

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЛИТОСФЕРНЫХ ПЛИТ С РАЗЛОМАМИ НА ТЕРРИТОРИИ КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ

© 2011 г. А.Г. Федоренко¹

Целью работы является создание математического аппарата, специально предназначенного для сейсмических исследований. В работе исследована и доказана возможность применения дифференциального метода факторизации для изучения напряженно-деформированного состояния пространственных горизонтально ориентированных блочных структур, состоящих из блоков сложной формы. Разработан алгоритм моделирования с помощью метода блочного элемента территорий, имеющих разломы. Разработаны методы расчета напряженно-деформированного состояния сред территорий с разломами, основанные на применении различных вариантов моделей литосферных плит и метода блочного элемента, позволяющих в условиях ограниченного количества геофизических данных получать конкретные результаты о состоянии литосферных плит. Проведен комплекс исследований и вычислений для территории Краснодарского края с учетом всех разломов по построению математической модели расчета напряженно-деформированного состояния литосферных плит и оценки зон концентрации напряжений.

Ключевые слова: система дифференциальных уравнений в частных производных, краевая задача, блочная структура, дифференциальный метод факторизации, разломы, напряжения.

Прогноз нарастания сейсмичности в сейсмоопасных зонах является актуальной проблемой для территорий Кавказа. Краснодарский край, как известно, является зоной повышенной сейсмичности. Его территорию пересекают множество линий тектонических разломов. В частности, через территорию города Сочи с возводимыми там олимпийскими объектами проходит несколько линий разломов, а, как известно из практики, именно зоны разломов являются очагами землетрясений. Поэтому, имея возможность в реальном масштабе времени наблюдать за концентрацией напряжений литосферных плит региона, можно прогнозировать такие события. Этому и посвящена данная работа.

Итак, целью работы является создание математического аппарата, специально предназначенного для сейсмических исследований. Более подробно развиваемый подход описан в работах [1–3], здесь приводится вычислительная часть работы.

Относительная средняя толщина коры Земли к ее диаметру составляет доли процента. Это позволяет в качестве моделей литосферных плит приближенно принять модели разнотипных мембран, контактирующих по разломам, находящихся под действием нормальных сил, действующих сверху и снизу (рис. 1). В процессе этих воздействий возникают

касательные силы натяжения, характеризующие напряжения в срединной плоскости литосферной плиты. Таким образом, уравнение, моделирующее литосферную плиту в этом приближении, принимает вид

$$\partial_{tt} w_k = A_k^2 \Delta w_k + g_k(x, y, t), \quad \Delta = (\partial_{xx} + \partial_{yy}),$$

$$A_k = \sqrt{\frac{T_k}{\rho_k}}, \quad g_k(x, y, t) = \frac{p_k(x, y, t)}{\rho_k}. \quad (1)$$

Здесь w_k – вертикальное движение мембраны под номером k ; T_k – сила натяжения мембраны в сечении, ρ_k – плотность материала мембраны, $p_k(x, y, t)$ – поперечные внешние силы, действующие на мембрану. Граничные условия предполагают отсутствие жесткого закрепления краев мембраны, т.е. допускаются их наклоны, в случае контактов – сопряжение перемещений и наклонов; на границах разломов – условия, диктуемые типом разлома. Граничное условие на неконтактирующей границе может иметь одно из представлений

$$w_k = f_{1k}(\gamma), \quad \frac{\partial w_k}{\partial n} = f_{2k}(\gamma),$$

$$\frac{\partial w_k}{\partial n} + \sigma_k w_k = f_{3k}(\gamma), \quad (2)$$

γ – граница мембраны, n – нормаль к границе.

¹ Южный научный центр Российской академии наук, 344006, пр. Чехова, 41; e-mail: afedorenko@nm.ru

В случае статической задачи или установившихся гармонических колебаний граничная задача сводится к уравнению Гельмгольца

$$\Delta w + \theta_0^2 w + g_0(x, y) = 0.$$

С помощью этой модели оказывается возможным измерение параметров напряжений, лежащих в касательной плоскости блоков.

Для построения математической модели напряженно-деформированного состояния территории Краснодарского края исследуемая область условно была разбита на блоки. Границы блоков образованы линиями разломов литосферных плит Краснодарского края. Координаты разломов были получены с помощью геоинформационной системы ArcView GIS 3. По точкам (координаты концов разломов) строились уравнения прямых линий разломов. Всего получилось 46 уравнений прямых, они образовали 16 блоков (рис. 2).

ПОСТРОЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ РАЗЛОМОВ

На следующем этапе работы были построены формулы перехода от одной локальной системы координат к другой. Формулы перехода вычислялись



Рис. 1. Мембранная модель литосферной плиты

для каждой пары прямых, образующих блок, следующим образом.

На блоке m взяты две системы координат 1 и 2 (рис. 3). Построены формулы перехода прямые и обратные. Для этого использовались традиционные векторные преобразования

$$\vec{r}_2 = \vec{r} - \overrightarrow{oo}_2,$$

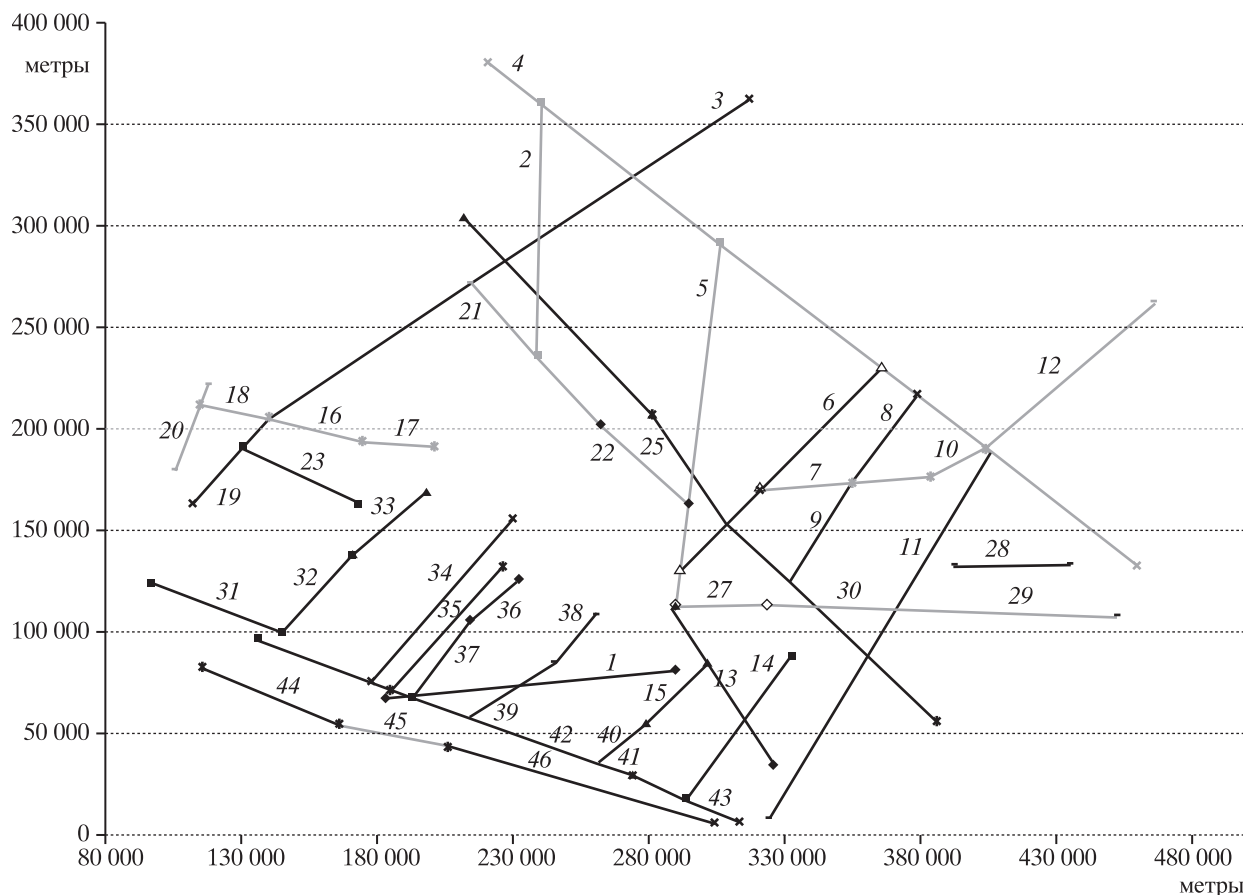


Рис. 2. Линии разломов и точки их пересечений на координатной плоскости

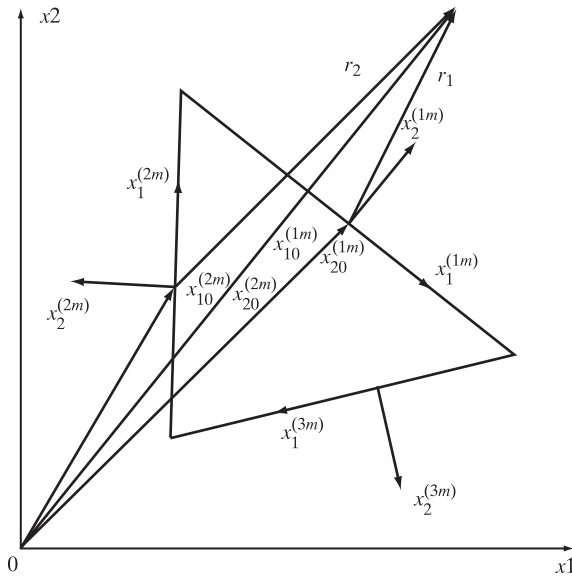


Рис. 3. Схема построения формул перехода от одной локальной системы координат к другой

$$x_1^{2m} \vec{e}_1 + x_2^{2m} \vec{e}_2 = x_1^m \vec{e}_1 + x_2^m \vec{e}_2 - x_{10}^{2m} \vec{e}_1 - x_{20}^{2m} \vec{e}_2;$$

$$\vec{r}_1 = \vec{r} - \vec{OO}_1,$$

$$x_1^{1m} \vec{e}_1 + x_2^{1m} \vec{e}_2 = x_1^m \vec{e}_1 + x_2^m \vec{e}_2 - x_{10}^{1m} \vec{e}_1 - x_{20}^{1m} \vec{e}_2,$$

которые дают соотношения

