

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОЛОКНИСТЫХ МАТРИЧНЫХ КОМПОЗИТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПЕРАТОРА КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ

© 2014 г. В.В. Бардушкин¹, В.Б. Яковлев¹, А.П. Сычев²,
Д.А. Кириллов¹, А.И. Сорокин¹

Поступила 05.09.2014

В работе проведено численное моделирование предельных прочностных характеристик при сжатии перпендикулярно волокнам двухкомпонентных однонаправленно армированных композитов. Рассматривается хрупкое разрушение композитных материалов на эпоксидной основе (связующие ЭД-20, ЭХД, УП-610 и его модификация) с волокнами из бесщелочного стекла, меди и железа. При моделировании используется оригинальный метод прогнозирования предельных прочностных свойств матричных композитов, согласно которому приложенная к композиту сжимающая в определенном направлении нагрузка становится разрушающей тогда и только тогда, когда внутреннее напряжение в матрице начинает превышать предел ее прочности. Указанный метод опирается на обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей и информацию о прочностных свойствах матрицы. Основой моделирования служит понятие оператора концентрации напряжений (тензора четвертого ранга), связывающего локальные (внутренние) значения тензора напряжений с внешними (средними) по материалу напряжениями. Приведен вывод соотношения для вычисления оператора концентрации напряжений в рамках обобщенного сингулярного приближения. Введением безразмерного параметра микроструктуры, связывающего среднее расстояние между волокнами с их объемным содержанием в материале, проведен теоретический анализ зависимости пределов прочности модельных композитов от состава и концентрации компонентов.

Ключевые слова: матричные композиты, включения, матрица, оператор концентрации напряжений, механическая прочность, моделирование.

При эксплуатации в узлах и деталях машин и механизмов композитные материалы находятся в сложном напряженно-деформированном состоянии. Поэтому при анализе работоспособности изделий из указанных материалов необходимы данные не только об их эффективных (эксплуатационных), но и предельных (разрушающих) характеристиках. Эти сведения часто получают экспериментально. Однако технологии создания композитов с заданными свойствами довольно дорогостоящие, поэтому возникает необходимость в разработке теоретических методов моделирования структуры, подбора состава, концентрации компонентов и прогнозирования их влияния на свойства материала [1; 2].

Проведение теоретического анализа локальных (внутренних) напряжений и деформаций в композите в зависимости от состава, структуры, формы и концентрации компонентов, а также вида и величины внешнего воздействия является актуальной задачей. Это обусловлено тем, что при внешнем воздействии определенного типа (например, при осевом сжатии) в композитной среде возникает локальное напряженно-деформированное состояние общего вида [2; 3]. При этом возможно существование таких включений, для которых из-за различий в геометрической форме, ориентационной и кристаллографической текстуре значения напряжений (деформаций) будут отличаться от приложенных, в частности превышать их. Это может приводить к процессам перестройки структуры и/или разрушению компонентов материала [2; 4; 5]. Важным направлением исследования указанной проблемы является получение численных оценок предельных прочностных свойств неоднородных материалов [1; 2; 6].

¹Национальный исследовательский университет “МИЭТ” (National Research University of Electronic Technology), 124498, Москва, Зеленоград, проезд 4806, д. 5, e-mail: bardushkin@mail.ru

²Южный научный центр Российской академии наук (Southern Scientific Center of the Russian Academy of Sciences), 344006, г. Ростов-на-Дону, пр. Чехова, 41, e-mail: sap@rgups.ru

В работе проведено моделирование разрушающих характеристик двухкомпонентных однонаправленно армированных композитов, основанное на разработанном в статье [7] методе прогнозирования предельных прочностных свойств матричных композитов при сжатии. Согласно этому методу, приложенная к композиту сжимающая (в определенном направлении) нагрузка становится разрушающей тогда и только тогда, когда внутреннее напряжение в матрице начинает превышать предел ее прочности. При этом величина внутреннего напряжения, возникающего в матрице при внешнем воздействии на композит, сравнивается с ее известным (справочным) значением предела прочности. Значение предела прочности матрицы должно соответствовать внешней сжимающей нагрузке (в том же направлении, что и для рассматриваемого композита), приложенной к однородному телу, состоящему только из материала матрицы.

