

УДК 539.3

ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ТОНКОПЛЕНОЧНЫХ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ГЕТЕРОСТРУКТУР

© 2016 г. М.О. Леви^{1,2}, В.В. Калинин^{1,2}, В.Б. Широков^{1,2}, Д.А. Татарков^{1,2}

Аннотация. Рассмотрена динамическая задача о колебаниях пьезоактивной пленки на поверхности диэлектрического полупространства. В качестве исследуемых сред используются пленки, выполненные из оксида титаната бария и титаната бария-стронция (0,8). Подложка выполнена из оксида магния. Поверхность среды в механическом плане предполагается свободной от напряжений. Колебания осуществляются за счет электрического потенциала, приложенного к расположенному на поверхности среды электроду. Вне электрода металлизация отсутствует. На границе между пленкой и полупространством предполагается полное механическое и электрическое сцепление. В самом полупространстве механические и электрические поля затухают на бесконечности согласно принципу предельного поглощения.

Предполагается, что за счет различия геометрических размеров решеток пленки и подложки, а также их коэффициентов теплового расширения в пленке наводится начальное напряженное состояние, определяющее одно из трех фазовых состояний пленки. Получены фазовые скорости при различных величинах начальной деформации в С-фазе. В качестве рассматриваемых величин были взяты -2 , -4 для BaTiO_3 и -4 , -2 , -1 , 0 для $\text{BST}(0,8)$. В случае оксида титаната бария величина -2 соответствовала одной из крайних точек вблизи границы с r -фазой, а для титаната бария-стронция таковой точкой уже является величина деформации несоответствия, равная нулю. Проведено сравнение фазовых скоростей начальных мод волны. Полученные результаты позволяют судить о влиянии деформации несоответствия в тонких сегнетоэлектрических пленках на динамические характеристики среды.

Ключевые слова: электроупругость, сегнетоэлектрики, функция Грина, деформация несоответствия, гетероструктуры.

DYNAMICS' SPECIFIC FEATURES OF THIN-FILM FERROELECTRIC HETEROSTRUCTURES

M.O. Levi^{1,2}, V.V. Kalinchuk^{1,2}, V.B. Shirokov^{1,2}, D.A. Tatarkov^{1,2}

Abstract. The dynamic problem of established oscillations in piezo-active thin-film laid on the surface of the dielectric half-space is investigated. As the studied media thin-films made of an oxide of barium titanate and barium-strontium titanate (0,8) have been used. The substrate is made of dielectric material – magnesium oxide. The surface of the medium in terms of mechanical border conditions is supposed to be stress-free. The oscillations are carried out by an electrical potential applied to the electrode located on the surface of the medium. There is no metallization outside the electrode. Complete mechanical and electrical coupling is assumed at the boundary between the thin-film and half-space. Electrical and mechanical fields in the half-space fade at the infinity according to the limiting absorption principle.

Due to different geometrical sizes of the thin-film and the half-space gratings and their coefficients of thermal expansion, the initial stress state in the film is induced, determining one of three phase states of the film.

¹ Южный научный центр Российской академии наук (Southern Scientific Centre, Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344006, г. Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41, e-mail: mlevi@mindonline.ru

² Научно-исследовательский институт механики и прикладной математики имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет (The I.I. Vorovich Research Institute of Mechanics and Applied Mathematics, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, e-mail: moderx@mail.ru

Phase velocities at different values of the initial deformation in the C-phase have been obtained. As discussed, the values of misfit strain that determined initial stress state have been taken as of -2 , -4 for BaTiO_3 and -4 , -2 , -1 , 0 for BST (0,8). In case of barium titanate oxide, the misfit strain value of -2 corresponds to one of the extreme points in the proximity of the border with r -phase, and for barium-strontium titanate the misfit strain value in such point is already equal to the zero. A comparison of the phase velocities of the wave initial modes is given. The obtained results allow considering the effect of the misfit strain in the ferroelectric thin-films on the dynamic characteristics of the media.

Keywords: electroelasticity, ferroelectrics, Green's function, misfit strain, heterostructure.

ВВЕДЕНИЕ

Использование сегнетоэлектриков в современных электроакустических приборах является повсеместным, совершенствование их рабочих параметров является актуальной задачей. Миниатюризация получаемых устройств создает новые требования к динамическим характеристикам устройства. Одним из основных процессов в создании акустоэлектронных устройств является процесс синтезирования тонких пленок сегнетоэлектрика на подложках. Из-за разной температуры, несоответствия кристаллических решеток составляющих гетероструктуры, а также различия их коэффициентов теплового расширения в синтезируемой пленке возникают механические напряжения, изменяющие материальные константы среды. В работе [1] исследовался диэлектрический отклик для BaTiO_3 при различных температурах. В [2] изучалась дисперсия в тонких пленках титаната бария-стронция для различных волн миллиметрового и субмиллиметрового диапазона. В [3] рассматривалась релаксация в тонких пленках BaTiO_3 . Различные подходы к линеаризации уравнений электродинамики сплошной среды при больших деформациях развиты в [4–9], в этой работе также построены определяющие соотношения динамики преднапряженных электроупругих тел как в отсутствие, так и при наличии внешних электростатических полей. В [10; 11] развита феноменологическая теория тонких пленок, для потенциала Ландау вычислены материальные константы BaTiO_3 . Данная работа использует результаты феноменологической теории тонких пленок в сочетании с подходами линейной теории упругости для электроупругих сред. Объектом исследования является сравнение фазовых скоростей в средах с различным типом пленок при изменении деформации несоответствия.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается электроупругая среда, представляющая собой слой $0 < x_3 \leq h_1$ ($n = 1$), лежащий на поверхности полупространства $x_3 \leq 0$ ($n = 2$).

