Плотность и упругие модули слоя ($k = 1$) и полупространства ($k = 2$) равны соответственно $\rho^{(k)}, \lambda^{(k)}, \mu^{(k)}$. На границе слоя и полупространства выполняются условия жесткого сцепления. На поверхность среды действует распределенная в области Ω нагрузка $q(x_1 - Vt, x_2)e^{-i\omega t}$, движущаяся с постоянной скоростью V в положительном направлении оси x_1 и осциллирующая с частотой ω .

Задача описывается уравнениями движения

$$\frac{\partial \theta_{k1}^{(n)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \theta_{k2}^{(n)}}{\partial x_2} + \frac{\partial \theta_{k3}^{(n)}}{\partial x_3} = \rho^{(n)} \frac{\partial^2 u_k^{(n)}}{\partial t^2}, \quad k = 1, 2, 3 \quad (1.1)$$

граничными условиями на поверхности среды:

$$x_3 = h: \quad \theta_{3k}^{(1)} = \begin{cases} q_k(x_1 - Vt, x_2, t), & x_1, x_2 \in \Omega \\ 0, & x_1, x_2 \notin \Omega \end{cases}, \quad k = 1, 2, 3 \quad (1.2)$$

¹ Южный научный центр РАН, г. Ростов-на-Дону.

² НИИ Механики и прикладной математики Ростовского государственного университета, г. Ростов-на-Дону.

³ Рурский университет (Богум), Германия.

условиями полного сцепления слоя и полупространства:

$$x_3 = 0 \quad u_k^{(1)} = u_k^{(2)} \quad \theta_{3k}^{(1)} = \theta_{3k}^{(2)}, \quad k = 1, 2, 3 \quad (1.3)$$

условиями излучения на бесконечности [10].

$\mathbf{u}^{(n)} = \{u_1^{(n)}, u_2^{(n)}, u_3^{(n)}\}$ – вектор перемещения произвольной точки, $\Theta^{(n)}$ – тензор напряжений слоя ($n = 1$) или полупространства ($n = 2$), компоненты которого имеют вид:

$$\begin{aligned} \theta_{ij}^{(n)} = & \lambda^{(n)} \delta_{ij} \left(\frac{\partial u_1^{(n)}}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2^{(n)}}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3^{(n)}}{\partial x_3} \right) + \\ & + \mu^{(n)} \left(\frac{\partial u_i^{(n)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(n)}}{\partial x_i} \right) \end{aligned}$$

δ_{ij} – символ Кронекера, $\mathbf{q} = \{q_1, q_2, q_3\}$ – вектор нагрузок.

В общем случае задача является нестационарной, для решения которой необходимо привлекать методы операционного исчисления. В частном случае, когда, $V = \text{const}$, представляется возможным перейти к подвижной системе координат [7–11]:

$$x'_1 = x_1 - Vt, \quad x'_2 = x_2, \quad x'_3 = x_3 \quad (1.4)$$

в которой все слагаемые в уравнениях (1.1) остаются без изменения за исключением производной по времени:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{u}} = & \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - V \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x'_1}, \\ \ddot{\mathbf{u}} = & \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} - 2V \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x'_1 \partial t} + V^2 \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial x'^2_1} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Допуская, что движение нагрузки, равно как и сами колебания происходят длительное время, процесс колебаний в подвижной системе координат (1.4) можно считать установившимся и, тем самым, рассматривать задачу в гармонической постановке, т.е. все участвующие в задаче величины представить в виде:

$$f = f_0(x'_1, x'_2, x'_3) e^{-i\omega t} \quad (1.6)$$

Внося выражения (1.5) и (1.6) в уравнения (1.1) и применив к ним двумерное преобразование Фурье по координатам x'_1, x'_2 (α_1, α_2 – параметры преобразования, далее штрих при x_k и временной множитель опускаем), приходим к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций $U_0^{(n)}(\alpha_1, \alpha_2, x_3) = \{U_1^{(n)}, U_2^{(n)}, U_3^{(n)}\}$

– трансформант Фурье функций $u_0^{(n)}$. Произведя формальную замену параметра ω на $\omega^* = \omega - \alpha_1 V$ получим систему уравнений, которая по виду не отличается от обычной системы, однако ее тип (эллиптическая, гиперболическая или смешанная) будет определяться скоростью движения нагрузки.

Пусть $c_1^{(1)}, c_2^{(1)}$ и $c_1^{(2)}, c_2^{(2)}$ скорости продольных и поперечных волн в слое и в полупространстве соответственно, а γ, β и δ – параметры, которые их связывают соотношениями:

$$c_1^{(2)} = \gamma c_2^{(2)}, c_2^{(1)} = \beta c_2^{(2)}, c_1^{(1)} = \delta c_2^{(1)} = \beta \delta c_2^{(2)} \quad (1.7)$$

Среду будем называть “нормальной” (далее отмечаем индексом “n”) при условии $\beta < 1$ (полупространство “жестче” слоя). Следуя [11], будем различать докритический $0(n)$ ($V < c_2^{(1)}$) и сверх-

звуковые I(n) ($c_2^{(2)} > V > c_2^{(1)}$), II(n) ($c_1^{(2)} > V > c_2^{(2)}$) и III(n) ($V > c_1^{(2)}$) режимы движения.

“Аномальной” (далее отмечаем индексом “a”) будем называть среду при условии $\beta > 1$ (слой “жестче” полупространства). В этом случае будем различать докритический $0(a)$ ($V < c_2^{(2)}$) и сверхзвуковые I(a) ($c_2^{(1)} > V > c_2^{(2)}$), II(a) ($c_1^{(1)} > V > c_2^{(1)}$) и III(a) ($V > c_1^{(1)}$) режимы движения нагрузки. Случаи $0(n)$ и $0(a)$ приводят к эллиптическим уравнениям, случаи III(n) и III(a) – к гиперболическим уравнениям, случаи I(n) и I(a), II(n) и II(a) – к смешанному типу: часть уравнений являются эллиптическими, часть – гиперболическими.