Известно, что прочность однонаправленно армированных композитов при сжатии поперек волокон определяется прочностью матрицы (на сжатие) [1; 2; 6]. Поэтому в настоящей работе численное моделирование предельных прочностных характеристик указанных композитов проводится только для сжимающей нагрузки, направленной перпендикулярно волокнам. Рассматривается хрупкое разрушение композитных материалов. Моделирование опирается на обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей [2; 8] и понятие оператора концентрации напряжений [2; 3; 9; 10]. Кроме того, с помощью введения безразмерного параметра микроструктуры, связывающего среднее расстояние между волокнами с их объемным содержанием в материале, проводится теоретический анализ зависимости пределов прочности модельных композитов от состава и концентрации компонентов.

Опишем вначале способ введения безразмерного параметра микроструктуры в двухкомпонентном однонаправленно армированном композите. Будем считать, что в рассматриваемом композите

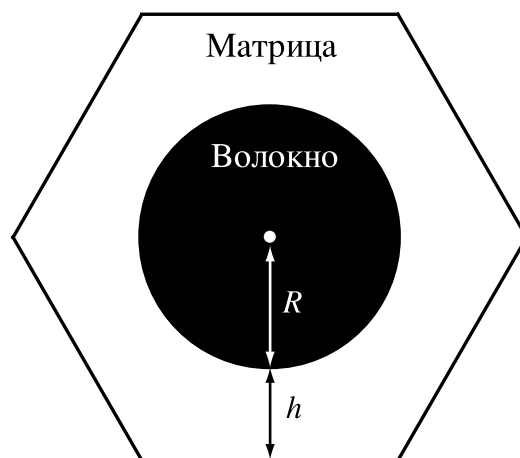


Рис. 1. Введение параметра микроструктуры h/R

волокна имеют цилиндрическую форму приблизительно одинакового радиуса, их положение в объеме матрицы является случайным, однако в целом материал предполагается статистически однородным. Это приводит к наличию среднего расстояния между волокнами, которое может быть связано с их концентрацией. Рассмотрим некоторый усредненный элементарный объем в виде правильной шестиугольной призмы, в центре которого находится одно волокно, ориентированное вдоль оси z лабораторной системы координат. Пусть отдельное волокно имеет средний радиус R , а расстояние от центра правильного шестиугольника до его стороны равно $R + h$. Тогда площадь основания элементарной ячейки определяется как $S = 2\sqrt{3} (R + h)^2$, а площадь поперечного сечения волокна $S_b = \pi R^2$

(рис. 1). Считая, что концентрация волокон $v_b = \frac{S_b}{S}$ (здесь и далее индекс “в” обозначает величины, относящиеся к волокнам, а “м” – к матрице), получим

$$v_b = \frac{\pi}{2\sqrt{3} (1 + h/R)^2}, \quad v_m = 1 - v_b.$$

Таблица 1. Уруго-прочностные свойства компонентов модельных композитов при сжатии [14–16]

Тип компонента	Материал компонента	Модуль Юнга E , ГПа	Коэффициент Пуассона ν	Предел прочности (для связующих) σ_m , МПа
Эпоксидная матрица	ЭД-20	3,8	0,39	198
	ЭХД	4,5	0,36	320
	УП-610 + Э-181	5,4	0,42	336
	УП-610	5,2	0,41	347
Включение	БЩ-стекло	76,2	0,22	—
	Медь	125	0,28	—
	Железо	217	0,27	—

Отсюда параметр h/R , характеризующий микро-структуру композита, может быть выражен через концентрацию волокон в виде

$$\frac{h}{R} = \sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3} v_b}} - 1. \quad (1)$$

Максимально возможное значение концентрации волокон в данной модели будет при $\frac{h}{R} \rightarrow 0$, что

соответствует $v_b \rightarrow \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \approx 0,9$. Минимальное зна-

чение при $\frac{h}{R} \rightarrow \infty$, откуда $v_b \rightarrow 0$. Такой диапазон изменения параметра $\frac{h}{R}$ формально соответствует границам применимости метода расчета предельных прочностных свойств рассматриваемых композитов. Однако при высоком объемном содержании волокон встает проблема их качественной пропитки связующим. Даже при использовании специальных методов пропитки, например под вакуумом и давлением, не удастся добиться полного устранения пустот-макропор. Это приводит к снижению прочностных свойств композитных материалов [1; 2; 6].