Материалы слоя и полупространства могут иметь классы симметрии $2mm$ или $6mm$. Колебания в теле инициируются осциллирующей нагрузкой $\mathbf{q}(x_1, t) = \mathbf{q}_0 e^{-i\omega t}$ ($\mathbf{q}^0 = \{q_1, q_3, q_4\}$, q_1 и q_3 – компоненты вектора механических напряжений вдоль осей x_1 и x_3 соответственно, $q_4 = -g$, g – плотность распределения электрического заряда), распределенной в области $|x_1| \leq a$. Вне этой области поверхность свободна от механических напряжений, металлизация отсутствует.

Краевая задача о колебаниях n -го слоя электроупругой среды описывается уравнениями движения и квазистатическими уравнениями Максвелла [12–14]:

$$\nabla \cdot \mathbf{T}^{(n)} = \rho^{(n)} \frac{\partial^2 \mathbf{u}^{(n)}}{\partial t^2}, \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}^{(n)} = 0. \quad (1.2)$$

Здесь $\mathbf{u}^{(n)} = \{u_1^{(n)}, u_3^{(n)}, u_4^{(n)}\}$ – расширенный вектор среды ($u_1^{(n)}$ и $u_3^{(n)}$ – компоненты вектора механических смещений вдоль x_1 и x_3 соответственно, $u_4^{(n)} = \varphi$ – электрический потенциал).

Материальные уравнения среды имеют вид [15]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}^{(n)} \\ \mathbf{D}^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^{(n)} & -\mathbf{e}^{(n)} \\ \mathbf{e}^{T(n)} & \boldsymbol{\varepsilon}^{(n)} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mathbf{S}^{(n)} \\ \mathbf{E}^{(n)} \end{bmatrix}, \quad (1.3)$$

где $\mathbf{T}^{(n)}$ и $\mathbf{S}^{(n)}$ – тензоры напряжения и деформации второго порядка, $\mathbf{D}^{(n)}$ – вектор электрической индукции, $\mathbf{E}^{(n)}$ – вектор напряженности электрического поля ($E_i = -\partial\varphi/\partial x_i = -\partial u_4/\partial x_i$), $\mathbf{c}^{(n)}$, $\mathbf{e}^{(n)}$, $\boldsymbol{\varepsilon}^{(n)}$ – тензоры упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических коэффициентов.

Для лучшего описания результатов перейдем к безразмерным параметрам, используя формулы: $\omega' = \omega h^{(n)}/V_{se}^{(n)}$, $c_{ij}^{(n)} = c_{ij}^{(n)}/c_{44}^{(0)}$, $e_{ij}^{(n)} = e_{ij}^{(n)}k_e/c_{44}^{(0)}$, $\varepsilon_{ij}^{(n)} = \varepsilon_{ij}^{(n)}k_e^2/c_{44}^{(0)}$. Здесь $V_{se}^{(n)}$ – скорость сдвиговой волны в n -м слое электроупругой среды, k_e – специальные безразмерные константы. Линейные параметры отнесены к суммарной высоте двух верхних слоев, плотности – к плотности полупространства.

Поскольку колебания предполагаются установившимися, происходящими по гармоническому закону, все функции представляются в виде $F = F_0 \exp(-i\omega t)$. Здесь и ниже, где это не приведет к неоднозначности математического описания, будут опущены временной множитель и штрихи у безразмерных величин.

2. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Далее рассмотрим следующие граничные условия [16]:

$$x_3 = h_1: \begin{cases} T_{31}^{(1)} = \begin{cases} q_1(x_1), & |x_1| \leq a, \\ 0, & |x_1| > a, \end{cases} & T_{33}^{(1)} = \begin{cases} q_3(x_1), & |x_1| \leq a, \\ 0, & |x_1| > a, \end{cases} \\ D_3^{(1)} = \begin{cases} q_4(x_1), & |x_1| \leq a, \\ 0, & |x_1| > a, \end{cases} \end{cases}$$

$$x_3 = 0: \begin{cases} T_{31}^{(2)} = T_{31}^{(1)}, & T_{33}^{(2)} = T_{33}^{(1)}, & D_3^{(2)} = D_3^{(1)}, \\ u_1^{(2)} = u_1^{(1)}, & u_3^{(2)} = u_3^{(1)}, & u_4^{(2)} = u_4^{(1)}. \end{cases} \quad (2.1)$$

