

На правах рукописи

Жиляев Игорь Витальевич

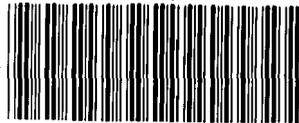
**РЕДУЦИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ ГИДРОДИНАМИКИ И
МАССОПЕРЕНОСА В РУСЛОВЫХ ПОТОКАХ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

- 6 ИЮН 2018



008708687

Ростов-на-Дону – 2018 год

Диссертационная работа выполнена на кафедре математического моделирования института математики механики и компьютерных наук Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южный федеральный университет» и в лаборатории транспорта, композиционных материалов и конструкций комплексного отдела механики, математики и нанотехнологий Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Федеральный исследовательский центр Южный научный центр Российской академии наук».

Научный руководитель: **Надолин Константин Аркадьевич**
Кандидат физико-математических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Чистяков Александр Евгеньевич**
Доктор физико-математических наук,
профессор

Бузало Наталья Сергеевна
Кандидат технических наук, доцент

Ведущая организация: **Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения РАН (ИВМиМГ СО РАН)**

Защита состоится 4 июля 2018 на заседании диссертационного совета Д.999.065.02, созданного на базе ФГАОУ ВПО «ЮФУ» и ФГБОУ ВПО «ЮРГПУ (НПИ) им. Платова», по адресу: 347928, г. Таганрог, переулок Некрасовский, 44, ауд. Д-406.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ЮФУ <http://hub.sfedu.ru/diss/announcement/168b4edd-818e-4823-9de0-1b3154205e89/>

Автореферат разослан « ___ » _____ 20__ г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета Д.999.065.02
Доктор технических наук, профессор
Цельх А.Н.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность исследования. Развитие водохозяйственной деятельности требует совершенствования соответствующего аппарата математического моделирования и вычислительного эксперимента. Актуальные задачи водопользования (контроль над распространением загрязняющих веществ, поступающих от промышленных предприятий; определение местоположения водозаборов и точек сброса сточных вод в системе водоснабжения населенных пунктов; оценка экологического ущерба при проведении гидростроительных работ и др.) требуют для своего решения математических моделей и программных инструментов, обеспечивающих необходимую точность и оперативность вычислительных экспериментов.

Математическое моделирование гидрофизических процессов естественных водотоков является весьма сложной задачей механики сплошных сред. Особенности решения связаны с геометрией водоносного русла, турбулентным характером течения, а также большим количеством экспериментальных данных, необходимых для корректной постановки задачи. В связи с высокими ресурсными затратами, необходимыми для решения полных трехмерных уравнений гидродинамики и массопереноса, актуально использование моделей пониженной размерности.

Одномерные модели (например, уравнения Сен-Венана) активно применяются на практике для моделирования течения в прямых каналах постоянного сечения, что характерно для искусственных гидротехнических сооружений промышленного назначения. Существенным недостатком одномерных моделей является их низкая точность при моделировании течения в областях со сложной геометрией расчетной области. Широко применяются двумерные модели, базирующиеся на уравнениях мелкой воды. Такие модели позволяют описать гидродинамику морских и океанических процессов. Специализированные упрощенные модели русловых течений и численные методы их решения изучались в работах О.Ф.Васильева, А.Ф.Воеводина, М.В.Нестерова, А.Ю.Сидорчука, J.Stoker, V.Chow и др. Отметим также работы в этой области донских ученых. В исследованиях ученых ИОНЦ РАН для проблем водной экологии и природопользования применяются балансовые и одномерные модели типа Сен-Венана (С.В.Бердников, Ф.А.Сурков, А.Л.Чикин). Модели на основе уравнений мелкой воды и прецизионные конечно-разностные методы их численного решения применяются в работах А.И.Сухинова, А.Е.Чистякова и других представителей таганрогской школы математического моделирования гидрофизических процессов. На кафедре прикладной математики ЮРГПУ(НПИ) методы математического моделирования в задачах переноса

примесей в приземных слоях атмосферы развивают А.Н.Никифоров, Н.С.Бузало и др. В Институте математики, механики и компьютерных наук ЮФУ задачи математического моделирования гидрофизических процессов изучались М.Ю.Жуковым, Л.А.Крукиером, Г.В.Муратовой и др.

Методика получения редуцированных моделей гидрофизических процессов в естественных водотоках предложена в работах К.А.Надолина. Эта методика применяется в работах К.А.Надолина и И.В.Жилиева и для математического моделирования широкого класса мелких и протяженных русловых потоков со свободной границей. Развитие этих исследований проводится в диссертационной работе, где расширен перечень учитываемых гидрофизических факторов и выведены модифицированные уравнения редуцированных моделей. Предложенные в диссертации модели занимают свою нишу в общем контексте исследований и позволяют при небольших вычислительных затратах с хорошей точностью моделировать турбулентные течения в широком классе относительно спокойных русловых потоков, к которому относится большинство равнинных рек планеты.

В существующих моделях турбулентных течений присутствуют параметры и константы, значения которых получены путем многократных испытаний и измерений в лабораторных условиях или при наблюдении за природными водотоками. Подобный подход требует значительных затрат времени и ресурсов. Нахождение значений турбулентных характеристик при отсутствии необходимых экспериментальных данных (или при их недостаточной точности) представляет собой сложную задачу, которая исследуется в работах А.В.Рождественского, А.Г.Лобановой, К.В.Гришанина, А.В.Караушева. В диссертации предложена методика, основанная на использовании вычислительных экспериментов и численных методов оптимизации для определения значений модельных параметров. Подобный подход применяется в работах А.В.Бойко, Н.И.Михеева, И.И.Саушина, Х.Като (H.Kato) и Т.Маруяма (T.Maruuama).

В настоящее время широкое распространение получили пакеты вычислительной гидродинамики и массопереноса для проведения инженерных расчетов. Среди них можно упомянуть такие как CFX, FLUENT, STAR-CD, ANSYS, COMSOL и др. Данные программные среды обладают высокой функциональностью и широкой областью применения. С другой стороны, освоение подобных комплексов требует значительного времени, а применение – высокой квалификации пользователя. В связи с этим актуально создание прикладных программных комплексов, ориентированных на решение конкретных практических задач и удобных для использования специалистами в предметной области.

Объектами исследования являются процессы гидродинамики и массопереноса в широком классе русловых водотоков со свободной границей.

Предметом исследования являются уравнения модифицированных редуцированных моделей, описывающие гидродинамику и пассивный массоперенос в трехмерном русловом потоке, а также методики определения значений параметров рассматриваемых моделей.

Целью исследования является разработка эффективных редуцированных математических моделей гидродинамики и массопереноса, алгоритмов их калибровки и численного решения, а также программного инструментария для оценки антропогенного воздействия на водные объекты.

Для достижения указанной цели **решены следующие задачи:**

В области *математического моделирования*:

- модифицированы предложенные ранее редуцированные математические модели, описывающие гидродинамику жидкости и массоперенос пассивных примесей в широком классе русловых потоков;
- исследована степень влияния основных характеристик русла на течение и составлены методические рекомендации для выбора значений модельных параметров в зависимости от конфигурации водоносного русла.

В области *разработки численных методов*:

- численные методы оптимизации по Парето и на основе генетического алгоритма адаптированы для поиска значений модельных параметров;
- разработаны вычислительные алгоритмы решения редуцированных уравнений для определения положения свободной поверхности, а также полей скорости и концентрации примеси.

В области *создания программных комплексов*:

- в конечно-элементном пакете COMSOL Multiphysics разработаны программные модули для решения задачи о русловом течении на основе редуцированных уравнений и $k-\epsilon$ модели турбулентности;
- в связной среде MATLAB-COMSOL разработан программный комплекс для нахождения рекомендуемых значений параметров редуцированных моделей;
- на языке MATLAB созданы прикладные программы SMATR-2D и NASTRS, позволяющие проводить вычислительные эксперименты по переносу и осаждению загрязняющих веществ.