Поэтому при близких к нулю значениях параметра $\frac{h}{R}$ возможно расхождение модельных расчетных значений с реальными прочностными характеристиками рассматриваемых волокнистых композитов. По этой причине численное моделирование в дальнейшем будет проводиться при $\frac{h}{R} > 0,3$.

Поскольку используемый в работе метод прогнозирования предельных прочностных свойств матричных композитов опирается на понятие оператора концентрации напряжений, остановимся подробнее на выводе соотношения для его вычисления в обобщенном сингулярном приближении теории случайных полей.

Для композитных материалов тензор напряжений σ является случайной функцией координат $\mathbf{r}$ и может быть представлен в виде суммы среднего значения и флуктуаций (для удобства в дальнейшем, если это возможно, индексы в записи компонент тензоров и элементов матриц будут опускаться):

$$\sigma(\mathbf{r}) = \langle \sigma(\mathbf{r}) \rangle + \sigma'(\mathbf{r}).$$

Угловые скобки $\langle \rangle$ здесь и далее определяют процедуру усреднения по ансамблю, которое для статистически однородных композитов, т.е. при выполнении гипотезы эргодичности, совпадает с усреднением по объему. Отметим, что для некоторой случайной величины $a(\mathbf{r})$ и композита, содержащего изотропные включения и матрицу, операция усреднения сводится к суммированию [2; 3; 8]:

$$\langle a(\mathbf{r}) \rangle = v_b a_b + v_m a_m. \quad (2)$$

В рамках линейной теории флуктуации линейно зависят от средних значений:

$$\sigma'(\mathbf{r}) = P(\mathbf{r}) + \langle \sigma(\mathbf{r}) \rangle.$$

Здесь $P(\mathbf{r})$ является интегральным оператором, описывающим взаимодействие между включениями. Тогда связь между локальными и средними напряжениями в материале может быть представлена в виде

$$\sigma(\mathbf{r}) = (I + P(\mathbf{r})) \langle \sigma(\mathbf{r}) \rangle,$$

где I – единичный тензор четвертого ранга. Это приводит к тому, что локальные напряжения можно охарактеризовать безразмерным оператором концентрации напряжений (тензор четвертого ранга) $K^\sigma(\mathbf{r}) = I + P(\mathbf{r})$ [2], связывающим локальные значения тензора напряжений $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$ с внешними (средними) по материалу напряжениями $\langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r}) = K_{ijkl}^\sigma(\mathbf{r}) \langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3. \quad (3)$$

Удобство подхода, связанного с оценкой локального напряженно-деформированного состояния неоднородной среды при помощи оператора $K^\sigma(\mathbf{r})$, заключается в том, что исключается информация о виде внешнего механического воздействия, поскольку $K^\sigma(\mathbf{r})$ может зависеть только от материальных параметров среды и микроструктуры материала [2; 7; 9–13].

Для проведения корректного анализа локальной концентрации напряжений в композите, позволяющего учитывать состав, структуру материала, форму, объемное содержание и взаимодействие включений, необходимо решать уравнения равновесия упругой неоднородной среды. Однако в общем случае получить соотношение для численных расчетов $K^\sigma(\mathbf{r})$ не удастся. Поэтому для его вычисления используются различные приближения. Одним из таких приближений, учитывающих перечисленные выше факторы, является обобщенное сингулярное приближение теории случайных полей [2; 8]. В его рамках используется только сингулярная составляющая тензора Грина уравнений равновесия, зависящая лишь от дельта-функции Дирака, а также вводится однородное тело сравнения, материальные константы которого входят в окончательное выражение для вычисления $K^\sigma(\mathbf{r})$. Физический смысл обобщенного сингулярного приближения заключается в предположении однородности полей напряжений и деформаций в пределах включения. В этом случае выражение для $K^\sigma(\mathbf{r})$ имеет вид [2; 7; 11–13]

$$K^\sigma(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r})(I - g(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \times \\ \times \langle c(\mathbf{r})(I - g(\mathbf{r})c''(\mathbf{r}))^{-1} \rangle^{-1}, \quad (4)$$