Далее используются безразмерные параметры: линейные параметры отнесены к толщине слоя h , напряжения и усилия – к модулю сдвига $\mu^{(2)}$, плотность – к плотности полупространства $\rho^{(2)}$. Скорость движения нагрузки, а также скорости распространения всех типов волн отнесены к скорости поперечных волн в полупространстве $c_2^{(2)} = \sqrt{\rho^{(2)} / \mu^{(2)}}$. В качестве безразмерной частоты будем использовать параметры $\kappa_2 = \omega h / c_2^{(2)}$ и $\kappa_2^* = \omega^* h / c_2^{(2)}$. Для упругих параметров будем применять обозначения, $\lambda'^{(n)} = \lambda^{(n)} / \mu^{(2)}$, $\mu'^{(1)} = \mu^{(1)} / \mu^{(2)}$, для скоростей $V' = V / c_2^{(2)}$, $c_2^{(1)} = c_2^{(1)} / c_2^{(2)} = \beta$, $c_1^{(2)} = c_1^{(2)} / c_2^{(2)} = \gamma$. Далее штрихи опускаем.

2. Решение краевой задачи. Общее решение системы уравнений (1.1) в пространстве образов Фурье имеет вид:

$$\begin{aligned} U_l^{(1)} &= \sum_{k=1}^3 f_{lk}^{(1)} [g_k^{(1)} \operatorname{sh} \sigma_k^{(1)} x_3 + d_k^{(1)} \operatorname{ch} \sigma_k^{(1)} x_3], \quad l=1,2 \\ U_3^{(1)} &= \sum_{k=1}^3 f_{3k}^{(1)} [g_k^{(1)} \operatorname{sh} \sigma_k^{(1)} x_3 + d_k^{(1)} \operatorname{ch} \sigma_k^{(1)} x_3] \quad (2.1) \\ U_l^{(2)} &= \sum_{k=1}^3 f_{lk}^{(2)} g_k^{(2)} e^{\sigma_k^{(2)} x_3}, \quad l=1,2 \\ U_3^{(2)} &= \sum_{k=1}^3 f_{3k}^{(2)} g_k^{(2)} e^{\sigma_k^{(2)} x_3} \quad (2.2) \end{aligned}$$

Неизвестные константы $g_k^{(n)}, d_k^{(1)}$ определяются при удовлетворении преобразованных по Фурье граничных условий (1.2) и (1.3). Применив обратное преобразование Фурье, получим решение краевой задачи (1.1) – (1.3) в виде [12]:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{(n)}(x_1, x_2, x_3) &= \\ &= \frac{1}{8\pi^2 \mu^{(1)}} \iint_{\Omega} \mathbf{K}^{(n)}(x_1 - \xi, x_2 - \eta, x_3) \mathbf{q}^{(1)}(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (2.3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^{(n)}(s, t, x_3) &= \\ &= \int_{\Gamma_1 \Gamma_2} \mathbf{K}^{(n)}(\alpha_1, \alpha_2, x_3) e^{i(\alpha_1 s + \alpha_2 t)} d\alpha_1 d\alpha_2 \quad (2.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^{(n)}(\alpha_1, \alpha_2, x_3) &= \|K_{lp}^{(n)}\|_{l,p=1}^3 \\ K_{lp}^{(1)} &= \sum_{k=1}^3 f_{lk}^{(1)} [\Delta_{kp} \operatorname{sh} \sigma_k^{(1)} x_3 + \\ &+ \Delta_{k+3,p} \operatorname{ch} \sigma_k^{(1)} x_3], \quad l=1,2 \quad (2.5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_{3p}^{(1)} &= \sum_{k=1}^3 [\Delta_{kp} \operatorname{ch} \sigma_k^{(1)} x_3 + \Delta_{k+3,p} \operatorname{sh} \sigma_k^{(1)} x_3] \\ K_{lp}^{(2)} &= \sum_{k=1}^3 f_{lk}^{(2)} \Delta_{k+6,p} e^{\sigma_k^{(2)} x_3}, \quad l=1,2 \\ K_{3p}^{(2)} &= \sum_{k=1}^3 \Delta_{k+6,p} e^{\sigma_k^{(2)} x_3} \quad (2.6) \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} f_{1l}^{(n)} &= -i\alpha_1 \sigma_l^{(n)-1}, \quad f_{12}^{(n)} = -i\alpha_1 \sigma_2^{(n)} u^{-2}, \quad l, n=1,2 \quad (2.7) \\ f_{31}^{(n)} &= f_{32}^{(n)} = 1, f_{33}^{(n)} = 0, f_{13}^{(n)} = -\alpha_2, f_{23}^{(n)} = \alpha_1 \\ u &= \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}, \quad \alpha_1 = u \cos \varphi, \quad \alpha_2 = u \sin \varphi \\ \Delta_{kp} &= \Delta_{kp}^0 / \Delta^0, \quad k, p=1,2,\dots,9, \\ \Delta^0 &= \det \|T_{kp}\|_{k,p=1,2,\dots,9} \quad (2.8) \end{aligned}$$