Научная новизна полученных результатов заключается в следующем:

В области *математического моделирования*:

- предложены модифицированные редуцированные модели гидродинамики и массопереноса, отличающиеся от существующих упрощенных моделей учетом влияния донного рельефа на гидродинамику течения, что

позволяет вычислить трехмерные поля гидрофизических характеристик и повысить точность моделирования в руслах сложных конфигураций;

- предложены уравнения базового приближения и поправок для модифицированных редуцированных моделей, отличающиеся от известных учетом сил Кориолиса и внешних воздействий, а также оседания примеси и проскальзывания на дне потока, что позволяет расширить границы применимости редуцированных моделей.

В области *разработки численных методов*:

- разработан алгоритм вычисления свободной границы потока, отличающийся от метода конечных объемов определением свободной границы поверхностью, что достигается за счет преобразования исходного уравнения в коэффициентную форму и его решения с использованием разработанных модулей конечно-элементного программного комплекса COMSOL Multiphysics; при этом решение требует меньше вычислительных ресурсов, чем при расчете с использованием деформируемой конечно-элементной сетки на границе трехмерной области, что достигается независимостью выведенного уравнения для свободной границы от уравнений для гидрофизических характеристик;
- предложена методика калибровки гидродинамических моделей, отличающаяся от существующих заменой натуральных экспериментов на вычислительные и адаптацией численных методов оптимизации для поиска рекомендуемых значений модельных параметров, что позволяет автоматизировать и упростить процесс калибровки.

В области *создания программных комплексов*:

- разработана структура программного комплекса для определения рекомендуемых значений параметров гидродинамических моделей, реализующая предложенный алгоритм калибровки в объединенной среде MATLAB-COMSOL, отличающаяся от существующих организованными связями между средой программирования MATLAB и модулями вычислительной гидродинамики и коэффициентной формы конечно-элементного пакета COMSOL Multiphysics;
- разработаны структуры программных комплексов CMATR-2D и NASTRS, реализованные в виде программных модулей на языке MATLAB, отличающиеся от существующих ориентацией на решение проблем оценки антропогенного воздействия на водные объекты при проведении гидростроительных работ и позволяющие проводить вычислительные эксперименты по переносу и осаждению частиц грунта и других загрязняющих веществ русловым потоком на основе предложенных в диссертации редуцированных моделей.

Методы исследования основаны на использовании метода малого параметра при выводе редуцированных уравнений, численных методах оптимизации при определении модельных параметров и современных технологиях программирования и проведения вычислительного эксперимента средствами MATLAB и COMSOL Multiphysics.

Теоретическая значимость работы заключается в развитии методов математического моделирования процессов гидродинамики и массопереноса для широкого класса русловых потоков. Показано наличие зависимости между конфигурацией русла и гидродинамикой водотока. Разработана методика калибровки параметров моделей турбулентного течения на основе вычислительных экспериментов и численных методов оптимизации.

Практическая ценность работы состоит в создании программного инструментария и методики вычислительного эксперимента, позволяющих исследовать гидродинамику и массоперенос в русловых потоках с помощью упрощенных математических моделей. Реализованные подходы к решению задач оптимизации позволили создать методические рекомендации по выбору значений параметров редуцированных моделей без проведения лабораторных или натурных экспериментов. Универсальность разработанных методов оптимизации подтверждается их применением при решении автором задач из других предметных областей.

Основные результаты, выносимые на защиту

1. Уточненные редуцированные математические модели гидродинамики и массопереноса в русловых водотоках, описывающие гидродинамические процессы с учетом особенностей формы русла и внешних воздействий, а также процессы переноса, диффузии и распада пассивной примеси.
2. Разработанные алгоритмы численного решения редуцированных моделей гидродинамики и массопереноса в русловом потоке.
3. Разработанные алгоритмы определения значений модельных параметров средствами многокритериальной оптимизации и генетического алгоритма, реализованные в виде программного комплекса.
4. Методические рекомендации по выбору значений параметров редуцированных моделей в зависимости от свойств русла и полученные на их основе таблицы, позволяющие снизить погрешность расчета.
5. Прикладные программы SMATR-2D и NASTRS, позволяющие проводить вычислительные эксперименты по переносу и осаждению частиц грунта и других загрязняющих веществ русловым потоком при проведении гидростроительных работ.
6. Результаты вычислительных экспериментов по исследованию гидродинамики и массопереноса на участках рек Северн, Лена и Дон.

Достоверность полученных результатов, научных положений и выводов, сделанных в диссертационной работе, следует из адекватности используемых математических моделей и численных методов. Результаты вычислительных экспериментов согласуются с результатами расчетов других моделей турбулентного течения и наблюдаемыми природными явлениями.

Апробация результатов. Разработанные методы и полученные результаты проходили апробацию на 30 Российских и международных конференциях, среди которых: XXXVIII конференция “Математическое моделирование в проблемах рационального природопользования” (Ростов-на-Дону, 2010); 4th International Conference on Experiments, System Modeling, Simulation, Optimization (Афины, Греция, 2011); Математическое моделирование и биомеханика в современном университете (Дивноморское, 2012); 6th world congress: applied computing conference (Нанджин, Китай, 2013); 4th International Conference on Engineering Optimization (Лиссабон, Португалия, 2014); XVIII международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды» (Дюрсо, 2015); 5th International Conference on Engineering Optimization (Игуассу Фолз, Бразилия, 2016); 15th Annual Industrial Simulation Conference (Варшава, Польша, 2017).

Разработанные в рамках диссертационного исследования алгоритмы и методы использовались в Комплексном отделе механики, физики и нанотехнологий ЮНЦ РАН в рамках выполнения грантов РФФИ 12-08031350 «Оптимизация дизайна высокочувствительных приемников гидроакустических сигналов на основе наноразмерных пьезоактивных пленок» (исполнитель), 14-08-31612 «Многокритериальная оптимизация систем с распределенными параметрами» (руководитель), 15-08-00849 «Разработка численных и экспериментальных методов создания оптимальной структуры армированных стекло- и углепластиков авиационного применения» (исполнитель), а также в рамках выполнения научно-исследовательских работ по заказу ОАО «МВЗ им. М.Л.Милля» (договор №МИ-11-1746-01). Созданные программы SMATR-2D и NASTRS внедрены в ООО «Центр научно-технических услуг в области рыбного хозяйства и природопользования». Научные и прикладные результаты используются в учебном процессе кафедры математического моделирования Института математики, механики и компьютерных наук ЮФУ. Предложенные в диссертации редуцированные модели использовались в рамках работы над проектом Германского Исследовательского Фонда «Разработка численных методов моделирования дельты реки Лена» (BMBF project “Die Entwicklung von numerischen Modulen für die Lena Delta Region”).

Публикации. По теме диссертационного исследования всего опубликовано 46 печатных работ, указанных в списке литературы диссертации. В списке литературы автореферата представлены 5 статей в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК, и 6 статей в научных изданиях, цитируемых в базе данных Scopus, которые являются основными по теме диссертационного исследования. Получено 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Личный вклад автора. В совместно опубликованных работах Жилиев И.В. произвел модификации редуцированных моделей, разработал конечно-элементные модели для процессов гидродинамики и массопереноса и их программную реализацию.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы, включающего 154 наименования, трех приложений. Общий объем работы составляет 197 страниц, в диссертации содержится 65 рисунков и 10 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность и значимость проведенных исследований, сформулированы цели и задачи, представлен краткий обзор научных работ, посвященных математическому моделированию русловых потоков, сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе дана постановка задачи о течении жидкости в русловом потоке, находящимся под действием полей силы тяжести и силы Кориолиса. На поверхность потока могут действовать внешние воздействия.

