

УДК 539.3

DOI: 10.23885/2500-0640-2017-13-3-3-9

УСТОЙЧИВОСТЬ НЕЛИНЕЙНО-УПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЫ С ПОВЕРХНОСТНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

© 2017 г. Д.Н. Шейдаков¹, И.Б. Михайлова¹

Аннотация. Проблема устойчивости равновесия деформируемых тел представляет значительный интерес как с теоретической, так и с практической точки зрения. Вследствие развития современных технологий большую актуальность приобретает вопрос анализа устойчивости при учете различных поверхностных явлений. Настоящая работа посвящена изучению бифуркации равновесия нелинейно-упругих труб с поверхностными напряжениями. В рамках модели Гертена – Мердока при осевом растяжении – сжатии исследовано выпучивание цилиндрической трубы, на внешней и внутренней поверхностях которой действуют поверхностные напряжения. При этом предполагалось, что упругие свойства трубы в объеме постоянны или изменяются вдоль радиуса. Модель Гертена – Мердока с механической точки зрения эквивалентна деформируемому телу, на поверхности которого приклеена упругая мембрана. Тензор поверхностных напряжений при этом может рассматриваться как тензор усилий, действующий в данной мембране. Для произвольного изотропного сжимаемого материала получены точные уравнения нейтрального равновесия и сформулирована линеаризованная краевая задача, путем решения которой исследуется устойчивость однородных и неоднородных по толщине стенки цилиндрических труб с поверхностными напряжениями. При этом показано, что если материал трубы в объеме однороден, а упругие свойства внешней и внутренней поверхностей особым образом связаны, то для анализа ее устойчивости достаточно решить упрощенную линеаризованную краевую задачу.

Ключевые слова: нелинейная упругость, устойчивость деформируемых тел, поверхностные напряжения, модель Гертена – Мердока, цилиндрическая труба.

STABILITY OF NONLINEARLY ELASTIC CYLINDRICAL TUBE WITH SURFACE STRESSES

D.N. Sheyidakov¹, I.B. Mikhailova¹

Abstract. The problem of equilibrium stability for deformable bodies is of major importance both from theoretical and practical points of view. Due to the development of modern technologies, the problem of stability analysis while taking into account various surface phenomena becomes relevant. This research is dedicated to the buckling analysis of nonlinearly elastic tubes with surface stresses. In the framework of Gurtin – Murdoch model, we have studied the stability of a cylindrical tube under axial tension-compression. It was assumed that the surface stresses are acting on the external and internal surfaces, and the bulk elastic properties of the tube are either constant or vary along the radius. From the mechanical point of view, the Gurtin – Murdoch model is equivalent to a deformable body with glued elastic membrane. In this case, the stress resultant tensor acting in the membrane can be interpreted as surface stresses. For an arbitrary isotropic compressible material the exact neutral equilibrium equations are derived and the linearized boundary value problem is formulated: by solving it, the stability of homogeneous and heterogeneous through the wall thickness cylindrical tubes with surface stresses is analyzed. It is also shown that if the bulk material of the tube is homogeneous and the elastic properties of the external and internal surfaces are connected in a special way, then to study its stability it is enough to consider the simplified linearized boundary value problem.

Keywords: nonlinear elasticity, stability of deformable bodies, surface stresses, Gurtin – Murdoch model, cylindrical tube.

¹ Южный научный центр Российской академии наук (Southern Scientific Centre, Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russian Federation), Российская Федерация, 344006, г. Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41, e-mail: sheidakov@mail.ru