$\Delta_{kp}^0 (k, p=1,2,\dots,9)$ являются алгебраическими дополнениями элементов T_{kp} [12] определителя Δ^0 (во всех формулах $p=1,2,3$):

$$\begin{aligned} T_{kp} &= l_{kp}^{(1)} \operatorname{ch} \sigma_p^{(1)} h, \quad T_{k,p+3} = l_{kp}^{(1)} \operatorname{sh} \sigma_k^{(1)} h, \\ T_{k,p+6} &= 0, \quad k=1,2 \\ T_{3p} &= l_{3p}^{(1)} \operatorname{sh} \sigma_p^{(1)} h, \quad T_{3,p+3} = l_{3p}^{(1)} \operatorname{ch} \sigma_p^{(1)} h, \quad T_{3,p+6} = 0 \\ T_{kp} &= 0, \quad T_{k,p+3} = f_{k-3,p}^{(1)}, \quad (2.9) \\ T_{k,p+6} &= -f_{k-3,p}^{(2)}, \quad k=4,5 \\ T_{6p} &= \operatorname{ch} \sigma_p^{(1)} h, \quad T_{6,p+3} = 0, \quad T_{6,p+6} = -1 \\ T_{kp} &= \mu^{(1)} l_{1,p}^{(1)}, \quad T_{k,p+3} = 0, \\ T_{k,p+6} &= -l_{k-6,p}^{(2)}, \quad k=7,8, \\ T_{9p} &= 0, \quad T_{9,p+3} = \mu^{(1)} l_{3p}^{(1)}, \quad T_{9,p+6} = -l_{3p}^{(2)} \end{aligned}$$

Коэффициенты l_{kp} , ($k, p=1,2,3$) определяются формулами:

$$\begin{aligned} l_{k1}^{(n)} &= -i\alpha_k, \quad l_{k2}^{(n)} = i\alpha_k \theta^{(n)} u^{-2}, \\ l_{k3}^{(n)} &= i\alpha_k \theta^{(n)} u^{-2}, \quad k=1,2 \\ l_{31}^{(n)} &= \theta^{(n)} (\sigma_1^{(n)})^{-1}, \quad l_{32}^{(n)} = \sigma_2^{(n)}, \quad l_{33}^{(n)} = \sigma_2^{(n)}, \\ \theta^{(n)} &= u^2 - 0.5\rho^{(n)} \omega^{*2} \mu^{(n)-1} \end{aligned}$$

$\sigma_k^{(n)}$ удовлетворяют характеристическим уравнениям:

$$\begin{aligned} \left(\sigma_1^{(n)2} - u^2 + \rho^{(n)} \omega^{*2} [\lambda^{(n)} + 2\mu^{(n)}]^{-1} \right) &= 0 \\ \left(\sigma_k^{(n)2} - u^2 + \rho^{(n)} \omega^{*2} \mu^{(n)-1} \right) &= 0, \quad (2.10) \\ (n=1,2, \quad k=2,3) \end{aligned}$$

Контур Γ_1 и Γ_2 в соответствии с правилами [10] обходят отрицательные особенности (полюса и точки ветвления) функции $\mathbf{K}^{(n)}$ сверху, положительные особенности – снизу.

Функции $\Delta^0 = \Delta^0(u, \kappa_2^*)$ и $\sigma_k^{(n)} = \sigma_k^{(n)}(u, \kappa_2^*)$ являются четными функциями аргументов u, κ_2^* .

В системе координат u, κ_2^* имеет место характерная для неподвижного источника центральная симметрия расположения особенностей символа $\mathbf{K}^{(n)}(\alpha_1, \alpha_2, 0, \kappa_2^*)$: дисперсионные поверхности представляют собой тела вращения и

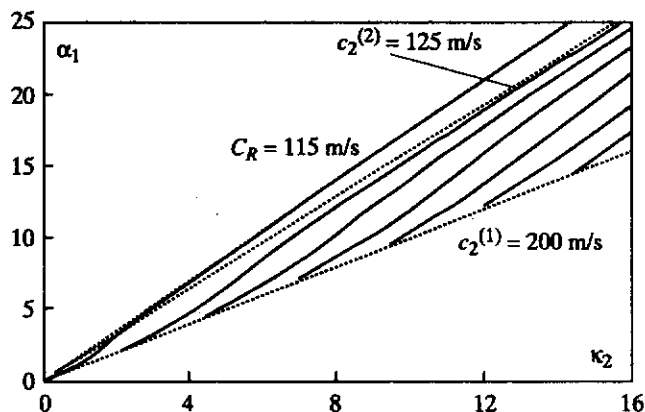


Рис. 1. Дисперсионная диаграмма – сечения дисперсионных поверхностей полуплоскостью $\varphi = \text{const}$ (сплошные линии). Среда “нормального” типа, нагрузка неподвижна ($V = 0$). Штриховые линии (сверху вниз) соответствуют релеевской волне полупространства с параметрами слоя, а также сдвиговым волнам слоя и полупространства

определяются выражениями $\xi_n = \xi_n(\kappa_2^*)$, где ξ_n при фиксированном значении частоты κ_2^* удовлетворяют уравнению

$$\Delta^0(u, \kappa_2^*) = 0 \quad (2.11)$$

В системе координат u, κ_2 симметрия исчезает, поскольку дисперсионные поверхности претерпевают изменение в соответствии с формулой перехода от параметра κ_2^* к κ_2 :

$$\kappa_n = \kappa_{2n}^*(\xi_n) + \alpha_{1n} V \quad (2.12)$$

Фазовая скорость мод поверхностных волн определяется выражением

$$V_n = \frac{\kappa_{2n}^*(u_n)}{\xi_n} + \frac{\alpha_{1n}}{\xi_n} V = V_{0n} + \frac{\alpha_{1n}}{\xi_n} V \quad (2.13)$$

где V_{0n} – фазовая скорость поверхностной моды с номером n в неподвижной системе координат. Соотношение (2.12) характеризует проявление эффекта Доплера, который заключается в изменении регистрируемой неподвижным наблюдателем частоты колебаний движущегося источника: при $\alpha_1 < 0$ – уменьшение, при $\alpha_1 > 0$ – увеличение.