Граничные условия в трансформантах Фурье на поверхности $x_3 = h_1$ примут вид

$$T_{31}^{(1)} = c_{55}^{(1)}(U_{3,1}^{(1)} + U_{1,3}^{(1)}) + e_{15}^{(1)}U_{4,1}^{(1)} = 0, \quad (2.2)$$

$$T_{33}^{(1)} = c_{13}^{(1)}U_{1,1}^{(1)} + c_{33}^{(1)}U_{3,3}^{(1)} + e_{33}^{(1)}U_{4,3}^{(1)} = 0, \quad (2.3)$$

$$D_3^{(1)} = e_{31}^{(1)}U_{1,1}^{(1)} + e_{33}^{(1)}U_{3,3}^{(1)} - \varepsilon_{33}^{(1)}U_{4,1}^{(1)} = 0, \quad (2.4)$$

на границе раздела слой – полупространство $x^3 = 0$,

$$T_{31}^{(2)} = T_{31}^{(1)}, \quad T_{33}^{(2)} = T_{33}^{(1)}, \quad U_3^{(2)} = U_3^{(1)}, \quad U_1^{(2)} = U_1^{(1)}, \quad D_3^{(2)} = D_3^{(1)}, \quad U_4^{(2)} = U_4^{(1)}. \quad (2.5)$$

3. РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Решение краевой задачи в образах Фурье будем искать в виде [17], ($p=1,2, m=3,4$):

$$U_1^{(p)}(\alpha, x_3) = -i\alpha \sum_{k=1}^3 y_{1k}^{(p)} [c_k^{(p)} \operatorname{sh} \sigma_k^{(p)} x_3 + c_{k+3}^{(p)} \operatorname{ch} \sigma_k^{(p)} x_3],$$

$$U_m^{(p)}(\alpha, x_3) = \sum_{k=1}^3 y_{mk}^{(p)} [c_k^{(p)} \operatorname{ch} \sigma_k^{(p)} x_3 + c_{k+3}^{(p)} \operatorname{sh} \sigma_k^{(p)} x_3]. \quad (3.1)$$

Неизвестные $y_{pk}^{(n)}$ удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} (-\alpha^2 c_{11}^{(n)} + c_{55}^{(n)} \sigma_k^{(n)2} + \rho^{(n)} \omega^2) y_{1k} + (c_{13}^{(n)} + c_{55}^{(n)}) \sigma_k^{(n)} y_{3k} + (e_{31}^{(n)} + e_{15}^{(n)}) \sigma_k^{(n)} y_{4k} = 0, \\ (c_{13}^{(n)} + c_{55}^{(n)}) (-\alpha^2 \sigma_k^{(n)}) y_{1k} + (-\alpha^2 c_{55}^{(n)} + c_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)2} + \rho^{(n)} \omega^2) y_{3k} + (e_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)2} - \alpha^2 e_{15}^{(n)}) y_{4k} = 0, \\ (e_{31}^{(n)} + e_{15}^{(n)}) (-\alpha^2 \sigma_k^{(n)}) y_{1k} + (e_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)2} - \alpha^2 e_{15}^{(n)}) y_{3k} + (\alpha^2 \varepsilon_{11}^{(n)} - \varepsilon_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)2}) y_{4k} = 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

Параметры $\sigma_k^{(n)}$ определяются из характеристического уравнения [17]

$$\begin{vmatrix} -\alpha^2 c_{11}^{(n)} + c_{55}^{(n)} \sigma_k^{(n)2} + \rho^{(n)} \omega^2 & (c_{13}^{(n)} + c_{55}^{(n)}) \sigma_k^{(n)} & (e_{31}^{(n)} + e_{15}^{(n)}) \sigma_k^{(n)} \\ (c_{13}^{(n)} + c_{55}^{(n)}) (-\alpha^2 \sigma_k^{(n)}) & -\alpha^2 c_{55}^{(n)} + c_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)2} + \rho^{(n)} \omega^2 & -\alpha^2 e_{15}^{(n)} + e_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)2} \\ (e_{31}^{(n)} + e_{15}^{(n)}) (-\alpha^2 \sigma_k^{(n)}) & -\alpha^2 e_{15}^{(n)} + e_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)2} & \alpha^2 \varepsilon_{11}^{(n)} - \varepsilon_{33}^{(n)} \sigma_k^{(n)2} \end{vmatrix} = 0. \quad (3.3)$$

Подставляя (3,1) в (2,1)–(2,5), получим систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов $c_k^{(n)}$ [18; 19]

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{C} = \mathbf{Q}, \quad (3.4)$$