Рассмотрим участок безнапорного руслового водотока, в котором происходит распространение пассивной примеси. Схематическое изображение участка потока и система координат представлены на Рисунке 1. Поток имеет свободную поверхность $z = \xi(x, y, t)$, которая считается неизвестной. Ложе потока задается известным соотношением $z = h(x, y)$.

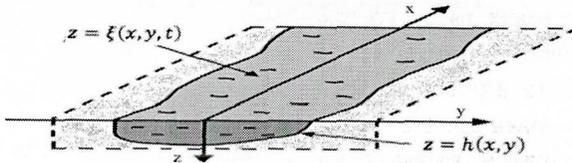


Рисунок 1. Система координат на участке руслового потока

Поток считается мелким и протяженным, его линейные характеристики определяются следующим образом

$$\varepsilon = L_z/L_y = L_y/L_x \quad (1)$$

Здесь L_x, L_y, L_z – длина, ширина и глубина рассматриваемого участка руслового потока, ε – малый параметр (для равнинных рек $\varepsilon = 0.01 \dots 0.25$).

Масштабы скорости потока по различным направлениям соотносятся следующим образом

$$U_z = \varepsilon U_y = \varepsilon^2 U_x \quad (2)$$

Здесь U_x, U_y, U_z – характерные скорости по соответствующим направлениям.

Предполагается, что рассматриваемый участок потока слабоискривлен. Математически это выражается условием

$$\frac{\partial h}{\partial y} = \varepsilon, \quad \frac{\partial h}{\partial x} = \varepsilon^2 \quad (3)$$

На основании допущений (1)-(3) для уравнений Навье-Стокса, неразрывности и переноса вещества в разделе 1.3 диссертации осуществлен переход к безразмерным величинам. Наличие в уравнениях малого параметра ε позволило применить технику разложения неизвестных величин в асимптотические ряды и свести исходную задачу к рекуррентной последовательности начально-краевых задач. В разделе 1.4 представлен вывод рекуррентных соотношений для произвольного приближения.

Базовое приближение начально-краевой задачи для переноса пассивной примеси в безразмерных переменных выглядит следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial cu}{\partial x} + \frac{\partial cv}{\partial y} + \frac{\partial cw}{\partial z} + \frac{\partial cw_s}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(d_{33} \frac{\partial c}{\partial z} \right) - \lambda c, \\ c|_{t=0} = c^0, \quad a^0 c + b^0 \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \pi^0, \quad \frac{\partial c}{\partial z} \Big|_{z=h} = w_s, \quad \frac{\partial c}{\partial z} \Big|_{z=\xi} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь c – концентрация примеси, (u, v, w) – поле скорости, d_{33} – коэффициент диффузии, λ – коэффициент распада, w_s – скорость оседания примеси, a^0, b^0, c^0, π^0 – известные функции.

Гидродинамическая подсистема и уравнение для функции свободной поверхности потока в базовом приближении имеют следующий вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial z} = ReG, \quad \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= -ReG, \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{\partial y}, \quad \frac{\partial w}{\partial z} &= - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (5)$$

$$u + k_s \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=h} = 0, \quad v|_{z=h} = w|_{z=h} = 0, \quad (6)$$

$$p|_{z=\xi} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=\xi} = -F_x, \quad \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=\xi} = -F_y,$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} - w \Big|_{z=\xi} = 0, \quad (7)$$

$$\xi|_{t=0} = \xi|_{x=0} = h - \xi|_{y=r} = h - \xi|_{y=l} = 0$$

Здесь p – давление, ν – функция турбулентной вязкости, G – гравитационный параметр, I – параметр уклона, Re – число Рейнольдса, F_x, F_y – внешнее воздействие, k_s – параметр проскальзывания, $r(x, t)$ и $l(x, t)$ – правый и левый берега потока.

Введем обозначения

$$J_1 = \int_z^h \frac{d\tau}{\nu}, \quad J_2 = \int_z^h \frac{\tau d\tau}{\nu}, \quad J_3 = \int_z^h J_1 d\tau, \quad J_4 = \int_z^h J_2 d\tau \quad (8)$$

Тогда решение уравнений (5) выражается через функцию возвышения свободной поверхности $\xi(x, y, t)$, которая пока остается неизвестной

$$\begin{aligned} p &= ReG(z - \xi), \\ u &= ReGI \left(J_2 - \xi J_1 + \frac{k_s}{\nu_h} (h - \xi) \right) + \nu_\xi F_x \left(J_1 + \frac{k_s}{\nu_h} \right), \\ v &= ReG \frac{\partial \xi}{\partial y} (J_2 - \xi J_1) + \nu_\xi F_y J_1, \\ w &= ReG \left(I \frac{\partial}{\partial x} \left(J_4 - \xi J_3 + \frac{k_s}{\nu_h} (h - \xi)(h - z) \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((J_4 - \xi J_3) \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \right) + \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_\xi F_x \left(J_3 + \frac{k_s}{\nu_h} (h - z) \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} (\nu_\xi F_y J_3) \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $\nu_h = \nu(x, y, h)$, $\nu_\xi = \nu(x, y, \xi)$ – значения функции турбулентной вязкости на дне и вблизи свободной поверхности.

Для определения возвышения свободной поверхности воспользуемся уравнением (7) для свободной поверхности. Подставив в него формулы (9) для компонент поля скорости, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial t} &= \\ &= ReG \left[I \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(J_4 - \xi J_3 + \frac{k_s}{\nu_h} (h - \xi)^2 \right) - \left(J_2 - \xi J_1 + \frac{k_s}{\nu_h} (h - \xi) \right) \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) - \right. \\ &\quad \left. - (J_2 - \xi J_1) \left(\frac{\partial \xi}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left((J_4 - \xi J_3) \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \right] - \nu_\xi \left(F_x \left(J_1 + \frac{k_s}{\nu_h} \right) \frac{\partial \xi}{\partial x} + \right. \\ &\quad \left. + F_y J_1 \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_\xi F_x \left(J_3 + \frac{k_s}{\nu_h} (h - \xi) \right) \right) + \frac{\partial}{\partial y} (\nu_\xi F_y J_3) \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь функции J_i , $i = 1, 2, 3, 4$ и их производные вычислены при $z = \xi$.

В разделе 1.6 представлены уравнения для поправок к базовой модели. Оценка их влияния на решение произведена в разделе 3.2 Главы 3.

Для учета турбулентности в редуцированных моделях использован подход, основанный на гипотезе Буссинеска. Для функции турбулентной вязкости в диссертации предложен вид, полученный на основании анализа, проведенного в разделе 1.5, и многочисленных вычислительных экспериментов, описанных в работах [1,2,5,14-17]

$$v = h^{P_m} + \left(\frac{\mu}{h} \left(\frac{S(x)}{S(0)} \right)^{D_s} - h^{P_m-1} \right) z \quad (11)$$

Здесь $S(x)$ – функция площади живого сечения; μ – молекулярная вязкость жидкости; D_s , P_m – параметры редуцированных моделей. Линейная зависимость функции турбулентной вязкости от глубины обеспечивает логарифмический профиль продольной компоненты поля скорости.

Во второй главе выполнен анализ результатов численных экспериментов по определению характера течения в зависимости от конфигурации русла. На основе проведенного анализа решены задачи многокритериальной оптимизации по Парето (P -оптимизации) и оптимизации методом генетического алгоритма (G -оптимизации) для определения параметров редуцированной модели.

Для расчетов течения в руслах различных конфигураций предложена следующая параметрическая форма русла

$$h(x, y) = \left(1 - \left(E(y + \Psi_c(x)) X_y(x) \right)^Y \right) X_z(x) \quad (12)$$

Здесь E – отношение ширины к глубине, Y – показатель кривизны живого сечения (Рисунок 2), функции $\Psi_c(x)$, $X_y(x)$, $X_z(x)$ – определяют величину и плавность изменения линии фарватера, ширины и глубины русла на рассматриваемом участке потока.