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

REFERENCES

1. Ogden R.W., Steigmann D.J., Haughton D.M. 1997. The effect of elastic surface coating on the finite deformation and bifurcation of a pressurized circular annulus. *Journal of Elasticity*. 47(2): 121–145. doi: 10.1023/A:1007448209058
2. Altenbach H., Morozov N.F. (eds). 2013. *Surface Effects in Solid Mechanics – Models, Simulations, and Applications*. Berlin, Springer: 194 p. doi: 10.1007/978-3-642-35783-1
3. Duan H.L., Wang J., Karihaloo B.L. 2008. Theory of elasticity at the nanoscale. In: *Advances in Applied Mechanics*. Vol. 42. San Diego, Elsevier: 1–68. doi: 10.1016/S0065-2156(08)00001-X
4. Wang J., Huang Z., Duan H., Yu S., Feng X., Wang G., Zhang W., Wang T. 2011. Surface stress effect in mechanics of nanostructured materials. *Acta Mechanica Solida Sinica*. 24: 52–82. doi: 10.1016/S0894-9166(11)60009-8
5. Miller R.E., Shenoy V.B. 2000. Size-dependent elastic properties of nanosized structural elements. *Nanotechnology*. 11(3): 139–147. doi: 10.1088/0957-4484/11/3/301
6. Cuenot S., Frétiigny C., Demoustier-Champagne S., Nysten B. 2004. Surface tension effect on the mechanical properties of nanomaterials measured by atomic force microscopy. *Phys. Rev. B*. 69(16): 165410–5. doi: 10.1103/PhysRevB.69.165410
7. Wang J., Duan H.L., Huang Z.P., Karihaloo B.L. 2006. A scaling law for properties of nanostructured materials. *Proc. Royal Soc. Lond. A*. 462(2069): 1355–1363. doi: 10.1098/rspa.2005.1637
8. Gurtin M.E., Murdoch A.I. 1975. A continuum theory of elastic material surfaces. *Arch. Ration. Mech. Anal.* 57(4): 291–323. doi: 10.1007/BF00261375
9. Лурье А.И. 1980. *Нелинейная теория упругости*. М., Наука: 512 с.
10. Еремеев В.А., Zubov L.M. 2008. *Механика упругих оболочек*. М., Наука: 280 с.
11. Шейдаков Д.Н. 2007. Устойчивость прямоугольной плиты при двухосном растяжении. *Прикладная механика и техническая физика*. 48(4): 94–103.
12. Шейдаков Д.Н., Лыжов В.А., Михайлова И.Б. 2011. Потеря устойчивости сжатого пористого стержня с однородным покрытием. *Вестник Южного научного центра*. 7(1): 5–12.
1. Ogden R.W., Steigmann D.J., Haughton D.M. 1997. The effect of elastic surface coating on the finite deformation and bifurcation of a pressurized circular annulus. *Journal of elasticity*. 47(2): 121–145. doi: 10.1023/A:1007448209058
2. Altenbach H., Morozov N.F. (eds). 2013. *Surface Effects in Solid Mechanics – Models, Simulations, and Applications*. Berlin, Springer: 194 p. doi: 10.1007/978-3-642-35783-1
3. Duan H.L., Wang J., Karihaloo B.L. 2008. Theory of elasticity at the nanoscale. In: *Advances in Applied Mechanics*. Vol. 42. San Diego, Elsevier: 1–68. doi: 10.1016/S0065-2156(08)00001-X
4. Wang J., Huang Z., Duan H., Yu S., Feng X., Wang G., Zhang W., Wang T. 2011. Surface stress effect in mechanics of nanostructured materials. *Acta Mechanica Solida Sinica*. 24: 52–82. doi: 10.1016/S0894-9166(11)60009-8
5. Miller R.E., Shenoy V.B. 2000. Size-dependent elastic properties of nanosized structural elements. *Nanotechnology*. 11(3): 139–147. doi: 10.1088/0957-4484/11/3/301
6. Cuenot S., Frétiigny C., Demoustier-Champagne S., Nysten B. 2004. Surface tension effect on the mechanical properties of nanomaterials measured by atomic force microscopy. *Phys. Rev. B*. 69(16): 165410–5. doi: 10.1103/PhysRevB.69.165410
7. Wang J., Duan H.L., Huang Z.P., Karihaloo B.L. 2006. A scaling law for properties of nanostructured materials. *Proc. Royal Soc. Lond. A*. 462(2069): 1355–1363. doi: 10.1098/rspa.2005.1637
8. Gurtin M.E., Murdoch A.I. 1975. A continuum theory of elastic material surfaces. *Arch. Ration. Mech. Anal.* 57(4): 291–323. doi: 10.1007/BF00261375
9. Lurie A.I. 1990. *Non-linear Theory of Elasticity*. Amsterdam, North-Holland: 617 p. doi: 10.1016/B978-0-444-87439-9.50019-X
10. Eremeev V.A., Zubov L.M. 2008. *Mekhanika uprugikh obolochek*. [Mechanics of elastic shells]. Moscow, Nauka: 280 p. (In Russian).
11. Sheidakov D.N. 2007. Stability of a rectangular plate under biaxial tension. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 48(4): 547–555. doi: 10.1007/s10808-007-0069-9
12. Sheidakov D.N., Lyzhov V.A., Mihailova I.B. 2011. [Buckling of compressed porous rod with solid coating]. *Vestnik Yuzhnogo nauchnogo tsentra*. 7(1): 5–12. (In Russian).

Поступила 30.06.2017