где $\mathbf{C} = \{c_1^1, c_2^1, c_3^1, \dots, c_3^2\}$ – вектор искомых коэффициентов, $\mathbf{Q} = \{Q_1, Q_3, Q_4, 0, \dots, 0\}$ – вектор нагрузки.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} l_{11}^1 c_1^1 & l_{12}^1 c_2^1 & l_{13}^1 c_3^1 & l_{11}^1 s_1^1 & l_{12}^1 s_2^1 & l_{13}^1 s_3^1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{21}^1 s_1^1 & l_{22}^1 s_2^1 & l_{23}^1 s_3^1 & l_{21}^1 c_1^1 & l_{22}^1 c_2^1 & l_{23}^1 c_3^1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{31}^1 s_1^1 & l_{32}^1 s_2^1 & l_{33}^1 s_3^1 & l_{31}^1 c_1^1 & l_{32}^1 c_2^1 & l_{33}^1 c_3^1 & 0 & 0 & 0 \\ l_{11}^1 c_1^2 & l_{11}^1 c_2^2 & l_{13}^1 c_3^2 & l_{11}^1 s_1^2 & l_{12}^1 s_2^2 & l_{13}^1 s_3^2 & -l_{11}^2 e_1 & -l_{12}^2 e_2 & -l_{13}^2 e_3 \\ l_{21}^1 s_1^2 & l_{22}^1 s_2^2 & l_{23}^1 s_3^2 & l_{21}^1 c_1^2 & l_{22}^1 c_2^2 & l_{23}^1 c_3^2 & -l_{21}^2 e_1 & -l_{22}^2 e_2 & -l_{23}^2 e_3 \\ l_{31}^1 s_1^2 & l_{32}^1 s_2^2 & l_{33}^1 s_3^2 & l_{31}^1 c_1^2 & l_{32}^1 c_2^2 & l_{33}^1 c_3^2 & -l_{31}^2 e_1 & -l_{32}^2 e_2 & -l_{33}^2 e_3 \\ y_{11}^1 s_1^2 & y_{12}^1 s_2^2 & y_{13}^1 s_3^2 & y_{11}^1 c_1^2 & y_{12}^1 c_2^2 & y_{13}^1 c_3^2 & -y_{11}^2 e_1 & -y_{12}^2 e_2 & -y_{13}^2 e_3 \\ y_{31}^1 c_1^2 & y_{32}^1 c_2^2 & y_{33}^1 c_3^2 & y_{31}^1 s_1^2 & y_{32}^1 s_2^2 & y_{33}^1 s_3^2 & -y_{21}^2 e_1 & -y_{22}^2 e_2 & -y_{23}^2 e_3 \\ y_{41}^1 c_1^2 & y_{42}^1 c_2^2 & y_{43}^1 c_3^2 & y_{41}^1 s_1^2 & y_{42}^1 s_2^2 & y_{43}^1 s_3^2 & -y_{31}^2 e_1 & -y_{32}^2 e_2 & -y_{33}^2 e_3 \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Здесь

$$\begin{aligned} l_{1k}^n &= c_{55}^{(n)} (-i\alpha U_3^{(n)} + \sigma_k^{(n)} U_1^{(n)}) - i\alpha e_{15}^{(n)} U_4^{(n)}, \\ l_{2k}^n &= -i\alpha c_{13}^{(n)} U_1^{(n)} + \sigma_k^{(n)} c_3^{(n)} U_3^{(n)} - \sigma_k^{(n)} e_{33}^{(n)} U_4^{(n)}, \\ l_{3k}^n &= -i\alpha e_{31}^{(n)} U_1^{(n)} + \sigma_k^{(n)} e_{33}^{(n)} U_{3,3}^{(n)} - \sigma_k^{(n)} \varepsilon_{33}^{(n)} U_{4,3}^{(n)}, \\ s_k^n &= \text{sh } \sigma_k^{(n)} x_3, \quad c_k^n = \text{ch } \sigma_k^{(n)} x_3, \quad e_k = \exp[\sigma_k^{(2)} x_3]. \end{aligned}$$

Фазовые скорости находятся из решения уравнения $\frac{\omega}{\det[\mathbf{A}]} = 0$.

4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для численных результатов использовались материалы пленок BaTiO_3 и $\text{BST}(0,8)$ [6; 7; 20], а в качестве подложки – оксид магния MgO [21]. Расчеты проводились для кристаллов, находящихся в S -фазе. Особенный интерес представляли значения деформации несоответствия (далее – mfs) с величинами -2 для BaTiO_3 и 0 для $\text{BST}(0,8)$, поскольку эти значения находятся на границе S -фазы.

На рис. 1 представлен общий вид фазовых скоростей. Титанат бария-стронция является более мягким материалом, чем оксид титаната бария, поэтому количество мод в выбранном частотном диапазоне у этого материала оказывается больше, а сами моды имеют заметно меньшую фазовую скорость на больших частотах.

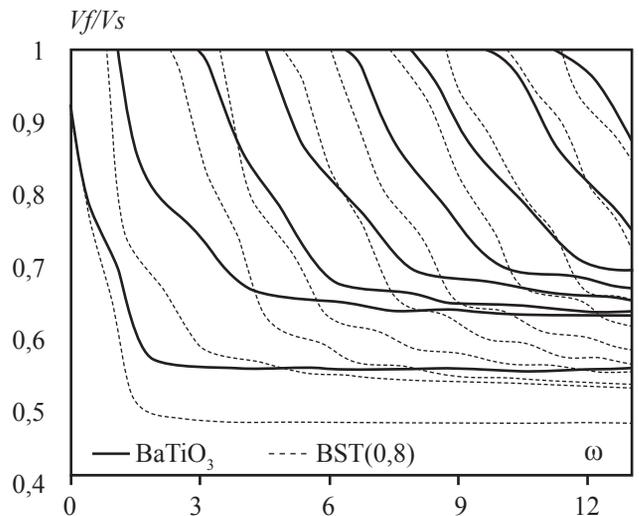


Рис. 1. Общий вид фазовых скоростей BaTiO_3 и $\text{BST}(0,8)$
Fig. 1. The general view of phase velocities of BaTiO_3 and $\text{BST}(0,8)$

На рис. 2 показана разность фазовых скоростей для первых мод между $mfs = 0, -1, -2$ и опорного значения $mfs = -4$. Видно, что максимальная разница достигается в начальной частотной области в районе выхода второй моды. Дальнейшее увеличение частоты не влияет на разницу скоростей для первой моды.