$$X^{2m} = [B_m^{12}]^{-1} X^{1m} + A_2^{-1} (X_0^{1m} - X_0^{2m}),$$

$$X^{1m} = [B_m^{21}]^{-1} X^{2m} + A_1^{-1} (X_0^{2m} - X_0^{1m}),$$

$$B_m^{21} X^{1m} = X^{2m} + B_m^{21} A_2^{-1} (X_0^{2m} - X_0^{1m}),$$

$$X^{2m} = B_m^{21} X^{1m} + B_m^{21} A_1^{-1} (X_0^{1m} - X_0^{2m}),$$

$$X^{2m} = [B_m^{12}]^{-1} X^{1m} + A_2^{-1} (X_0^{1m} - X_0^{2m}),$$

$$B_m^{21} A_2^{-1} = A_2^{-1} A_1 A_1^{-1};$$

$$X = A_1 X^{1m} + X_0^{1m}, \quad X = A_2 X^{2m} + X_0^{2m},$$

$$A_2 X^{2m} + X_0^{2m} = A_1 X^{1m} + X_0^{1m},$$

$$X^{2m} = A_2^{-1} A_1 X^{1m} + A_2^{-1} (X_0^{1m} - X_0^{2m}),$$

$$X^{1m} = A_1^{-1} A_2 X^{2m} + A_1^{-1} (X_0^{2m} - X_0^{1m}),$$

$$B_m^{21} = A_2^{-1} A_1, \quad B_m^{12} = A_1^{-1} A_2.$$

ПОСТРОЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ

В соответствии с дифференциальным методом факторизации, изложенным в [4–6], после того как вычислены все матрицы B_m^{st} , для всех локальных систем координат берутся, как сказано выше, дифференциальные уравнения в виде

$$A_{11} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + A_{22} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + A \varphi = 0.$$