3. Поверхностные волны от движущегося осциллирующего источника. В качестве примера рассмотрим действие нагрузки $q = \{0, 0, q_3(x_1 - Vt, x_2)e^{-i\omega t}\}$ на слоисто неоднородную среду. Перемещение поверхности среды определяется формулой:

$$u_k^{(1)}(x_1, x_2, h) = \frac{1}{8\pi^2 \mu} \iint_{\Omega} k_{k3}^{(1)}(x_1 -$$

$$-\xi, x_2 - \eta, h) q_3(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (3.1)$$

$$k_{k3}^{(1)}(s, t, x_3) = \iint_{\Gamma_1 \Gamma_2} K_{k3}^{(1)}(\alpha_1, \alpha_2, x_3) e^{i(\alpha_1 s + \alpha_2 t)} d\alpha_1 d\alpha_2 \quad (3.2)$$

Функции $K_{k3}^{(1)}(\alpha_1, \alpha_2, h)$ описываются формулами (2.5) – (2.9). Для выбора контуров интегрирования в представлении (3.2) необходимо исследовать дисперсионные свойства функций $K_{k3}^{(1)}$. Ниже для наглядности приведены дисперсионные диаграммы, представляющие собой сечения дисперсионных поверхностей полуплоскостью $\varphi = \text{const}$ (φ – угол между полуосью $\alpha_1 > 0$ и направлением распространения волны).

“Среда нормального типа”. На рисунке 1 представлен характерный для среды “нормального” типа вид дисперсионной диаграммы при $V = 0$. Штриховыми линиями (сверху вниз) отмечены лучи, соответствующие волне Релея C_R однородной среды (полупространство с параметрами слоя), а также сдвиговым волнам слоя $c_2^{(1)}$ и подстилающего полупространства $c_2^{(2)}$.

Дисперсионные кривые, за исключением первой, представляют собой счетное множество линий, заключенных в секторе, образованном лучами, соответствующими сдвиговым волнам слоя (верхняя граница) и полупространства (нижняя граница) и определяют счетное множество мод поверхностных волн, каждая из которых характеризуется наличием “критической частоты” (“cut-off frequency” – частота возникновения данной моды). Имеет место нормальная дисперсия скорости поверхностных волн: в момент появления каждой моды ее скорость равна скорости поперечной волны подстилающего полупространства $c_2^{(2)}$. С увеличением частоты скорость моды уменьшается, асимптотически приближаясь к скорости поперечной волны слоя $c_2^{(1)}$. Первая мода является самой медленной, скорость которой мало отличается от скорости релеевской волны C_R .

Режим 0 (n). На рисунке 2 представлены дисперсионные диаграммы – сечения дисперсионных поверхностей полуплоскостью $\varphi = \pi$ (прямое направление – рис. 2a) и полуплоскостью $\varphi = 0$ (обратное направление, рис. 2b), характерные для режима 0 (n). В соответствии с формулой (2.12) графики, соответствующие прямому направлению ($\alpha_{1n} < 0$) сжаты, а соответствующие обратному направлению ($\alpha_{1n} > 0$) – растянуты по горизонтали.

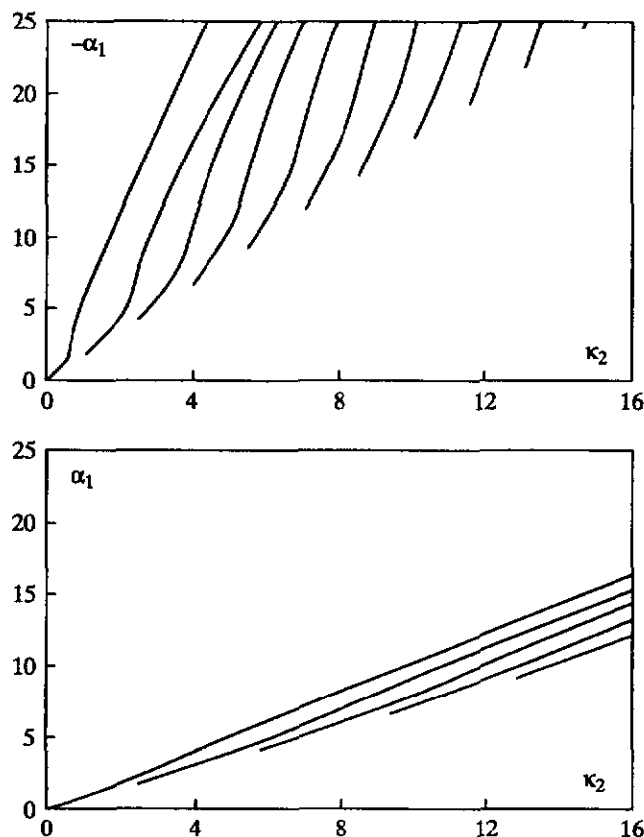


Рис. 2. Среда “нормального” типа, режим 0(*n*). Дисперсионные диаграммы – сечения дисперсионной поверхности полуплоскостью $\varphi = 0$ (а – прямое направление) и полуплоскостью $\varphi = \pi$ (б – обратное направление)

Это приводит к тому, что границы сектора, содержащего кривые, соответствующие прямому направлению (рис. 2а), раздвинулись, сам сектор приблизился к вертикальной оси, значения “критической частоты” каждой моды уменьшились. Если учесть, что фазовая скорость распространяющихся мод связана с волновыми числами соотношением $V_n = \xi_n / \kappa_{2n}$, то нетрудно заметить, что, скорость распространяющихся в прямом направлении волн уменьшилась, но дисперсия скорости каждой моды возросла. В обратном направлении (рис. 2б) наблюдается иная картина. Границы сектора, в котором расположены дисперсионные кривые, сблизились, сам сектор приблизился к горизонтальной оси, значения “критической частоты” каждой моды увеличились. Скорость волн, распространяющихся в обратном направлении ($\chi_1 < 0$), возросла, но дисперсия их скорости уменьшилась.