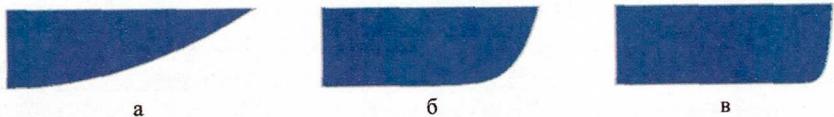


Рисунок 2. Профили живого сечения для $Y=2$ (а), $Y=10$ (б), $Y=18$ (в)

В разделе 2.3 рассмотрено влияние на динамику течения основных характеристик русла, указанных в Таблице 1. Для такой оценки используются результаты расчетов по $k-\varepsilon$ модели турбулентности. Параметры и функции, входящие в формулу (12), задают геометрию расчетной области. Параметр уклона I задает направление действия силы тяжести. Параметр шероховатости входит в граничное условие на дне. Уравнения $k-\varepsilon$ модели и постановка задачи течения жидкости в русловом потоке на основе этих уравнений представлены в разделе 2.2 диссертации.

Таблица 1 – Рассмотренные конфигурации водоносного русла

Характеристика	Интервал значений	Примечание
Уклон русла (I)	$\{0.3; 1.2; 2.1; 3\} \times 10^{-4}$	Данные государственного водного реестра РФ
Отношение глубины к ширине (I/E)	$\{0.01; 0.05; 0.1; 0.2\}$	
Показатель кривизны живого сечения (Y)	$\{2; 6; 10; 14; 18\}$	Рассматриваются сечения от близких к треугольному, до близких к прямоугольному
Кривизна фарватера (ψ)	$\{0^\circ; 4^\circ; 8^\circ; 12^\circ; 16^\circ\}$	Рассматриваемый класс потоков считается слабоискривленным (3)
Изменение площади живого сечения относительно площади входного створа (S_m)	$\{0.5; 0.65; 0.8; 1; 1.25; 1.5; 2\}$	
Шероховатость (C_p)	$\{10^{-6}; 10^{-5}; 10^{-4}\}$	10^{-6} соответствует песку, 10^{-4} – камню

Согласно результатам расчетов на основе уравнений $k-\epsilon$ модели турбулентности, влияние на гидродинамику течения геометрии русла, которое выражается в искривлении фарватера и изменении площади живого сечения, пропадает при выходе потока на прямолинейный участок.

Для прямолинейного потока постоянного сечения оценка влияния свойств русла проводилась путем вычисления максимальной скорости, а также значений продольной компоненты поля скорости в 22 точках. При этом 11 точек приходится на вертикальный профиль скорости и 11 – на горизонтальный. Скорость в этих точках нормирована своим максимальным значением для данной конфигурации русла (Рисунок 3).

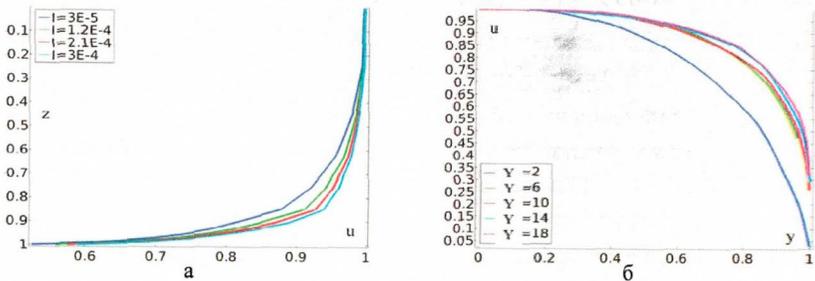


Рисунок 3. а) Вертикальный профиль скорости в зависимости от I ;
б) Горизонтальный профиль в зависимости от Y

Для значений скорости в выбранных 22 точках вычислены среднеквадратичные отклонения для течения при различных конфигурациях русла. Результаты дисперсионного анализа представлены в Таблице 2.

Таблица 2 – Результаты анализа влияния конфигурации русла на динамику течения

Свойство русла	Максимальное среднеквадратичное отклонение профиля скорости		Изменение максимальной скорости
	по горизонтали	по вертикали	
I	0.0157	0.1082	317%
Y	0.2784	0.0239	1%
E	0.1299	0.0102	12%
C_p	0.0002	0.0003	Менее 1%

Из Таблицы 2 видно, что влияние коэффициента шероховатости C_p на течение незначительно. Уклон потока I оказывает значительное влияние на максимальную скорость и вид ее вертикального профиля. Параметры E и Y в большей степени влияют на горизонтальный профиль скорости потока.

Таким образом, определение рекомендованных значений параметров редуцированных моделей происходит для прямолинейных русел постоянной площади живого сечения с переменными свойствами русла I , E и Y . Полученные распределения поля скорости в искривленных руслах и руслах переменного сечения используются в разделе 3.1 Главы 3 для верификации оптимизированных редуцированных моделей.

Целью калибровки редуцированной модели является достижение наилучшего совпадения результатов расчетов с результатами k - ε модели турбулентности по нескольким критериям. При наличии нескольких целевых функционалов актуальна постановка задачи оптимизации по Парето, которая осуществлена в разделе 2.4. Параметрами P -оптимизации являются параметр P_m в формуле (11) и k_s в формуле (9). Функционалами P -оптимизации являются средние отклонения вертикального (13) и горизонтального (14) профилей скорости, а также разность расходов по живому сечению (15) редуцированных и k - ε моделей.

$$F_1 = \frac{1}{11} \sum_{j=0}^{10} \frac{|u_{red}(0.5, 0, j/10) - u_{k-\varepsilon}(L_x/2, 0, L_z \cdot j/10)|}{u_{k-\varepsilon}(L_x/2, 0, L_z \cdot j/10)} \quad (13)$$

$$F_2 = \frac{1}{11} \sum_{j=0}^{10} \frac{|u_{red}(0.5, 0.5 \cdot j/10, 0) - u_{k-\varepsilon}(L_x/2, 0.5L_y \cdot j/10, 0)|}{u_{k-\varepsilon}(L_x/2, 0.5L_y \cdot j/10, 0)} \quad (14)$$

$$F_3 = \frac{\left| \int_0^1 \int_0^{h(x,y)} u_{red}(0.5, y, z) dz dy - \int_0^{L_y} \int_0^{h(x,y)} u_{k-\varepsilon}(0.5L_x, y, z) dz dy \right|}{\int_0^{L_y} \int_0^{h(x,y)} u_{k-\varepsilon}(0.5L_x, y, z) dz dy} \quad (15)$$

Здесь u_{red} и $u_{k-\varepsilon}$ – продольные компоненты поля скорости, полученные по результатам расчетов редуцированных и k - ε моделей соответственно.

Алгоритм P -оптимизации основан на определении для каждого функционала (13)-(15) множества значений $(P_m, k_s) \in O_i$, для которых $F_i(P_m, k_s) \leq \theta$, $i = 1, 2, 3$; $\theta = 0.01$ и поиске их пересечения $O = O_1 \cap O_2 \cap O_3$ для каждой конфигурации русла, определяемой набором параметров (I, Y, E) . Назовем множество O P -оптимальным множеством конфигураций.

При непустом пересечении ($O \neq \emptyset$) в качестве оптимальных значений выбирается пара $(P_m, k_s) \in O$, для которой минимальна взвешенная сумма

$$F_s = \beta_1 F_1 + \beta_2 F_2 + \beta_3 F_3 \quad (16)$$

Весовые коэффициенты $\beta_i, i = 1, 2, 3$ в формуле (16) определяются согласно приоритетам функционалов (13)-(15). В рамках диссертационного исследования $\beta_1 = \beta_2 = 0.25, \beta_3 = 0.5$. Подобный выбор значений весовых коэффициентов основан на экспертной оценке важности критериев (13)-(15).

При $O = \emptyset$ в качестве P -оптимального множества конфигурации выбирается одно из множеств O_1, O_2 или O_3 , для которого оказывается минимальной взвешенная сумма (16) средних значений функционалов (13)-(15), вычисленных по этой области.