где $c(\mathbf{r})$ – тензор модулей упругости, двойным штрихом определяется разность между величинами

неоднородной среды и однородного тела сравнения, характеристики которого далее обозначаются верхним индексом “с”:

$$c''(\mathbf{r}) = c(\mathbf{r}) - c^c;$$

$g(\mathbf{r})$ – интеграл от сингулярной составляющей второй производной тензора Грина уравнений равновесия, являющийся тензором четвертого ранга. Для вычисления компонент g_{ijkl} тензора $g(\mathbf{r})$ необходимо вначале осуществить расчеты компонент a_{ijkl} тензора четвертого ранга A , а затем в a_{ijkl} по двум парам индексов i, j и k, l – провести операцию симметризации [8]. Компоненты a_{ijkl} тензора A вычисляются с помощью соотношения

$$a_{ijkl} = -\frac{1}{4\pi} \int n_k n_j t_{il}^{-1} d\Omega, \quad (5)$$

где $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$ – элемент телесного угла в сферической системе координат, t_{il}^{-1} – элементы матрицы, обратной матрице T с элементами $t_{il} = c_{ijkl} n_k n_j$, а n_k и n_j ($k, j = 1, 2, 3$) – компоненты вектора внешней нормали к поверхности включения.

Для включения эллипсоидальной формы с главными полуосями l_1, l_2 и l_3 компоненты вектора нормали определяются соотношениями

$$n_1 = \frac{1}{l_1} \sin \theta \cos \varphi, \\ n_2 = \frac{1}{l_2} \sin \theta \sin \varphi, \quad n_3 = \frac{1}{l_3} \cos \theta.$$

При рассмотрении включений в форме волокон с главными полуосями $l_1 = l_2 = R, l_3 \rightarrow \infty$ для компонент вектора нормали будут выполняться соотношения

$$n_1 = \frac{1}{R} \sin \theta \cos \varphi, \\ n_2 = \frac{1}{R} \sin \theta \sin \varphi, \quad n_3 \rightarrow 0.$$

Как указывалось, соотношение (4) для оператора концентрации напряжений зависит только от материальных параметров среды и микроструктуры материала. Поэтому, зная характер внешнего воздействия $\langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$ на композитный материал, можно, опираясь на определение (3) для $K^o(\mathbf{r})$, судить о виде и величине локального (внутреннего) напряжения $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$. Необходимо еще раз подчеркнуть, что возникающие напряжения $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$, как в матрице, так и во включениях, будут и по виду, и по величине отличаться от приложенного воздействия $\langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$ [2; 7; 11–13].

Рассмотрим далее модельные двухкомпонентные однонаправленно армированные композиты с изотропными компонентами (рис. 1). Упругопрочностные свойства компонентов (при сжатии) для указанных материалов представлены в таблице 1.

Тогда в формуле (4) при расчетах в волокнах следует положить $c(\mathbf{r}) = c_B, g(\mathbf{r}) = g_B, c''(\mathbf{r}) = c_B - c^c$. А при расчетах в матрице: $c(\mathbf{r}) = c_M, g(\mathbf{r}) = g_M, c''(\mathbf{r}) = c_M - c^c$. Отсюда, с учетом (2), соотношения для оператора $K^o(\mathbf{r})$ в волокнах и в матрице примут следующий вид:

$$K_B^o = c_B (I - g_B (c_B - c^c))^{-1} \times \\ \times (v_B c_B (I - g_B (c_B - c^c))^{-1} + \\ + v_M c_M (I - g_M (c_M - c^c))^{-1})^{-1}, \quad (6)$$

$$K_M^o = c_M (I - g_M (c_M - c^c))^{-1} \times \\ \times (v_B c_B (I - g_B (c_B - c^c))^{-1} + \\ + v_M c_M (I - g_M (c_M - c^c))^{-1})^{-1}. \quad (7)$$

Для проведения модельных расчетов при операциях над тензорами в работе использовалась их матричная форма записи [8]. При этом ненулевые элементы c_{ij} ($i, j = 1, \dots, 6$) матрицы тензора с модулей упругости для изотропного материала выражаются через модуль Юнга E и коэффициент Пуассона ν следующим образом:

$$c_{11} = c_{22} = c_{33} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)},$$

$$c_{44} = c_{55} = c_{66} = \frac{E}{2(1+\nu)},$$

$$c_{12} = c_{21} = c_{13} = c_{31} = c_{23} = c_{32} = \\ = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}.$$