Режим II (*n*). На рисунке 3 приведены дисперсионные диаграммы – сечения дисперсионных поверхностей полуплоскостью $\varphi = \pi$ (прямое

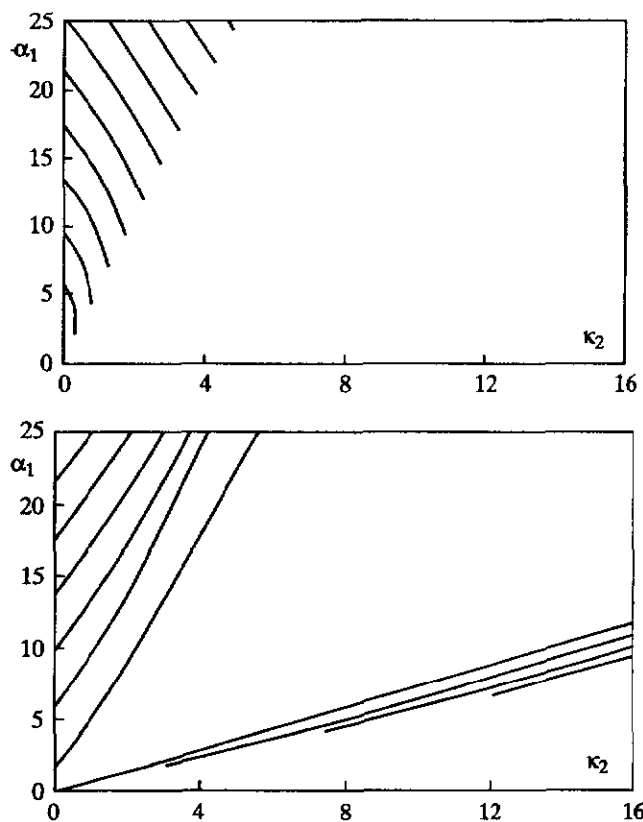


Рис. 3. Среда “нормального” типа, режим 0(*n*). Дисперсионные диаграммы – сечения дисперсионной поверхности полуплоскостью $\varphi = \pi$ (а – прямое направление) и полуплоскостью $\varphi = 0$ (б – обратное направление)

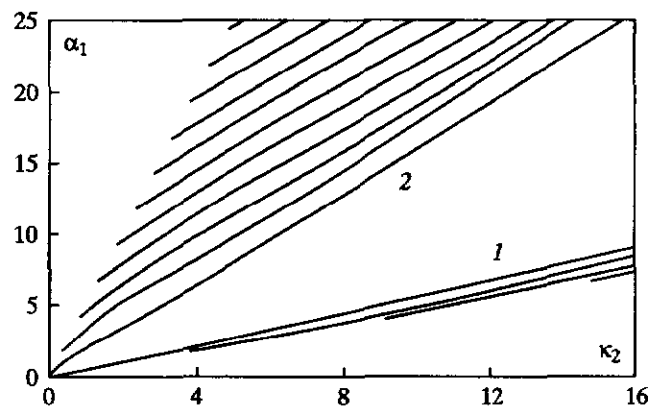


Рис. 4. Среда “нормального” типа, режим II (*n*). Дисперсионные диаграммы – сечения дисперсионной поверхности полуплоскостью $\varphi = 0$ (обратное направление)

направление – рис. 3а) и полуплоскостью $\varphi = 0$ (обратное направление, рис. 3б), характерные для сверхзвукового режима II (*n*). Семейство кривых, ответственных за распространяющиеся в прямом направлении волны, претерпело опре-

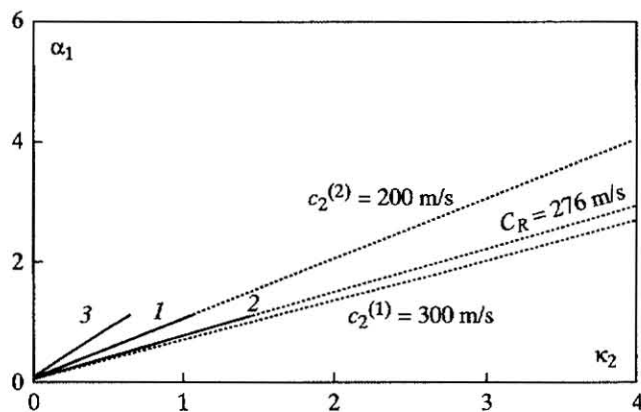


Рис. 5. Дисперсионная диаграмма. Среда "аномального" типа. Сплошная линия 1 соответствует неподвижной нагрузке, линии 2 и 3 соответствуют режиму 0(a) (кривая 3 – в направлении движения, кривая 2 – в противоположном направлении). Штриховые линии $c_2^{(1)}$, $c_2^{(2)}$ и C_R соответствуют скоростям сдвиговых волн слоя и подстилающего полупространства, а также скорости волны Релея полупространства с параметрами слоя

деленную метаморфозу. В прямом направлении (рис. 3a) осталась лишь часть сектора, содержащая волны со скоростью, превышающей скорость движения источника. Другая часть сектора, отвечающая за волны, распространяющиеся со скоростью меньшей скорости движения источника, "переброшена" на обратное направление в виде семейства 2 на рисунке 3b. Так проявляется "аномальный эффект Доплера" [13, 14]: источник обгоняет излученные им в предыду-

щие моменты времени волны. Неподвижный наблюдатель может регистрировать волны с отрицательной частотой. Присутствующие на рисунке 3 счетные множества медленных волн, существование которых обусловлено сверхзвуковым режимом движения, играют незначительную роль в формировании поверхностного волнового поля, участвуя лишь в формировании передней и задней части волнового фронта. Семейство 1 распространяющихся в обратном направлении ($x_1 < 0$) волн еще в большей мере опустилось к горизонтальной оси, границы сектора, в котором расположены дисперсионные кривые, сблизились, значения "критических частот" каждой моды увеличились. Скорость этих волн возросла, но дисперсия их скорости уменьшилась.