Всего рассмотрено $n=3000$ различных конфигураций русла, для каждой из которых выполнены 1 расчет по k - ϵ модели и $q=900$ расчетов редуцированных моделей. Блок-схема алгоритма представлена на Рисунке 4.

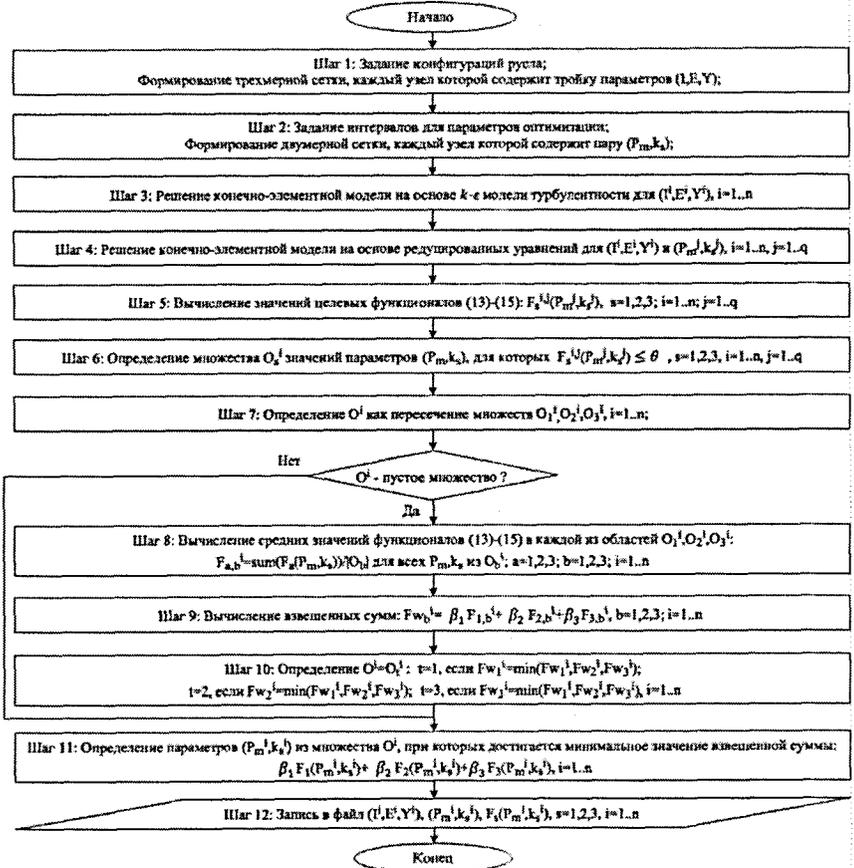


Рисунок 4. Блок-схема алгоритма многокритериальной оптимизации

На Рисунке 5 представлены горизонтальный и вертикальный профили продольной скорости, полученные для случая прямолинейного русла

постоянного сечения с использованием исходной редуцированной ($P_m = k_s = 0$), P -оптимизированной редуцированной и k - ε моделей.

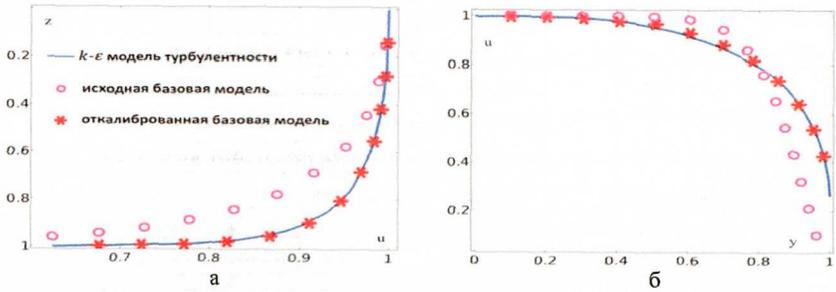


Рисунок 5. Вертикальный и горизонтальный профили скорости

В разделе 2.5 рассматривается задача сохранения расхода по живому сечению при течении в русле переменной площади живого сечения. Параметр D_s в формуле (12) отвечает за реакцию течения на изменения площади живого сечения русла и определяется при постановке и решении задачи G -оптимизации на основе генетического алгоритма.

Расход жидкости может быть определен следующим образом

$$Q(x) = \int_0^1 \int_0^1 u_{red}(x, y, z) dz dy \quad (17)$$

Функционалом для задачи минимизации является дисбаланс расходов

$$F = \left| \frac{Q(x_{min}) - Q(x_{max})}{0.5(Q(x_{min}) + Q(x_{max}))} \right| \quad (18)$$

Здесь x_{max} и x_{min} – координаты, при которых достигаются максимальная и минимальная площади сечения.

Всего было рассмотрено $e=310$ различных конфигураций русел с переменной площадью живого сечения. Количество особей в каждом поколении фиксировано $l=210$. На каждой итерации отбирается $j=15$ особей, обеспечивающих минимальные значения функционала (18). Эти особи попарного скрещиваются и мутируют (изменения составляют до 25% от исходного значения) для формирования нового поколения. Критерием остановки служит условие $F \leq \tau$, $\tau = 10^{-4}$ и ограничение на количество поколений ($\alpha \leq N$, $N = 100$).

Блок-схема алгоритма представлена на Рисунке 6.

По результатам проведенных оптимизаций с оставлены таблицы значений параметров P_m , k_s и D_s в зависимости от конфигурации русла. Эти данные сведены в справочные таблицы рекомендуемых значений параметров редуцированных моделей, представленные в Приложении А.

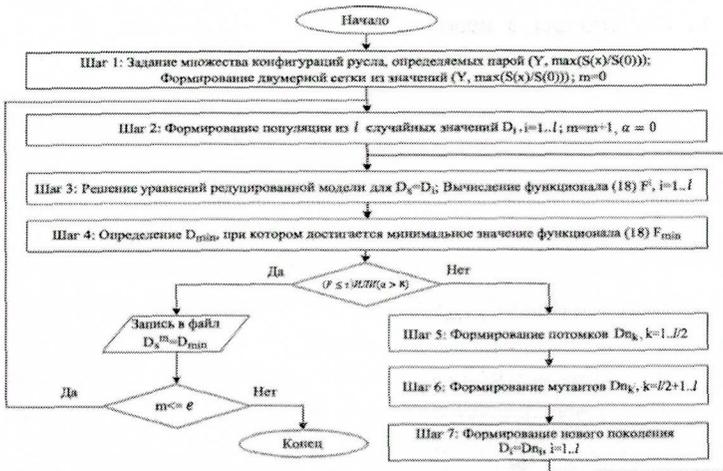


Рисунок 6. Блок-схема генетического алгоритма

Разработанные в рамках диссертационного исследования алгоритмы оптимизации обладают общностью, которая позволяет применять их для решения задач из различных областей науки. В разделе 2.6 диссертационного исследования приводятся примеры использования описанных методов оптимизации при разработке алгоритмов оптимального управления процессом формования полимеркомпозитных конструкций [8], оптимизации дизайна гидрофонов [9], моделировании морфологии эритроцитов [4], усовершенствовании конструкции ветряной турбины [7], оптимизации формы авиационного обтекателя [4,11], а также при определении нагрузочных и частотных характеристик силовых пьезоактуаторов [6].

В третьей главе представлены результаты численного исследования гидродинамики и переноса пассивной примеси для различных типов русел и участков рек на основе редуцированных моделей.

В разделе 3.1 рассмотрены процессы гидродинамики и массопереноса в различных тестовых руслах. На Рисунке 7 отображены вертикальные профили скорости, образующиеся в результате воздействия встречного и попутного ветровых воздействий на свободную поверхность.