При вычислении упругих характеристик однородного тела сравнения (для каждого из варьируемых значений параметра h/R) использовался метод самосогласования [2; 8]. С этой целью в работе была организована итерационная процедура, в которой в качестве параметров c^c тела сравнения брали значения тензора модулей упругости (в матричной форме записи), полученные на предыдущем шаге итерации. В качестве начальных значений параметров тела сравнения брали упругие характеристики, полученные в приближении Хилла, т.е. среднего арифметического значений, полученных в приближениях Ройсса $c_{\text{Reuss}} = (v_B (c_B)^{-1} + v_M (c_M)^{-1})^{-1}$ и Фойгта $c_{\text{Voight}} =$

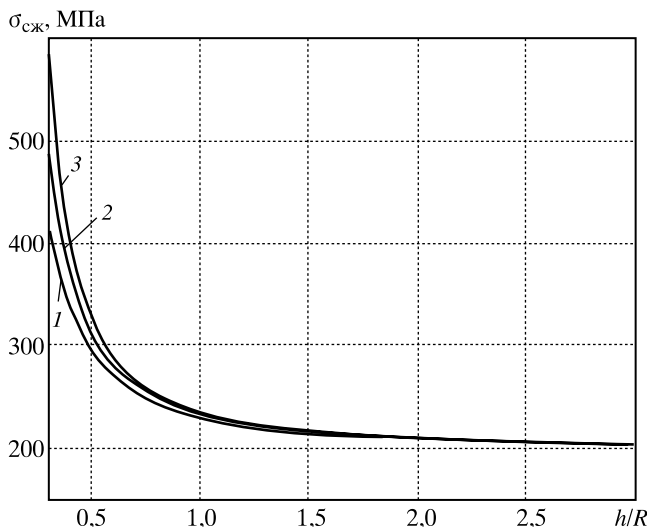


Рис. 2. Результаты численного моделирования предельного разрушающего напряжения при сжатии для композитов на основе связующего ЭД-20 с волокнами БШ-стекла (кривая 1), меди (кривая 2), железа (кривая 3)

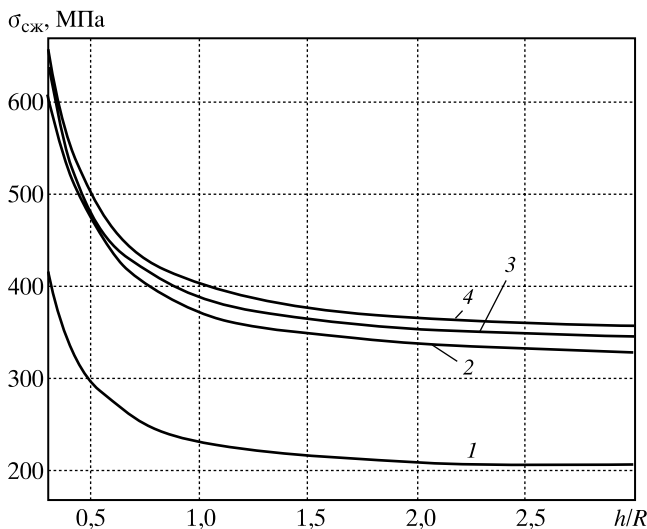


Рис. 3. Результаты численного моделирования предельного разрушающего напряжения при сжатии для композитов с волокнами БШ-стекла на основе связующих ЭД-20 (кривая 1), ЭХД (кривая 2), УП-610 + Э-181 (кривая 3), УП-610 (кривая 4)

$= v_b c_b + v_m c_m$ [10]. Выход из итерационной процедуры осуществлялся, когда максимальная разница между модулями c^c составляла менее 0,01.

Кроме того, в формулах (6) и (7) при вычислениях по соотношению (5) компонент тензора g_b полагали $l_1 = l_2 = R = 1$, $l_3 \rightarrow \infty$, а при вычислениях компонент тензора g_m — $l_1 = l_2 = l_3 = 1$.