Они отвечают нашей модели литосферной плиты. Заметим, что уравнения приняты в анизотропной, более общей форме. Переходя к новым координатам, имеем

$$x_1^{(2)} = c_1 x + c_2 y + c_3, \quad x_2^{(2)} = c_4 x + c_5 y + c_6,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1^{(2)}} \frac{\partial x_1^{(2)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial x_2^{(2)}} \frac{\partial x_2^{(2)}}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_1^{(2)}} c_1 + \frac{\partial \varphi}{\partial x_2^{(2)}} c_4,$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x_1^{(2)}} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1^{(2)}} c_1 + \frac{\partial \varphi}{\partial x_2^{(2)}} c_4 \right) \frac{\partial x_1^{(2)}}{\partial x} +$$

$$+ \frac{\partial \varphi}{\partial x_2^{(2)}} = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_1^{(2)}} c_1 + \frac{\partial \varphi}{\partial x_2^{(2)}} c_4 \right) \frac{\partial x_2^{(2)}}{\partial x} =$$

$$= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^{(2)} \partial x_2^{(2)}} c_1^2 + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^{(2)} \partial x_2^{(2)}} c_1 c_4 + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^{(2)} \partial x_1^{(2)}} c_4^2,$$

$$Q(\partial x_1, \partial x_2) = A_{11} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^{(2)}} c_1^2 + \right.$$

$$+ 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^{(2)} \partial x_2^{(2)}} c_1 c_4 + \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^{(2)} \partial x_1^{(2)}} c_4^2 \right) +$$

$$+ A_{11} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^{(2)}} c_3^2 + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^{(2)} \partial x_2^{(2)}} c_3 c_5 + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^{(2)} \partial x_1^{(2)}} c_5^2 \right) + A \varphi = 0.$$

Получили выражения для уравнений в каждой локальной системе координат (c_n – это коэффициенты при x_1^m, x_2^m в формуле перехода).

Далее преобразованием Фурье

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_n^{(k)}} \rightarrow -i \alpha_n^{(k)}, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_n^{(k)}} \rightarrow -\alpha_n^{2(k)}, \quad \varphi_r \rightarrow \Phi_r,$$

получаем для каждого уравнения соотношения

$$(A_{11}(-\alpha_1^2 c_1^2 - 2\alpha_1 \alpha_2 c_1 c_4 - \alpha_2^2 c_4^2) +$$

$$+ A_{22}(-\alpha_1^2 c_2^2 - 2\alpha_1 \alpha_2 c_2 c_5 - \alpha_2^2 c_5^2) + A) \Phi = 0.$$

Они являются коэффициентами характеристических уравнений.

КОРНИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Корни коэффициентов характеристических уравнений строятся путем определения α_2 через α_1 и остальные параметры, как представлено далее:

$$\alpha_2 = -\frac{\alpha_1(A_{11}c_1c_4 + A_{22}c_2c_5)}{2(A_{11}c_4^2 + A_{22}c_5^2)} \pm \frac{2\sqrt{2\alpha_1^2(A_{11}c_1c_4A_{22}c_2c_5 - A_{11}c_4^2A_{22}c_2^2 - A_{22}c_5^2A_{11}c_1^2) + A_{22}c_5^2A + A_{11}c_4^2A}}{2(A_{11}c_4^2 + A_{22}c_5^2)}.$$

Дальнейшие преобразования включают переход к новой системе координат.

Перегруппировав члены в $Q(\partial x_1, \partial x_2)$ и обозначив

$$C_1 = (A_{11}c_1^2 + A_{22}c_2^2), \quad C_2 = 2(A_{11}c_1c_4 + A_{22}c_2c_5),$$

$$C_3 = (A_{11}c_4^2 + A_{22}c_5^2),$$

имеем уравнение в новой системе координат в виде

$$\begin{aligned} x_1^{(1)}, x_2^{(1)} &\equiv x_1, x_2, \quad \varphi_1 = \varphi, \\ \alpha_1^{(1)} &= \alpha_1, \quad \alpha_2^{(1)} = \alpha_2, \\ K_{10}(\partial x_1, \partial x_2) &= C_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x_1^2} + C_2 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x_1 \partial x_2} + \\ &+ C_3 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x_2^2} + A\varphi_1 = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Подстановкой (преобразование Фурье)

$$\frac{\partial}{\partial x_1} = -i\alpha_1, \quad \frac{\partial}{\partial x_2} = -i\alpha_2, \quad \varphi \rightarrow \Phi(\alpha_1, \alpha_2)$$

оно преобразуется к виду

$$\begin{aligned} [-C_1\alpha_1^2 - C_2\alpha_1\alpha_2 - C_3\alpha_2^2 + A]\Phi_1 &\equiv \\ &\equiv K_{10}(-i\alpha_1, -i\alpha_2)\Phi_1. \end{aligned}$$

Положив

$$K_{10}(-i\alpha_1, -i\alpha_2) = -K_1(i\alpha_1, i\alpha_2),$$

получаем

$$K_{10}(-i\alpha_1, -i\alpha_2) = C_1\alpha_1^2 + C_2\alpha_1\alpha_2 + C_3\alpha_2^2 - A.$$

Этот процесс выполнен для всех блоков и разломов Краснодарского края.

ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМА СОПРЯЖЕНИЯ ЛИТОСФЕРНЫХ ПЛИТ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Алгоритм сопряжения блоков блочной структуры установлен в работах [6, 7], а для частного случая изотропной среды приведен в работе [3]. Приведем соответствующие данные, опираясь на указанные работы.

В указанных работах доказано, что граничные условия в соответствии с алгоритмом применения

дифференциального метода факторизации в случаях неконтактирующих границ применяются в соответствии с правилами, оговоренными в [6]. Удовлетворение граничных условий осуществляется по следующей схеме. Вначале граничные условия на неконтактирующей границе для каждого отдельного блока вносятся в соответствующие векторы внешних форм функциональных уравнений.

При контакте блоков на общих границах соседних блоков выполняются условия сопряжения, которые могут в зависимости от свойств описываемых полей включать некоторые соотношения для решений и их производных. В простейшем случае это равенство на общей границе решений и их производных при переходе из одного блока в соседний. Эти соотношения должны быть внесены в соответствующие векторы внешних форм функциональных уравнений, предварительно разрешенных относительно неизвестных на границе производных по нормали. В результате получают псевдодифференциальные уравнения, обеспечивающие выполнение необходимых граничных условий.

Следуя этому подходу, рассмотрим блок, образованный пересечением трех линий разломов abc . На сторонах треугольника вводятся правые локальные системы координат, следующие по часовой стрелке (рис. 4).

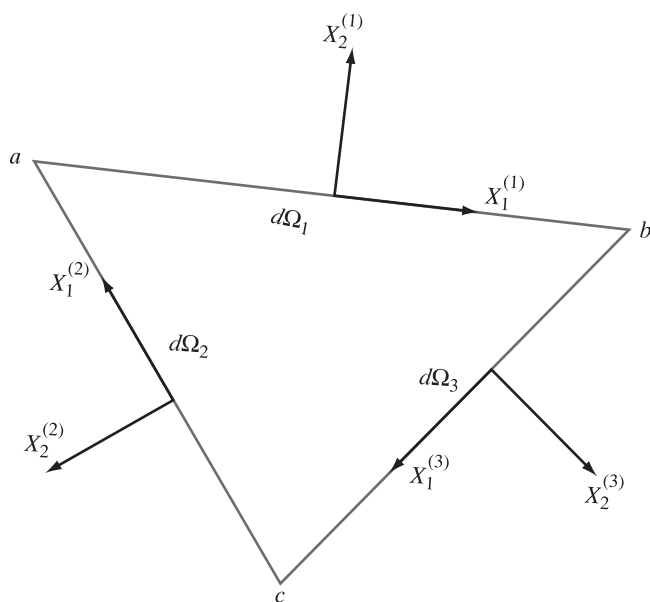


Рис. 4. Блок m с правыми локальными системами координат

Запишем функциональные уравнения блоков в виде

$$K_1 \Phi_1 = \int_{\partial \Omega_1} P_1 dx_1^{(1)} + \int_{\partial \Omega_2} P_2 dx_1^{(2)} + \int_{\partial \Omega_3} P_3 dx_1^{(3)}, \quad (4)$$

где $P_1 dx_1^{(1)}, P_2 dx_1^{(2)}, P_3 dx_1^{(3)}$ – внешние формы. Здесь обозначено