Режим III (n). На рисунке 4 представлена дисперсионная диаграмма, характерная для сверхзвуковых режимов II(n) и III (n): источник колебаний обгоняет излученные им волны. В обратном направлении распространяются 2 семейства. Одно "нормальное", которое претерпело дальнейшее изменение, связанное с преобразованием (2.12), т.е. сектор, в котором существуют волны сузился и приблизился к горизонтальной оси, "критические частоты" возросли, дисперсии скорости почти нет. Второе семейство – "переброшенное" – это семейство волн, которые источник обгоняет. Нетрудно видеть, что в этом случае имеет место аномальная дисперсия скорости. Именно: нарождающиеся волны сначала имеют

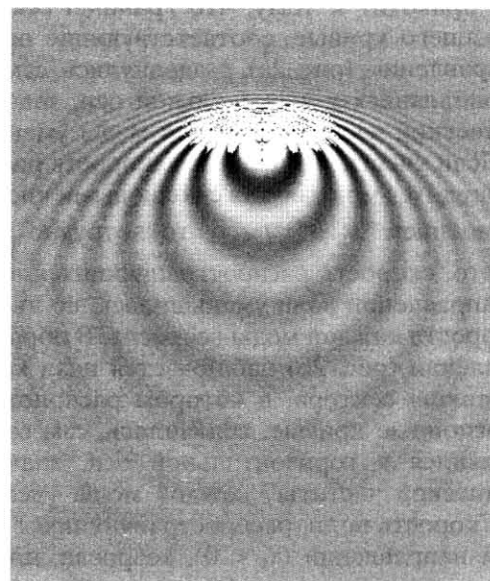
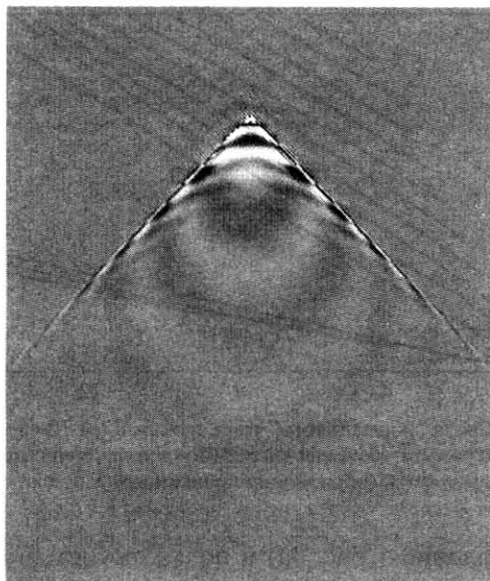


Рис. 6. Волновое поле на поверхности среды. Ближняя зона. Действительная составляющая вертикальных перемещений (вид сверху). Среда "нормального типа" (a, d), однородная (b, e) и "аномального типа" (c, f) при скорости 160 м/с (a-c) и 400 м/с (d-f).