Численное моделирование зависимости пределов прочности волокнистых композитных материалов от изменения параметра микроструктуры $\frac{h}{R}$

(1) проводилось при сжатии только в направлении оси x лабораторной системы координат. Отметим, что для композитов рассматриваемой структуры моделирование сжимающего воздействия в любом из направлений, перпендикулярных к оси z , равносильно данному случаю.

Пусть внешнее воздействие $\langle \sigma_{kl}(\mathbf{r}) \rangle$ задается в лабораторной системе координат $Oxyz$ (3×3) -матрицей с единственным ненулевым элементом $\sigma_{11} = A$. Вычислительная процедура была организована следующим образом. Вначале для модельного композита фиксировалось какое-либо значение параметра микроструктуры $\frac{h}{R}$. Затем по формуле (7)

вычислялся оператор K_m^σ . Далее задавалось определенное положительное значение A . Затем, опираясь на определение (3) оператора концентрации напряжений, вычислялись элементы σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) матрицы тензора напряжений (в связующем). После этого происходило сравнение значений вычисленного элемента σ_{11} с величиной σ_m предела прочности при сжатии (см. табл. 1). Если $\sigma_{11} < \sigma_m$, то значение A увеличивалось на 1 МПа и вычисление элементов σ_{ij} матрицы тензора напряжений в связующем повторялось заново. Вычислительная процедура в каждом из случаев останавливалась сразу при выполнении условия $\sigma_{11} \geq \sigma_m$, а последнее значение A принималось в качестве предела прочности при сжатии всего композита в направлении, перпендикулярном волокнам. Затем фиксировалось новое значение параметра микроструктуры $\frac{h}{R}$, и вычисление предела прочности для модельного композита повторялось заново.

На рисунке 2 представлены результаты численного моделирования пределов прочности $\sigma_{сж}$ модельных однонаправленно армированных композитов на основе связующего ЭД-20 для указанного выше режима нагружения от изменения параметра $\frac{h}{R}$. В качестве наполнителя рассматривались волокна из БШ-стекла, меди и железа (см. табл. 1).

На рисунке 3 представлены результаты численного моделирования пределов прочности $\sigma_{сж}$ модельных однонаправленно армированных композитов с волокнами БШ-стекла для указанного выше режима нагружения от изменения параметра $\frac{h}{R}$. В качестве матрицы рассматривались эпоксидные связующие (см. табл. 1) ЭД-20, ЭХД, УП-610 + Э-181 и УП-610.

На основании проведенных исследований и расчетов можно заключить следующее.

1. В рассматриваемых волокнистых композитах зависимости $\sigma_{сж}$ от параметра микроструктуры $\frac{h}{R}$ имеют монотонный и нелинейный характер; при $0,3 < \frac{h}{R} < 2$ эта нелинейность проявляется наиболее существенно.

2. На средних расстояниях между волокнами $\frac{h}{R} > 2$ происходит стабилизация значений $\sigma_{сж}$.

3. С увеличением $\frac{h}{R}$ происходит уменьшение значений $\sigma_{сж}$ предельного разрушающего напряжения композитов вплоть до значений σ_m предела прочности матрицы (см. табл. 1).