$$\begin{aligned} P_1(\alpha_1, \alpha_2, x_1, x_2) &= \\ &= e^{i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)} \left[C_3 i \alpha_2^{(1)} \varphi_1 + C_2 i \alpha_1^{(1)} \varphi_1 - C_3 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2} \right], \\ P_2(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, x_1^{(2)}, x_2^{(2)}) &= \\ &= e^{i[(\alpha_1^{(1)} \eta_1^{(2)} + \alpha_2^{(1)} \eta_4^{(2)}) x_1^{(2)} + (\alpha_2^{(1)} \eta_2^{(2)} + \alpha_1^{(1)} \eta_3^{(2)}) x_2^{(2)}]} \times \\ &\times \left[S_1^{(2)} \alpha_1^{(1)} \varphi_2 + S_2^{(2)} \alpha_2^{(1)} \varphi_2 + S_3^{(2)} \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2^{(2)}} \right], \quad (5) \\ P_3(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, x_1^{(3)}, x_2^{(3)}) &= \\ &= e^{i[(\alpha_1^{(1)} \eta_1^{(3)} + \alpha_2^{(1)} \eta_4^{(3)}) x_1^{(3)} + (\alpha_2^{(1)} \eta_2^{(3)} + \alpha_1^{(1)} \eta_3^{(3)}) x_2^{(3)}]} \times \\ &\times \left[S_1^{(3)} \alpha_1^{(1)} \varphi_2 + S_2^{(3)} \alpha_2^{(1)} \varphi_2 + S_3^{(2)} \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2^{(3)}} \right]. \end{aligned}$$

Чтобы получить $P_2(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, x_1^{(2)}, x_2^{(2)})$, запишем уравнение (3) в системе координат $x_1^{(2)}, x_2^{(2)}$, используя формулы перехода, т.е. получим

$$\begin{aligned} K_{20}(\partial x_1, \partial x_2) &= C_1^{(2)} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x_1^2} + C_2^{(2)} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x_1 \partial x_2} + \\ &+ C_3^{(2)} \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial x_2^2} + A \varphi_2 = 0. \end{aligned}$$

Для этого вначале построим

$$\begin{aligned} P_1(\alpha_1^1, \alpha_2^1, \alpha_1^2, \alpha_2^2, x_1^1, x_2^1) &= \\ &= e^{i(\alpha_1^1 x_1^1 + \alpha_2^1 x_2^1)} \left[C_3^{(2)} i \alpha_2^{(2)} \varphi_2 + C_2^{(2)} i \alpha_1^{(2)} \varphi_2 - C_3^2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_2^2} \right]. \end{aligned}$$

Затем строим P_2 :

$$\begin{aligned} P_2(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, x_1^{(2)}, x_2^{(2)}) &= \\ &= e^{i[(\alpha_1^{(1)} \eta_1^{(2)} + \alpha_2^{(1)} \eta_4^{(2)}) x_1^{(2)} + (\alpha_2^{(1)} \eta_2^{(2)} + \alpha_1^{(1)} \eta_3^{(2)}) x_2^{(2)}]} \times \\ &\times \left[S_1^{(2)} \alpha_1^{(1)} \varphi_2 + S_2^{(2)} \alpha_2^{(1)} \varphi_2 + S_3^{(2)} \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_2^{(2)}} \right]. \end{aligned}$$

Сделаем у функции P_2 следующие замены переменных на основании формул перехода

$$x_1^{(1)} = \kappa_{11} x_1^{(2)} + \kappa_{12} x_2^{(2)} + \kappa_{10},$$

$$\kappa_{11} = (\bar{e}_1^2 \cdot \bar{e}_1^1), \quad \kappa_{12} = (\bar{e}_2^2 \cdot \bar{e}_1^1),$$

$$x_2^{(1)} = \kappa_{21} x_1^{(2)} + \kappa_{22} x_2^{(2)} + \kappa_{20},$$

$$\kappa_{21} = (\bar{e}_1^2 \cdot \bar{e}_2^1), \quad \kappa_{22} = (\bar{e}_2^2 \cdot \bar{e}_2^1).$$

Эту замену переменных надо внести в экспоненту. Затем в квадратные скобки надо внести обратную замену по α_k^i , т.е.

$$\alpha_1^{(2)} = \kappa_{11} \alpha_1^{(1)} + \kappa_{21} \alpha_1^{(2)},$$

$$\alpha_2^{(2)} = \kappa_{12} \alpha_1^{(1)} + \kappa_{22} \alpha_1^{(2)}.$$

Тогда получаем соотношение вида

$$\begin{aligned} \left[C_3^{(2)} i \alpha_2^{(2)} \varphi_2 + C_2^{(2)} i \alpha_1^{(2)} \varphi_2 - C_3^{(2)} \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_2^{(2)}} \right] &= \\ &= \left[S_1 \alpha_1^{(1)} \varphi_2 + S_2 \alpha_2^{(1)} \varphi_2 + S_3 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_2^{(2)}} \right]. \end{aligned}$$

В результате получаем выражение P_2 в виде (5). Точно так же строится P_3 .