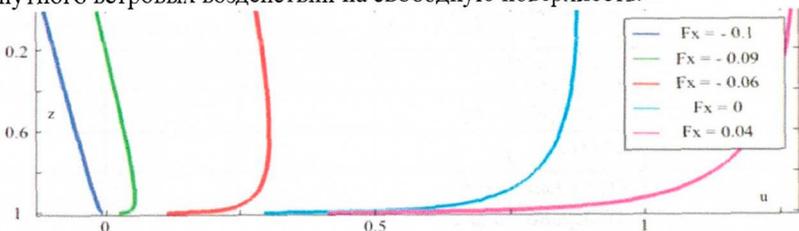


Рисунок 7. Профили скорости при попутном и встречном ветре

Редуцированные уравнения позволяют моделировать нагонное течение, при котором верхние слои или весь водоток движутся против уклона вследствие сильного встречного ветра. Подобные результаты согласуются с известными наблюдениями о влиянии ветра на поток, описанными в работах А.В. Караушева, К.В. Гришанина и К. Винанта (С. Winant).

Для численного исследования руслового течения при изменении площади живого сечения произведены расчеты по редуцированным и $k-\varepsilon$ моделям для русел с переменной площадью живого сечения. На Рисунке 8а представлено решение редуцированных уравнений для функции свободной поверхности при увеличении площади живого сечения на 25% относительно входного створа. Отметим, что скорость потока уменьшается при увеличении площади живого сечения, что соответствует требованию сохранения расхода (Рисунок 8б). Сравнение результатов расчетов редуцированной и $k-\varepsilon$ моделей для представлено на Рисунке 8в.

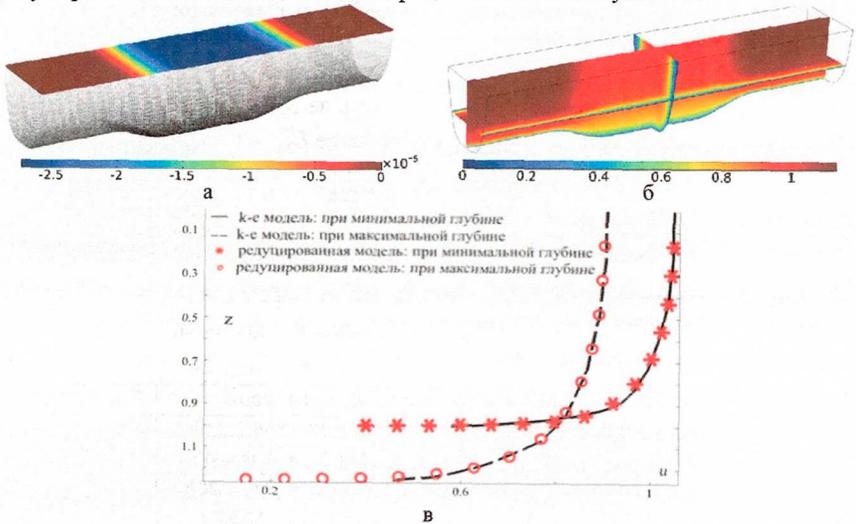


Рисунок 8. а) Функция свободной поверхности и функция русла; б) Поле скорости; в) Вертикальные профили скорости в русле переменного сечения

Для моделирования течения на повороте русла используются конфигурации, при которых поток имеет искривление фарватера. На Рисунке 9а,б представлено решение редуцированных уравнений для поперечной и вертикальной компонент поля скорости. Наблюдаемое распределение компонент поля скорости свидетельствует о возникновении винтового движения жидкости. Данное явление описано в работах И.Л. Розовского, Р.С. Чалова, А.С. Судольского и других ученых. Сравнение результатов редуцированной и $k-\varepsilon$ моделей представлено на Рисунке 9в,г.

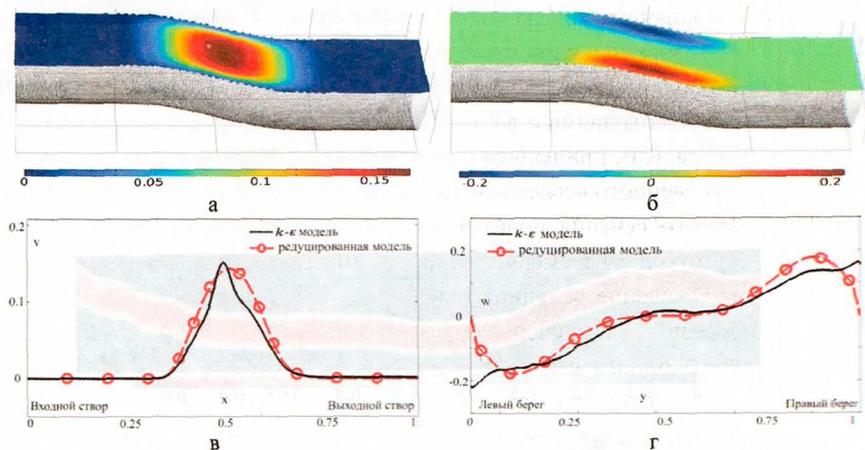


Рисунок 9. Поперечная скорость v на поверхности потока (а) и на фарватере (в), вертикальная скорость w на поверхности потока (б) и на поперечном сечении при $x=0.5$; $z=0$ (в) при течении в криволинейном русле

Точность вычислений редуцированных моделей по отношению к решению $k-\epsilon$ модели турбулентности в разделе 3.1 диссертации оценивается по относительной погрешности в пространстве L_2

$$\Delta = \frac{\|u_{k-\epsilon} - u_{red}\|_2}{\|u_{k-\epsilon}\|_2} \quad (19)$$

Значения параметров P_m, k_s, D_s определяются согласно таблицам рекомендуемых значений, составленных по результатам оптимизаций. Результаты оценки погрешности представлены в Таблице 3.

Таблица 3 – Погрешность решения редуцированных моделей

Тип русла	Рассмотренные конфигурации	Погрешность (19)
Прямолинейное русло постоянного сечения	$l = [0.3, 0.39, \dots, 3] \times 10^{-4}$; $Y = [2, 4, \dots, 20]$; $E^{-1} = [0.01, 0.02, \dots, 0.2]$; $S_m = 0$; $\psi = 0^\circ$;	$\Delta \leq 7\%$
Прямолинейное русло переменного сечения	$l = 1.65 \times 10^{-4}$; $E^{-1} = 0.1$; $Y = [2, 4, \dots, 20]$; $\psi = 0^\circ$; $S_m = [0.5, 0.75, 1.25, 1.5, 1.75, 2]$;	$\Delta \leq 8\%$
Криволинейное русло постоянного сечения	$l = [0.3, 1.3] \times 10^{-4}$; $E^{-1} = [0.01, 0.1, 0.2]$; $Y = 10$; $S_m = 0$; $\psi = [4^\circ, 8^\circ, 12^\circ, 16^\circ]$;	$\Delta \leq 9\%$

В разделе 3.3 представлены результаты численного эксперимента по переносу пассивной примеси на участке реки Северн. Поле концентрации, полученное при решении редуцированных уравнений сопоставляется с данными натурального эксперимента, проведенного Т. Дэвисом и П. Аткинсоном¹. На основании имеющихся измерений участка потока была

¹ Davis P., Atkinson T. Longitudinal dispersion in natural channels: 1. Experimental results from the River Severn, U.K. Hydrology Earth Science 4(3), 2000, С 345-353

восстановлена геометрия русла (Рисунок 10а), осуществлены конечно-элементная постановка и решение редуцированных моделей (Рисунок 10б).

Отметим, что исходная геометрия потока со средней глубиной 0.5 метра, средней шириной 25 метров и длиной рассматриваемого участка 14 километров после процедуры перехода к безразмерным величинам представляет собой область с соотношением линейных размеров порядка 1/1/15, что соответствует условиям применимости модели (1)-(3).