4. На средних расстояниях между волокнами $\frac{h}{R} < 0,5$ величина предельного разрушающего напряжения $\sigma_{сж}$ наиболее чувствительна к изменению их объемного содержания.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ 13-08-00672-а, 13-08-00732-а, 14-08-00654-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трофимов Н.Н., Канович М.З., Карташов Э.М., Натрусов В.И., Пономаренко А.Т., Шевченко В.Г., Соколов В.И., Симонов-Емельянов И.Д. 2005. *Физика композиционных материалов*. (В 2-х томах). М., Мир, (т. 1): 456 с.; (т. 2): 344 с.
2. Сычев А.П., Бардушкин В.В. 2013. *Микромеханика трибокомпозитов (Напряженно-деформированное состояние, износ и разрушение)*. Саарбрюккен, LAP (Lambert Academic Publishing): 180 с.
3. Buryachenko V.A. 2007. *Micromechanics of heterogeneous materials*. Berlin, Springer-Verlag: 686 p.
4. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Булах И.И., Сычев А.П., Яковлев В.Б. 2006. О методе моделирования текстурообразования в поликристаллах при различных внешних напряжениях. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества (ЧЭС)*. (2): 33–36.
5. Колесников В.И., Чекакина И.И., Бардушкин В.В., Сычев А.П., Яковлев В.Б. 2008. Энергетический подход при моделировании формирования текстуры в поликристаллах под влиянием внешних напряжений. *Вестник Южного научного центра*. 4(3): 3–8.
6. Березин А.В., Козинкина А.И. 1999. Особенности диагностики повреждений и оценки прочности композитов. *Механика композиционных материалов и конструкций*. 5(1): 99–120.
7. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Яковлев В.Б., Сычев А.П., Кириллов Д.А., Сорокин А.И. 2014. О методе прогнозирования предельных прочностных характеристик матричных композитов, основанном на использовании оператора концентрации напряжений. *Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества (ЧЭС)*. (1): 45–51.
8. Шермергор Т.Д. 1977. *Теория упругости микронегоднородных сред*. М., Наука: 399 с.
9. Победря Б.Е., Горбачев В.И. 1984. Концентрация напряжений и деформаций в композитах. *Механика композиционных материалов*. (2): 207–214.
10. Маслов Б.П. 1987. Концентрация напряжений в изотропной матрице, армированной анизотропными включениями. *Прикладная механика*. 23(10): 73–79.
11. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Сычев А.П., Яковлев В.Б. 2005. Влияние микроструктуры на локальные значения напряжений и деформаций в волокнистом композите. *Вестник машиностроения*. (8): 35–38.
12. Колесников В.И., Бардушкин В.В., Лапицкий А.В., Сычев А.П., Сычев А.А., Яковлев В.Б. 2011. Локальные физико-механические характеристики антифрикционных композитов для тяжело нагруженных узлов трения. *Трение и смазка в машинах и механизмах*. (10): 3–7.
13. Бардушкин В.В., Колесников В.И., Лапицкий А.В., Сычев А.П., Яковлев В.Б. 2012. Объемная плотность энергии деформации в волокнистых композитах на основе связующих с высоким содержанием эпоксидных групп. *Вестник машиностроения*. (10): 28–32.
14. Лапицкий В.А., Крицук А.А. 1986. *Физико-механические свойства эпоксидных полимеров и стеклопластиков*. Киев, Наукова думка: 92 с.
15. Гутников С.И., Лазорьяк Б.И., Селезнев А.Н. 2010. *Стекланные волокна*. М., изд-во МГУ: 53 с.
16. *Физические величины: справочник*. 1991. Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М., Энергоатомиздат: 1232 с.

MODELING OF ULTIMATE STRENGTH CHARACTERISTICS OF THE FIBROUS MATRIX COMPOSITES USING AN OPERATOR OF STRESS CONCENTRATION

V.V. Bardushkin, V.B. Yakovlev, A.P. Sychev, D.A. Kirillov, A.I. Sorokin

Numerical modeling of ultimate strength characteristics when compressing two-component unidirectionally reinforced fibrous composites in perpendicular direction to the fibers has been carried out during the studies. The fragile destruction of composites on an epoxy matrix (bindings: ED-20, EHD, UP-610 and its modification) with E-glass, copper, and iron fibers is considered. The original method of forecasting the ultimate strength characteristics in matrix composites is used in modeling. According the method, the enclosed to composite compressive unidirectional load becomes destroying only in case, when the matrix internal tension exceeds the matrix durability limit. The specified method is based on generalized singular approximation of the random field theory and information about the matrix strength properties. The modeling basis is a concept of the operator of stress concentration (a fourth-order tensor), which connects local (internal) values of stress tensor with external (average) by material stresses. The conclusion about the ratio for calculating the operator of stress concentration within generalized singular approximation is given. By means of introduction of dimensionless microstructure parameter, which connects the average distance between fibers with their volume contents in a material, the theoretical analysis of dependences of model composites durability limit on the composition and concentration of components is carried out.

Key words: matrix composites, inclusions, matrix, operator of stress concentration, mechanical strength, modeling.