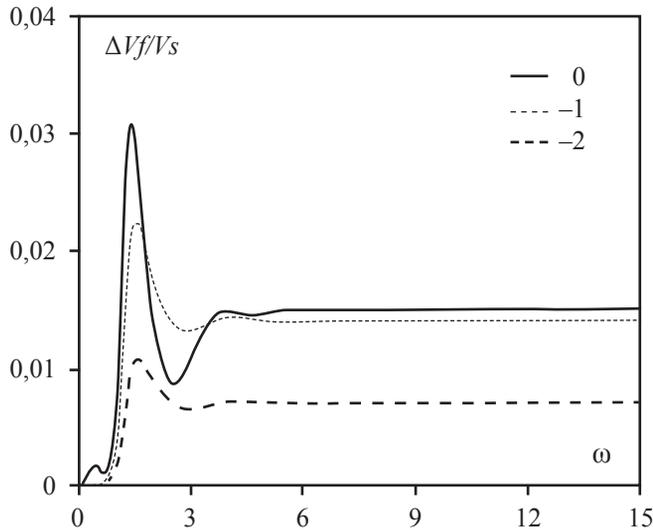


Рис. 2. Влияние деформаций несоответствия (mfs) в среде BST(0,8)/MgO на разницу первых мод

Fig. 2. Influence of misfit strain in BST(0,8)/MgO medium on the first modes difference

Разница скоростей для вторых мод в среде с конфигурацией материалов BST(0,8)/MgO показана на рис. 3. Максимальная разница достигается в точке зарождения второй моды и затем с увеличением частоты выходит на асимптотику.

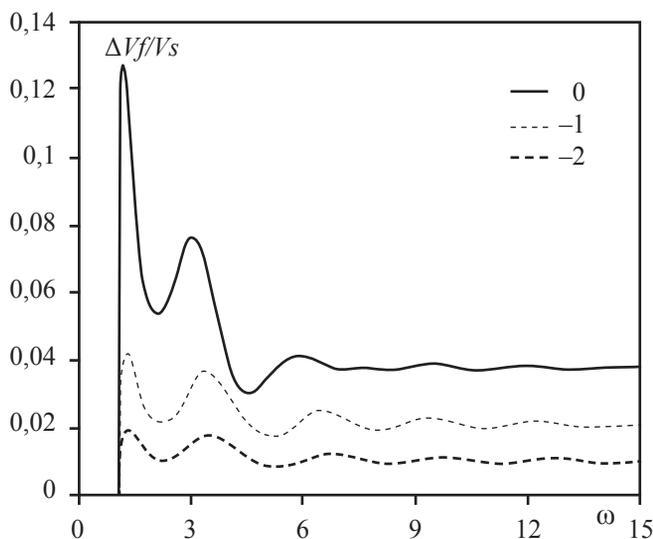


Рис. 3. Влияние mfs в среде BST(0,8)/MgO на разницу вторых мод

Fig. 3. Influence of misfit strain in BST(0,8)/MgO medium on the second modes difference

Разница скоростей для третьих мод показана на рис. 4. В отличие от первой и второй моды максимальная разница достигается уже не в точке зарождения моды. В отличие от второй моды у третьей в начальной частотной области существуют точки пересечения скоростей для всех типов исследуемых деформаций несоответствия.

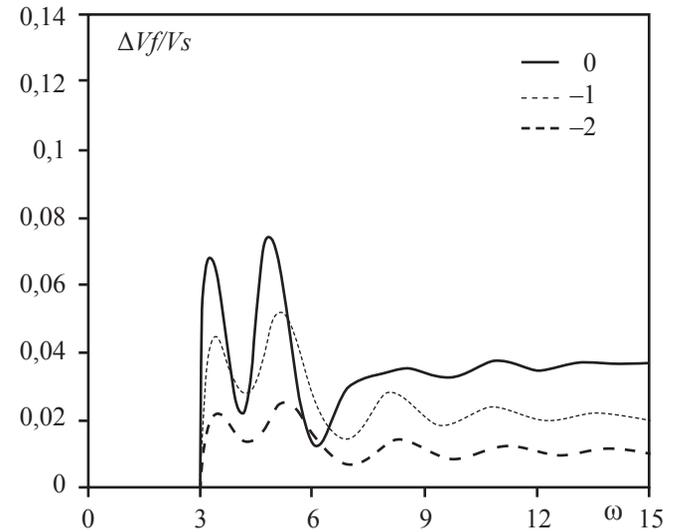


Рис. 4. Влияние mfs в среде BST(0,8)/MgO на разницу третьих мод

Fig. 4. Influence of misfit strain in BST(0,8)/MgO medium on the third modes difference

Рис. 5 показывает разницу для первых мод в средах BST(0,8)/MgO и BaTiO₃/MgO. На рисунке видно, что максимальная разница достигается в точке выхода второй моды, в то время как на остальных участках разница трудно различима.