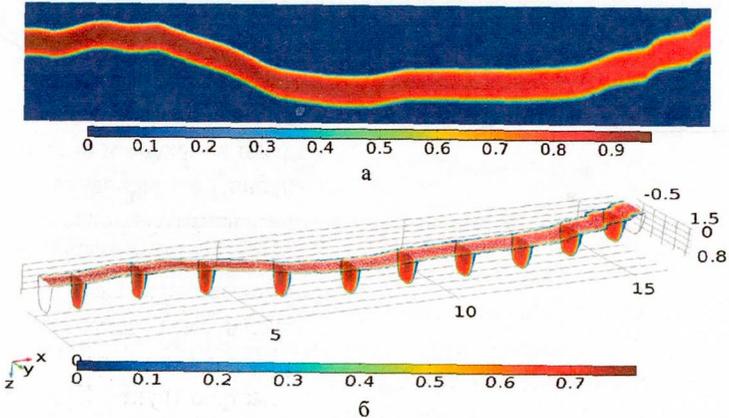


Рисунок 10. а) Русло потока; б) Поле скорости

Концентрация примеси отслеживалась на 6 станциях наблюдения. На Рисунке 11 представлены данные эксперимента и результаты моделирования с помощью редуцированных уравнений. Данные эксперимента представлены в виде таблиц значений концентрации примеси в различные моменты времени для каждой из 6 станций наблюдения (А-Ф). На Рисунке 11 эти таблицы объединены для удобства представления результатов.

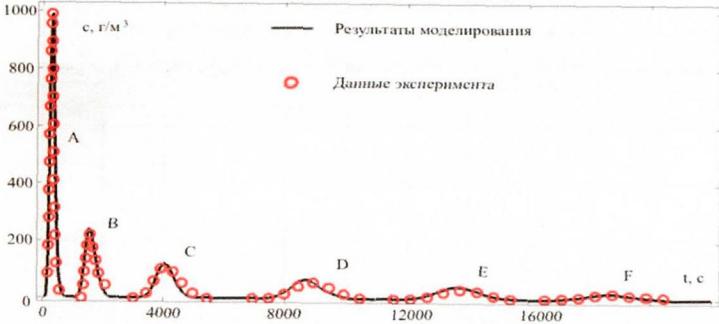


Рисунок 11. Динамика массопереноса

В разделе 3.4 дается пример использования редуцированных уравнений при моделировании гидродинамики и теплопереноса на реке Лена. Моделирование осуществлялось в рамках проекта Института полярных

исследований имени Альфреда Вегенера (г. Бремерхаузен, Германия). Результаты исследования представлены в работе [10].

В разделе 3.5 рассматривается задача распространения частиц грунта при проведении земляных работ на реке Дон в районе села Верхнее Казачье. Расчет получен с помощью комплекса SMATR-2D, разработанного на базе редуцированных моделей в рамках сотрудничества с ООО «ЦНТУРХиП».

В качестве первоначальных входных данных программа SMATR-2D использует спутниковый снимок или схематическое изображение водного объекта (Рисунок 12а). После загрузки изображения пользователь программы определяет границы расчетной области (Рисунок 12б). На данном этапе происходит построение регулярной прямоугольной сетки. Далее задаются профиль русла, а также ширина и глубина реки во входном створе. По этим данным программа осуществляет расчет глубины и ширины русла на всем участке реки. Оператор комплекса добавляет промежуточные сечения для корректировки формы русла согласно имеющимся промерам (Рисунок 12в).

Донноуглубительные работы на реке Дон планировалось выполнить с использованием двух экскаваторов. Предполагаемая длительность работ составила три рабочие смены по 8 часов. Производительность экскаватора за рабочую смену составляет порядка 350 кубометров грунта. При этом около 15% от общего количества извлеченного грунта попадет в реку. Таким образом, общий объем загрязнения может быть оценен в 300 кубических метров грунта за три рабочие смены. Область проведения работ представляет собой полосу длиной 100 и шириной 15 метров (Рисунок 12г).

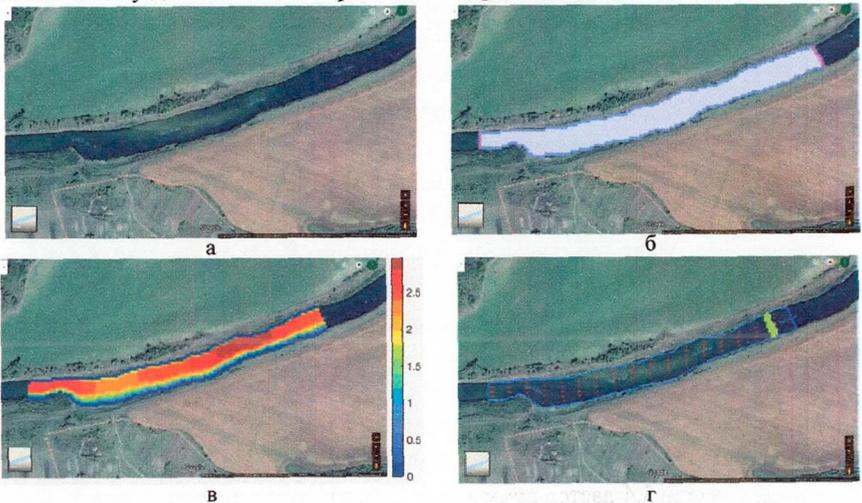


Рисунок 11. а) Исходное изображение участка реки Дон в районе села Верхнее Казачье; б) Геометрия расчетной области; в) Распределение глубин; г) Область проведения работ

Максимальная скорость течения в районе проведения работ составляет 0.8 метра в секунду. Русло реки в районе села Верхнее Казачье преимущественно состоит из песка и суглинка. Эти и другие свойства русла учитываются при решении задачи массопереноса частиц грунта потоком.

Результатами работы SMATR-2D являются поля концентрации и седиментации взвеси (Рисунок 13). Площадь заиливания слоем с толщиной от 5 до 10 мм (50% гибель зоопланктона) с оставляет 9744 м². Площадь заиливания, приводящая к 100% гибели зообентоса составляет 70188 м². Загрязнению подверглось 224000 м³.

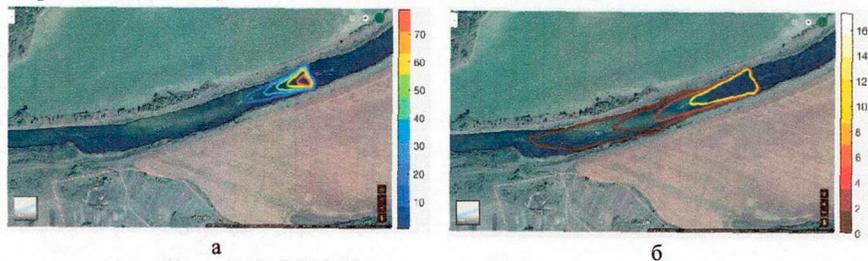


Рисунок 13. а) Поле концентрации взвеси в середине смены; б) Поле седиментации

В **четвертой главе** представлено детальное описание разработанных программных комплексов.

Программный комплекс многокритериальной оптимизации работает в связной среде MATLAB-COMSOL, оформлен как набор m-файлов, представляющих собой код, написанный на языке программирования MATLAB с включением элементов скрипта COMSOL.

Программные модули `reduced.mph` и `k-epsilon.mph` реализованы в конечно-элементном пакете COMSOL Multiphysics. Данные модули предназначены для расчета гидродинамики на основе редуцированных и $k-\epsilon$ моделей. Конечно-элементные модели реализованы на языке программирования MATLAB в виде m-функций. В качестве входных аргументов функции используют параметры из Таблицы 1. На выходе функции передают массивы значений скорости в характерных сечениях, расходов и площадей поперечного сечения. Для решения задачи течения жидкости в русловом потоке методом конечных элементов используется решатель PARDISO, в основе которого лежит метод Галеркина.