REFERENCES

1. Trofimov N.N., Kanovich M.Z., Kartashov Je.M., Natrusov V.I., Ponomarenko A.T., Shevchenko V.G., Sokolov V.I., Simonov-Emel'janov I.D. 2005. *Fizika kompozicionnyh materialov*. [Physics of composite materials]. In 2 volumes. M., "Mir", vol. 1: 456 p.; vol. 2: 344 p. (In Russian).
2. Sychev A.P., Bardushkin V.V. 2013. *Mikromehanika tribokompozitov (Naprijazhenno-deformirovannoe sostojanie, iznos i razrushenie)*. [Micromechanics of tribological composites (Stress-strain state, wear and destruction)]. Saarbrücken, LAP (Lambert Academic Publishing): 180 p. (In Russian).
3. Buryachenko V.A. 2007. *Micromechanics of heterogeneous materials*. Berlin, Springer-Verlag: 686 p. (In English).
4. Kolesnikov V.I., Bardushkin V.V., Bulakh I.I., Sychev A.P., Yakovlev V.B. 2006. [About a method of texture formation in polycrystals under external mechanical loadings]. *Jekologicheskij vestnik nauchnyh centrov Chernomorskogo jekonomicheskogo sotrudnichestva*. (2): 33–36. (In Russian).
5. Kolesnikov V.I., Chekasina I.I., Bardushkin V.V., Sychev A.P., Yakovlev V.B. 2008. [Energetical approach for modelling of polycrystal texture formation under external mechanical loadings]. *Vestnik Yuzhnogo Nauchnogo Tsentra*. 4(3): 3–8. (In Russian).
6. Berezin A.V., Kozinkina A.I. 1999. [Features of damages diagnostics and assessment of composites strength]. *Mehanika kompozitnyh materialov i konstrukcij*. 5(1): 99–120. (In Russian).
7. Kolesnikov V.I., Bardushkin V.V., Yakovlev V.B., Sychev A.P., Kirillov D.A., Sorokin A.I. 2014. [About a method of predicting of ultimate strength characteristics of the matrix composites, based on use of the operator of stresses concentration]. *Jekologicheskij vestnik nauchnyh centrov Chernomorskogo jekonomicheskogo sotrudnichestva*. (1): 45–51. (In Russian).
8. Shermegor T.D. 1977. *Teoriya uprugosti mikroneodnorodnykh sred*. [Micromechanics of inhomogeneous medium]. M., "Nauka": 399 p. (In Russian).
9. Pobedra B.E., Gorbachev V.I. 1984. [Concentration of stresses and deformations in the composites]. *Mehanika kompozitnyh materialov*. (2): 207–214. (In Russian).
10. Maslov B.P. 1987. [Concentration of stresses in an isotropic matrix reinforced anisotropic inclusions]. *Prikladnaja mehanika*. 23(10): 73–79. (In Russian).
11. Kolesnikov V.I., Bardushkin V.V., Sychev A.P., Yakovlev V.B. 2005. [Influence of the microstructure on local values of stresses and strains in fibrous composite]. *Vestnik mashinostroenija*. (8): 35–38. (In Russian).
12. Kolesnikov V.I., Bardushkin V.V., Lapickii A.V., Sychev A.P., Sychev A.A., Yakovlev V.B. 2011. [Local physical and mechanical characteristics of antifriction composites for hard-loaded friction knots]. *Trenie i smazka v mashinah i mehanizmah*. (10): 3–7. (In Russian).
13. Bardushkin V.V., Kolesnikov I.V., Lapickii A.V., Sychev A.P., Yakovlev V.B. 2012. [Strain energy density in fiber composites based on high-epoxy binders]. *Vestnik mashinostroenija*. (10): 28–32. (In Russian).
14. Lapickii V.A., Kricuk A.A. 1986. *Fiziko-mehaničeskie svojstva jepoksidnyh polimerov i stekloplastikov*. [Physical and mechanical properties of the epoxy polymers and fiberglasses]. Kiev, "Naukova dumka": 92 p. (In Russian).
15. Gutnikov S.I., Lazorjak B.I., Seleznev A.N. 2010. *Stekljannye volokna*. [Glass fibers]. M., Moscow State University Publishers: 53 p. (In Russian).
16. *Fizicheskie velichiny: spravochnik*. [Physical quantities: a handbook]. 1991. (Eds. I.S. Grigor'ev, E.Z. Meilikhov). M., "Energoatomizdat": 1232 p. (In Russian).