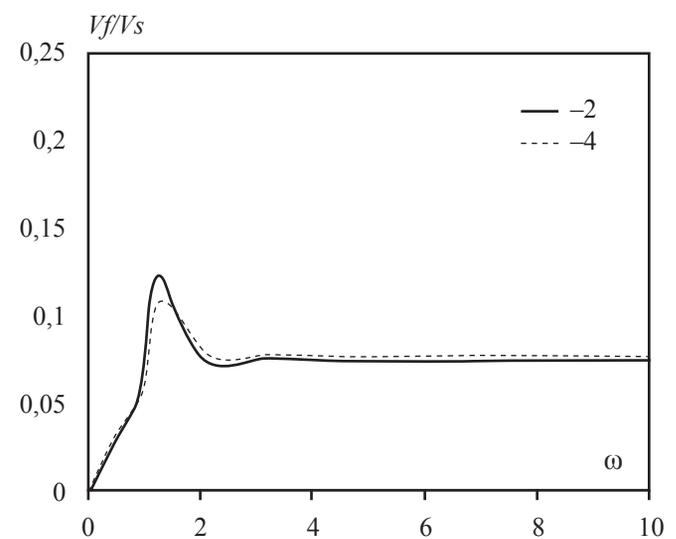


Рис. 5. Разница первых мод между BST(0,8)/MgO и BaTiO₃/MgO

Fig. 5. Difference in the first modes between BST(0,8)/MgO and BaTiO₃/MgO media

Разница скоростей для вторых мод BST(0,8)/MgO и BaTiO₃/MgO показана на рис. 6. Здесь максимум наблюдается, аналогично первым модам, в области зарождения второй моды, при этом далее существует участок с заметной разницей в скоростях. Увеличение частоты нивелирует разницу для различных деформаций несоответствия.

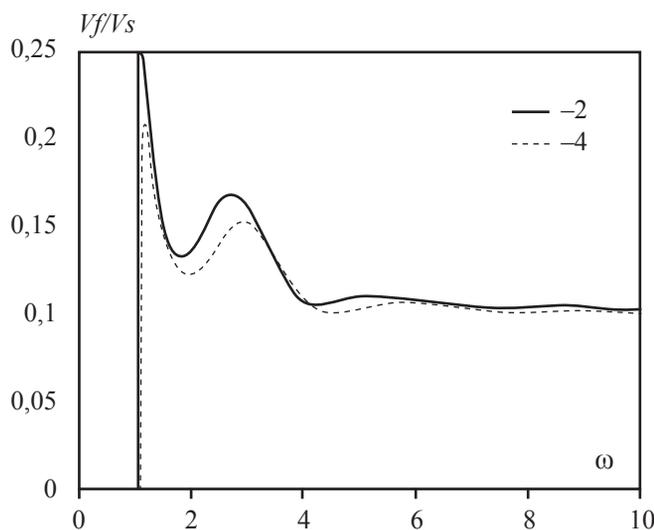


Рис. 6. Разница вторых мод между BST(0,8)/MgO и BaTiO₃/MgO
Fig. 6. Difference in the second modes between BST(0,8)/MgO and BaTiO₃/MgO media

На рис. 7 видно, что значительная разница наблюдается в момент зарождения третьей моды, далее существуют точки пересечений. Здесь разница в скоростях имеет более выраженный вид. В некоторых областях скорость третьей моды в сре-

де с BST(0,8) может превосходить скорость аналогичной моды в BaTiO₃/MgO.

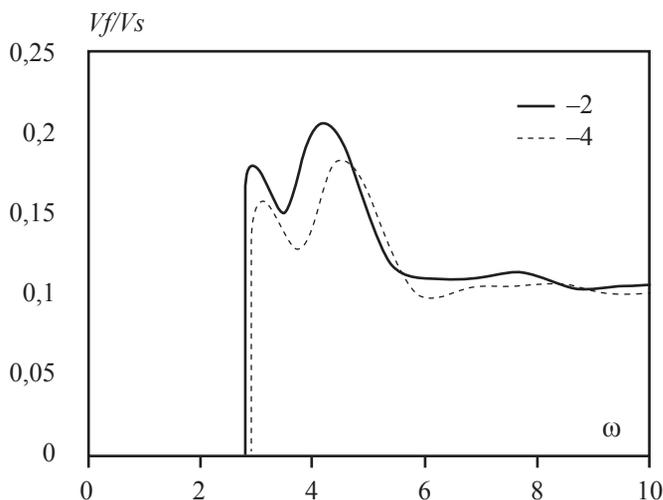


Рис. 7. Разница третьих мод между BST(0,8)/MgO и BaTiO₃/MgO
Fig. 7. Difference in the third modes between BST(0,8)/MgO and BaTiO₃/MgO media

В общем случае показано, что в области малых частот, когда существует только первая мода, выбор материала BST(0,8) и BaTiO₃ не оказывает заметного влияния. И только в области выхода второй и третьей моды влияние материалов и деформации несоответствия на фазовые скорости оказывается максимальным.