Программа `Pareto_Optimization.m` реализована на языке программирования MATLAB и предназначена для обработки введенных значений параметров и формирования аргументов функций, осуществляющих циклический вызов конечно-элементных моделей. Скрипт `Pareto_Analysis.m` осуществляет вычисление целевых функционалов (13)-(15) и поиск P -оптимальных значений параметров редуцированных моделей.

Для программной реализации генетического алгоритма конечно-элементная модель руслового потока на основе редуцированной модели экспортирована из COMSOL Multiphysics в виде скрипта. Скрипт преобразован в m-функцию среды MATLAB от параметра D_s , которая используется при циклическом вызове в рамках процедуры оптимизации.

В разделе 4.4 представлено детальное описание модулей программ NASTS и CMATR-2D, решающих редуцированные уравнения, осредненные по глубине и живому сечению. Численное решение для полей скорости и концентрации реализуется с помощью явных конечно-разностных схем второго порядка аппроксимации, устойчивость которых контролируется в процессе вычислений. Программы имеют дружественный интерфейс.

В **Заключении** изложены основные результаты исследования.

В **Приложении** представлены справочные таблицы значений параметров редуцированных моделей (Приложение А); таблица затрат вычислительных ресурсов использованных методов (Приложение Б); копии свидетельств о регистрации программ; акты внедрения результатов исследования в производственный и учебный процессы (Приложение В).

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. Получены эффективные редуцированные математические модели, описывающие многомерные гидродинамические процессы с учетом особенностей формы русла и внешних воздействий, а также нестационарные процессы переноса и диффузии пассивной примеси.
2. Разработаны алгоритмы численного решения редуцированных моделей гидродинамики и массопереноса в русловом потоке, реализованные в виде программных модулей.
3. Разработаны алгоритмы определения значений параметров редуцированных моделей средствами многокритериальной оптимизации и методом генетического алгоритма.
4. Составлены методические рекомендации по выбору значений параметров редуцированных моделей в зависимости от свойств водоносного русла, реализованные в виде справочных таблиц.
5. Созданы программы CMATR-2D и NASTRS, основанные на редуцированных моделях. Программы зарегистрированы в Реестре программ для ЭВМ и введены в эксплуатацию в ООО «ЦНТУРХиП» и используются специалистами компании для оценки антропогенного воздействия при проведении гидростроительных работ.
6. Получены результаты численных экспериментов по гидродинамике и массопереносу для участков рек Северн, Лена и Дон.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в ведущих научных журналах из списка ВАК

1. **Жиляев И.В.** Численное моделирование гидродинамики мелкого протяженного руслового потока / **Жиляев И.В.**, Надолин К.А. // Известия ЮФУ. Технические науки, 2012, №6 (131), С. 10 – 14.
2. **Жиляев И.В.** Численное исследование модели гидродинамики мелкого протяженного руслового потока / **Жиляев И.В.** // Наука юга России (Вестник Южного научного центра), 2013, Том 9, №1, С. 3–7.
3. Нагорнов Ю.С. Применение генетического алгоритма для оптимизации формы модели эритроцита [Электронный ресурс] / Нагорнов Ю.С., **Жиляев И.В.** // Фундаментальные исследования, 2013, № 4 (часть 1), С. 75 – 80. URL: <https://www.fundamental-research.ru/ru/article/view?id=31101> (дата обращения: 12.03.2018).
4. Шевцов С.Н. Оптимизация толщины композитной оболочки, нагруженной неравномерным давлением воздушного потока / Шевцов С.Н., **Жиляев И.В.**, Оганесян П.А., Алексеева О.Д. // Наука Юга России (Вестник Южного научного центра), 2016, Т.12, №3, С.21-31
5. Надолин К.А. Редуцированная 3D-модель гидродинамики мелкого протяженного и слабо искривленного водотока / Надолин К.А. , **Жиляев И.В.** // Водные Ресурсы, 2017, №2, С. 158–167.

Публикации в научных изданиях, цитируемых в базе данных Scopus

6. Шевцов С.Н. Structural Optimization of Power Flextensional Piezoelectric Actuator using FE Model and Genetic Algorithm / Шевцов С.Н., **Жиляев И.В.**, Аксенов В.Н.// Artificial Intelligence and Applications, 2013, С. 54-59.
7. Оганесян П.А. Reducing of the stress concentration near mounting zones of the wind turbine composite blade / Оганесян П.А., **Жиляев И.В.**, Шевцова В.С., Ву Дж.-К.// Proceedings of the 4th International Conference on Engineering Optimization, 2014, С. 967-970.
8. Шевцов С.Н. Multiobjective optimization of the cure cycle at the closed mould forming of thick walled polymeric composite structures / Шевцов С.Н., **Жиляев И.В.**, Эвланов А.Н., Тарасов И.В., Флек М.Б., Чинчан М.К. // Advanced Materials - Studies and Applications, 2015, глава 7, С. 75–89.
9. Наседкин А.В. Optimization of the new generation hydroacoustic devices based on porous piezoelectric ceramics or perforated nanoscale PZT-films / Наседкин А.В., Шевцова М.С., **Жиляев И.В.**, Шевцов С.Н., Чанг С.Х. // Piezoelectrics and Nanomaterials: Fundamentals, Developments and Applications, 2015, С. 42-84.
10. **Жиляев И.В.** Numerical Analysis and Reconstruction of the Temperature Regime of the Lena River Segment / **Жиляев И.В.**, Фофонова В.А. //

Proceedings of the Third International Conference on Mathematics and Computers in Sciences and in Industry (MCSI), 2016, С. 36 – 39.

11. Шевцов С.Н. Optimization of Wall Thickness and Lay-Up for the Shell-Like Composite Structure Loaded by Non-Uniform Pressure Field / Шевцов С.Н., **Жиляев И.В.**, Оганесян П.А., Аксенов А.В. // AIP Conference Proceedings, 2017, С. 44-49

Свидетельства о регистрации программ для ЭВМ

12. Программа расчета переноса и осаждения взвешенных веществ в водотоках (NASTRS – Numerical Analysis of the Sediment Transport in River Streams): свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017610983 / Надолин К.А., **Жиляев И.В.**, Ковтун И.И. – заявка №2016663105; заявление 30.10.2016г.; Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 19.01.2017г.
13. Программа расчета переноса и осаждения взвешенных веществ в водотоках на основе двумерной математической модели (SMATR-2D – Computational 2D Model for Admixture Transport in Rivers): свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2017661919 / Надолин К.А., **Жиляев И.В.**, Ковтун И.И. – заявка № 2017619003; заявление 05.09.2017 г.; Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 25.10.2017 г.

Прочие работы по теме диссертации

14. **Жиляев И.В.** Численное моделирование переноса загрязняющих веществ в русловых потоках / **Жиляев И.В.**, Надолин К.А. // материалы XXXVIII конференции «Математическое моделирование в проблемах рационального природопользования», 2010, С. 17-19
15. **Жиляев И.В.** Применение оптимизационных методов при определении турбулентных характеристик течения / **Жиляев И.В.** // Тезисы докладов VII всероссийской школы-семинара «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете», 2012, С. 52
16. Надолин К.А. Численная верификация редуцированной математической модели мелкого протяженного руслового потока / Надолин К.А., **Жиляев И.В.** // Тезисы докладов VII всероссийской школы-семинара «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете», 2012, С. 54-56.
17. **Жиляев И.В.** Редуцированная 3D-модель гидродинамики мелкого протяженного водотока. Фундаментальные и прикладные проблемы современной техники / **Жиляев И.В.** // Сборник работ лауреатов конкурса молодых ученых имени академика И.И. Воровича, 2015, №18, С. 49–58.

Подписано в печать 05.05.2018. Формат 60x84 1/16.
Объем 1,75 усл. п. л. Бумага офсетная. Печать цифровая.
Тираж 100. Зак. 27.

Отпечатано в типографии издательства «Нюанс»
г. Таганрог, Солодухина, 87.