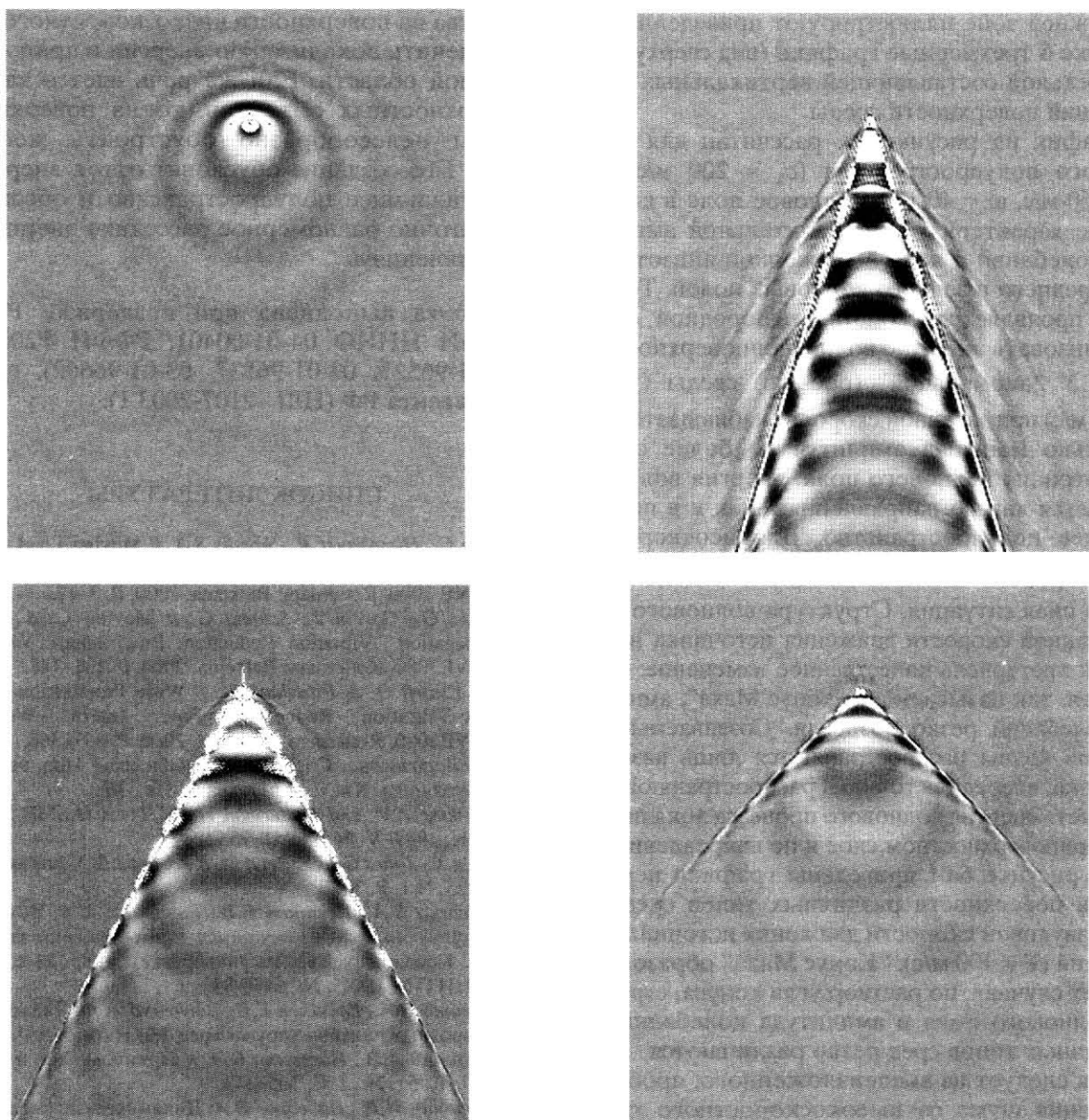


Рис. 6. (окончание)

малую скорость, затем, с увеличением частоты, она возрастает.

“Аномальная” среда. Дисперсионная диаграмма для “аномальной” среды представлена на рисунке 5. Сплошная линия 1 соответствует случаю неподвижной нагрузки, кривые 2 и 3 соответствуют режиму $0(a)$ движения нагрузки. Штриховые линии $c_2^{(1)}, c_2^{(2)}$ и C_R определяют соответственно скорости сдвиговых волн слоя, подстилающего полупространства и скорость релеевской волны однородного полупространства, имеющего упругие параметры слоя. Случай “аномальной” среды характеризуется наличием

у дисперсионных кривых “частоты отсечки” – значения частоты, выше которой поверхностная волна исчезает. Распространяющиеся поверхностные волны существуют лишь в области низких частот. Движение нагрузки приводит к уменьшению фазовой скорости распространяющейся вперед волны и к увеличению фазовой скорости распространяющейся назад волны. Аналогично изменяются частоты отсечки, уменьшаясь для отрицательных и возрастая для положительных волновых чисел.

4. Поверхностное волновое поле в ближней зоне. Влияние структуры среды и скорости движения нагрузки на поверхностное волновое поле

в ближней зоне иллюстрируют приведенные на рисунке 6 трехмерные графики (вид сверху) действительной составляющей вертикальных перемещений поверхности среды.

График на рисунке 6а. рассчитан для однородного полупространства ($c_2 = 200$ м/с) при $V = 160$ м/с, $\omega = 40$ Гц. Волновое поле в данном случае характеризуется значительной амплитудой колебаний и ярко выраженной анизотропией переднего и заднего волновых полей. Тем самым проявляется свойство однородной среды локализовать энергию волн в приповерхностном слое. У “аномальной” (рис. 6б) среды ($c_2^{(1)} = 300$ м/с) при заданной скорости наблюдается значительно меньшая амплитуда и более слабая анизотропия волнового поля: энергия волн рассеивается как по направлениям, так и в подстилающее полупространство. Для неоднородной среды “нормального” типа ($c_2^{(1)} = 125$ м/с) имеет место иная ситуация. Структура волнового поля при данной скорости движения источника возмущений претерпела качественное изменение: образовался, так называемый, “конус Маха”, амплитуда колебаний резко возросла. Создаваемые нагрузкой волны распространяются лишь назад от нагрузки, впереди источника распространяющихся волн нет. Энергия волнового процесса локализована в приповерхностном слое и по направлению.

На рисунке 6д-ф приведены графики перемещений поверхности различных типов сред при сверхзвуковой скорости движения источника колебаний ($V = 400$ м/с). “Конус Маха” образовался во всех случаях, но раствор угла конуса, структура волнового поля и амплитуда колебаний для различных типов сред резко различаются.

Как следует из вышеизложенного, проблему снижения шума от высокоскоростного транспорта надо рассматривать комплексно с инфраструктурой высокоскоростной магистрали, поскольку структура поверхностного волнового поля при заданной скорости движения нагрузки во многом определяется структурой среды. Если в защите нуждаются заглубленные объекты, то целесообразно допустить повышение уровня шума на поверхности в пользу снижения сейсмического и вибрационного воздействия на заглубленный объект и за счет обу-