Работа выполнена в рамках реализации Государственного задания на 2016 г. № 007-01114-16 ПР, номер проекта 0256-2014-0003.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Xie L., Li Y.L., Yu R., Zhu Jing. 2011. Dynamic microscopic structures and dielectric response in the cubic-to-tetragonal phase transition for BaTiO₃ studied by first-principles molecular dynamics simulation. *J. Appl. Phys.* 109(5): 054101.
- Houzet G., Blary K., Lepilliet S., Lippens D., Burgnies L., Velu G., Carru J.-C., Nguema E., Mounaix P. 2011. Dielectric dispersion of BaSrTiO₃ thin film from centimeter to submillimeter wavelengths. 2011. *J. Appl. Phys.* 109. P. 014116.
- Shirokov V.B., Mukhortov V.M., Yuzyuk Yu.I. 2012. Relaxation of polarized states in thin films of BST. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics.* 76(7): 1934–19432.
- Maugin G.A. 1991. *Continuum Mechanics of Electromagnetic Solids*. Amsterdam, Elsevier Science Publishers: 621 p.
- Thurston R.N., Brugger K. 1964. Third-order elastic constants and the velocity of small amplitude elastic waves in homogeneously stressed media. *Phys. Rev.* 133(6A): A1604–A1610.
- Tiersten H.F. 1993. Electroelastic equations for electrode thin plates subject to large driving voltages. *J. Appl. Phys.* 74(5): 3389–3393.
- Chai J.F., Wu T.T. 1996. Propagation of surface waves in a prestressed piezoelectric material. *J. Acoust. Soc. Amer.* 100(No. 4, Pt. 1): 2112–2122.