стройства на поверхности низкоскоростного слоя обеспечить локализацию энергии в приповерхностной области. Если же речь идет о защите поверхностных объектов, то на поверхности среды целесообразно обустроить жесткий слой. Его создание обусловит отток энергии в подстилающее полупространство и обеспечит достаточно равномерное рассеяние энергии по направлениям.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (РФФИ ННИО 04-01-00401, РФФИ Р2003ЮГ (03-01-96527, 03-01-96537, 03-01-96662), гранта Президента РФ (НШ –2107-2003.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bode C., Hirschauer R., Savidis S.A. // Moving Load – Wave Propagation –Vibration Reduction: Proc. Intern. Workshop WAVE 2000. Rotterdam: Balkema, 2000. P. 3–12.
2. Pflanz G., Garcia J., Schmid G. // Moving Load – Wave Propagation –Vibration Reduction: Proc. Intern. Workshop WAVE2000. Rotterdam: Balkema, 2000. P. 131–148.
3. Von Estorff O. & Firuziaan M. // Wave Propagation-Moving Load-Vibration Reduction: Proc. Intern. Workshop WAVE2000. Rotterdam: Balkema, 2000, P. 357–368.
4. Сейсморазведка: Справочник геофизика/ Под. ред. В.П. Номоконова. Кн. 1. М.: Недра. 1990. 336 с.
5. Metrikine A.V. and Dieterman H.A. //Trans. ASME J. Appl. Mech., 1997. V. 64. P. 951–956.
6. Sheng X., Jones C.J.C., Petyt M. // J. Sound & Vibration, 1999. V. 225. N 1. P. 3–28.
7. Бабешко В.А., Глушков Е.В., Глушкова Н.В. Возбуждение упругих волн движущимся гармоническим источником. Краснодар: Куб. госуниверситет, 1985. 21 с. Деп. в ВИНТИ 3.09.85, № 6470-85.
8. Бабешко В.А., Глушков Е.В., Зинченко Ж.Ф. Динамика неоднородных линейно-упругих сред. М.: Наука. 1989. 343 с.
9. Белоконов А.В., Ниседкин В.А. // Прикл. матем. и механ., 1987. Т. 51. № 2. С. 305–313.
10. Ворович И.И., Бабешко В.А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 320 с.
11. Шмид Г., Калинин В.В., Белянкова Т.И., Тосецки А. // Экологический вестник научных центров черноморского экономического сотрудничества, 2004. № 1. С. 60–67.
12. Калинин В.В., Белянкова Т.И. Динамические контактные задачи для предварительно напряженных тел. М.: Изд. Физматлит, 2002. 240 с.
13. Ланда Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI, Гидродинамика. М.: Изд. Наука, 1986. 736 с.
14. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Изд. Мир, 1977. 622 с.

**DYNAMIC OF LAYERED HALFSPACE UNDER THE ACTION
OF MOVING AND OSCILLATING LOAD****Kalinchuk V.V., Belyankova T.I., Schmid G., Tosecky A.**

The vibrations of a layered inhomogeneous medium caused by the oscillating load moving on its surface are investigated. The problem is considered in the mobile coordinate system coupled with the load moving with the constant velocity. The integral form of the displacement of a structurally inhomogeneous medium arbitrary point under the action of the moving oscillating load is built. The numeric analysis of the Green's function properties for the medium and one of the surface wave field structure (vertical displacements of the medium surface) were done depending on the velocities of the oscillation source motion, medium properties and medium structure.

REFERENCES

1. Bode C., Hirschauer R., Savidis S.A. 2000. Three-dimensional time domain analysis of moving loads on railway tracks on layered soils. In: *Moving Load – Wave Propagation – Vibration Reduction: Proc. Intern. Workshop WAVE 2000*. Rotterdam, Balkema: 3–12.
2. Pflanz G., Garcia J., Schmid G. 2000. Vibrations due to loads moving with sub-critical and super-critical velocities on rigid track. In: *Moving Load – Wave Propagation – Vibration Reduction: Proc. Intern. Workshop WAVE 2000*. Rotterdam, Balkema: 131–148.
3. Von Estorff O. & Firuziaan M. 2000. FEM and BEM for nonlinear soil/structure interaction analyses. In: *Wave Propagation – Moving Load – Vibration Reduction: Proc. Intern. Workshop WAVE 2000*. Rotterdam, Balkema: 357–368.
4. *Seysmorazvedka. Spravochnik geofizika. [Seismic exploration: Handbook of Geophysics]*. 1990. Ed. V.P. Nomokonov. M., “Nedra”: 336 p. (In Russian).
5. Metrikine A.V. and Dieterman H.A. 1997. Resonance interaction of vertical-longitudinal and lateral waves in a beam on a half-space. *Trans. ASME J. of Applied Mechanics*. 64: 951–956.
6. Sheng X., Jones C.J.C., Petyt M. 1999. Ground vibration generated by a harmonic load acting on a railway track. *Journ. Sound and Vibr.* 225(1): 3–28.
7. Babeshko V.A., Glushkov E.V., Glushkova N.V. 1985. *Vozbuzhdenie uprugikh voln dvizhushchimsya garmonicheskimi istochnikami. [The excitation of elastic waves moving harmonic source]*. Krasnodar: Kuban State University Publishers: 21 p. Deposited in VINITI: 3.09.85, №6470-85. (In Russian).
8. Babeshko V.A., Glushkov E.V., Zinchenko Z.F. 1989. *Dinamika neodnorodnykh lineynno-uprugikh sred. [Dynamics of non-uniform linearly-elastic environments]*. M., “Nauka”: 343 p. (In Russian).
9. Belokon A.V., Nasedkin A.V. 1987. Waves caused by moving loads in an isotropic layer inhomogeneous through the thickness. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 51(2): 237–243.
10. Vorovich I.I., Babeshko V.A. 1979. *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey. [Dynamic Mixed Problems in the Theory of Elasticity for Non-classical Domains]*. M., “Nauka”: 320 p. (In Russian).
11. Schmid G., Kalinchuk V.V., Belyankova T.I., Tosetski A. 2004. *Ekologicheskiy vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva*. (1): 60–67. (In Russian).
12. Kalinchuk V.V., Belyankova T.I. 2002. *Dinamicheskie kontaktnye zadachi dlya predvaritel'no napryazhennykh poluogranichennykh tel. [The dynamic contact problems for prestressed media]*. M., “Nauka”: 240 p. (In Russian).
13. Landau L.D., Lifshits E.M. 1986. *Teoreticheskaya fizika. T. VI: Gidrodinamika. [Theoretical physics. Vol. VI: Hydrodynamics]*. M., “Nauka”: 736 p. (In Russian).
14. Whitham G.B. 1974. *Linear and Nonlinear Waves*. New York, Wiley: 660 p.