REFERENCES

8. Калинин В.В., Белянкова Т.И., Евдокимова О.В. 2006. Определяющие соотношения динамики преднапряженной пьезоактивной среды в отсутствие внешних электрических полей. *Вестник Южного научного центра*. 2(1): 16–23.
9. Евдокимова О.В., Белянкова Т.И., Калинин В.В. 2007. Уравнения динамики преднапряженной пьезоактивной среды при наличии внешнего электростатического поля. *Вестник Южного научного центра*. 3(4): 19–25.
10. Shirokov V.B., Kalinchuk V.B., Shakhovoy R.A., Yuzyuk Y.I. 2014. Anomalies of piezoelectric coefficients in barium titanate thin films. *EPL*. 108(4): 47008–47011.
11. Широков В.Б., Калинин В.В., Шаховой Р.А., Юзюк Ю.И. Материальные константы тонких пленок титаната бария. *Физика твердого тела*. 2015. 57(8): 1509–1514.
12. Новацкий В. 1986. *Электромагнитные эффекты в твердых телах*. Пер. с польск. В.А. Шачнева. М., Мир: 126 с.
13. Игумнов Л.А., Литвинчук С.Ю., Пазин В.П., Петров А.Н. 2010. Численно-аналитическое построение матриц Грина трехмерных теорий упругости и электроупругости. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. 3(1): 134–140.
14. Igumnov L.A., Markov I.P., Rataushko Y.Y. 2014. Modeling the dynamics of 3-d elastic anisotropic solids using boundary element method. *Advanced Materials Research*. 1040: 633–637.
15. Леви М.О., Анджинович И.Е., Ворovich Е.И., Михайлова И.Б. 2012. Влияние граничных условий на динамику электромагнитоупругой полуограниченной среды. *Вестник Южного научного центра*. 8(4): 14–19.
16. Белянкова Т.И., Лыжов В.А. 2010. Некоторые особенности динамики слабо неоднородных пьезоактивных структур. *Вестник Южного научного центра*. 6(2): 3–10.
17. Белянкова Т.И., Калинин В.В., Лыжов В.А. 2010. Связанная смешанная задача для системы электродов на поверхности преднапряженного электроупругого структурно неоднородного полупространства. *Прикладная математика и механика*. 74(6): 897–910.
18. Белянкова Т.И., Калинин В.В., Лыжов В.А. 2011. Роль размерных параметров в формировании волновых полей в неоднородных пьезоактивных структурах. *Вестник Южного научного центра*. 7(3): 3–12.
19. Леви М.О. 2011. Динамическая задача для электромагнитоупругого слоя. *Вестник Южного научного центра*. 7(4): 5–10.
20. Shirokov V.B., Kalinchuk V.V., Yuzyuk Y.I., Lemanov V.V. 2013. Material constants of (Ba,Sr)TiO₃ solid solutions. *Physics of the Solid State*. 55(4): 773–779.
21. Giordano S., Goueygoua M., Tiercelina N., Talbi A., Pernoda P., Preobrazhenskaya V. 2014. Magneto-electro-elastic effective properties of multilayered artificial multiferroics with arbitrary lamination direction. *International Journal of Engineering Science*. 78: 134–153.
1. Xie L., Li Y.L., Yu R., Zhu Jing. 2011. Dynamic microscopic structures and dielectric response in the cubic-to-tetragonal phase transition for BaTiO₃ studied by first-principles molecular dynamics simulation. *J. Appl. Phys.* 109(5): 054101.
2. Houzet G., Blary K., Lepilliet S., Lippens D., Burgnies L., Velu G., Carru J.-C., Nguema E., Mounaix P. 2011. Dielectric dispersion of BaSrTiO₃ thin film from centimeter to submillimeter wavelengths. 2011. *Journal of Applied Physics*. 109: 014116.
3. Shirokov V.B., Mukhortov V.M., Yuzyuk Yu.I. 2012. Relaxation of polarized states in thin films of BST. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. 76(7): 1934–9432.
4. Maugin G.A. 1991. *Continuum Mechanics of Electromagnetic Solids*. Amsterdam, Elsevier Science Publishers: 621 p.
5. Thurston R.N., Brugger K. 1964. Third-order elastic constants and the velocity of small amplitude elastic waves in homogeneously stressed media. *Phys. Rev.* 133(6A): A1604–A1610.
6. Tiersten H.F. 1993. Electroelastic equations for electrode thin plates subject to large driving voltages. *J. Appl. Phys.* 74(5): 3389–3393.
7. Chai J.F., Wu T.T. 1996. Propagation of surface waves in a prestressed piezoelectric material. *J. Acoust. Soc. Amer.* 100(No. 4, Pt. 1): 2112–2122.
8. Kalinchuk V.V., Belyankova T.I., Evdokimova O.V. 2006. [Determining ratios of prestressed piezoelectric medium dynamics in absence of external electric fields]. *Vestnik Yuzhnogo Nauchnogo Tsentra*. 2(1): 16–23. (In Russian).
9. Evdokimova O.V., Belyankova T.I., Kalinchuk V.V. 2007. [Dynamics equations for prestressed piezo-active medium in the presence of external electrostatic field]. *Vestnik Yuzhnogo Nauchnogo Tsentra*. 3(4): 19–25. (In Russian).
10. Shirokov V.B., Kalinchuk V.B., Shakhovoy R.A., Yuzyuk Y.I. 2014. Anomalies of piezoelectric coefficients in barium titanate thin films. *EPL*. 108(4): 47008–47011.
11. Shirokov V.B., Kalinchuk V.V., Shakhovoi R.A., Yuzyuk Y.I. 2015. Material constants of barium titanate thin films. *Physics of the Solid State*. 57(8): 1535–1540.
12. Nowazkiy V. 1986. *Elektromagnitnye efekty v tverdykh telakh*. [Electromagnetic effects in solids]. Moscow, Mir Publishers: 126 p. (In Russian).
13. Igumnov L.A., Litvinchuk S.Yu., Pazin V.P., Petrov A.N. 2010. [The numerical-analytical construction of Green's matrices of 3-d elasticity and electro-elasticity theories]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo*. 3(1): 134–140. (In Russian).
14. Igumnov L.A., Markov I.P., Rataushko Y.Y. 2014. Modeling the dynamics of 3-d elastic anisotropic solids using boundary element method. *Advanced Materials Research*. 1040: 633–637.

15. Levi M.O., Andzhikovich I.E., Vorovich E.I., Agayan K.L. 2012. [The influence of boundary conditions on the dynamics of semibounded electromagneto-elasticity media]. *Vestnik Yuzhnogo Nauchnogo Tsentra*. 8(4): 14–19. (In Russian).
16. Belyankova T.I., Lyzhov V.A. 2010. [Some features of dynamics for weakly inhomogeneous piezo-active structures]. *Vestnik Yuzhnogo Nauchnogo Tsentra*. 6(2): 3–10. (In Russian).
17. Belyankova T.I., Kalinchuk V.V., Lyzhov V.A. 2010. A coupled mixed problem for a system of electrodes on the surface of a prestressed electroelastic structurally inhomogeneous half-space. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 74(6): 637–647.
18. Belyankova T.I., Kalinchuk V.V., Lyzhov V.A. 2011. [Role of dimensioned parameters in formation of wave fields in heterogeneous piezoactive structures]. *Vestnik Yuzhnogo Nauchnogo Tsentra*. 7(3): 3–12. (In Russian).
19. Levi M.O. 2011. [Dynamic task for electromagnetoelastic layer]. *Vestnik Yuzhnogo nauchnogo tsentra*. 7(4): 5–10. (In Russian).
20. Shirokov V.B., Kalinchuk V.V., Yuzyuk Y.I., Lemanov V.V. 2013. Material constants of (Ba,Sr)TiO₃ solid solutions. *Physics of the Solid State*. 55(4): 773–779.
21. Giordano S., Goueygoua M., Tiercelina N., Talbi A., Pernoda P., Preobrazhenskaya V. 2014. Magneto-electro-elastic effective properties of multilayered artificial multiferroics with arbitrary lamination direction. *International Journal of Engineering Science*. 78: 134–153.

Поступила 25.03.2016