Теперь уравнение (4) можно переписать в виде (6)

$$\begin{aligned} K_1(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}) \hat{O}_1 &= \int_a^b P_1(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, \eta_1^{(1)}, 0) d\eta_1^{(1)} + \\ &+ \int_c^a P_2(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, x_1^{(2)}, 0) dx_1^{(2)} + \\ &+ \int_b^c P_3(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, x_1^{(3)}, 0) dx_1^{(3)}. \quad (6) \end{aligned}$$

Взяв за основу систему координат $x_1^{(2)}, x_2^{(2)}$ и проделав то же самое, получим

$$\begin{aligned} K_2 \Phi_2 &= \int_c^a P_{22}(\alpha_1^{(2)}, \alpha_2^{(2)}, \eta_1^{(2)}, 0) d\eta_1^{(2)} + \\ &+ \int_a^b P_{12}(\alpha_1^{(2)}, \alpha_2^{(2)}, x_1^{(1)}, 0) dx_1^{(1)} + \\ &+ \int_b^c P_{32}(\alpha_1^{(2)}, \alpha_2^{(2)}, x_1^{(3)}, 0) dx_1^{(3)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_3 \hat{O}_3 = & \int_b^c P_{33}(\alpha_1^{(3)}, \alpha_2^{(3)}, \eta_1^{(3)}, 0) d\eta_1^{(3)} + \\
& + \int_c^a P_{23}(\alpha_1^{(3)}, \alpha_2^{(3)}, x_1^{(3)}, 0) dx_1^{(2)} + \\
& + \int_a^b P_{13}(\alpha_1^{(3)}, \alpha_2^{(3)}, x_1^{(1)}, 0) dx_1^{(1)}.
\end{aligned}$$

Таким образом были получены функциональные уравнения для всех 16 блоков.

Осуществим факторизацию нашей системы псевдодифференциальных уравнений, описывающих блок. Для этого в каждой системе координат касательного расслоения в правых частях функциональных уравнений вместо α_2^k надо подставить α_{2-}^k — это тот из найденных выше корней, для которых $\text{Im } \alpha_{2-}^k < 0$ (подсчитывается численно в зависимости от конкретных параметров блоков). После этого псевдодифференциальные уравнения принимают вид

$$\begin{aligned}
& \int_a^b P_1(\alpha_1^{(1)}, \alpha_{2-}^{(1)}, \eta_1^{(1)}, 0) d\eta_1^{(1)} + \\
& + \int_c^a P_2(\alpha_1^{(1)}, \alpha_{2-}^{(1)}, x_1^{(2)}, 0) dx_1^{(2)} + \\
& + \int_b^c P_3(\alpha_1^{(1)}, \alpha_{2-}^{(1)}, x_1^{(3)}, 0) dx_1^{(3)} = 0, \\
& \int_c^a P_{22}(\alpha_1^{(2)}, \alpha_{2-}^{(2)}, \eta_1^{(2)}, 0) d\eta_1^{(2)} + \\
& + \int_a^b P_{12}(\alpha_1^{(2)}, \alpha_{2-}^{(2)}, x_1^{(1)}, 0) dx_1^{(1)} + \\
& + \int_b^c P_{32}(\alpha_1^{(2)}, \alpha_{2-}^{(2)}, x_1^{(3)}, 0) dx_1^{(3)} = 0, \\
& \int_b^c P_{33}(\alpha_1^{(3)}, \alpha_{2-}^{(3)}, \eta_1^{(3)}, 0) d\eta_1^{(3)} + \\
& + \int_c^a P_{23}(\alpha_1^{(3)}, \alpha_{2-}^{(3)}, x_1^{(2)}, 0) dx_1^{(2)} +
\end{aligned}$$

Из этой системы трех уравнений находятся три неизвестные в зависимости от постановки задачи. Именно на каждой из трех сторон блока может быть задана только одна функция φ или $\frac{\partial \varphi}{\partial x_2^k}$ (7).

Таким образом, задаются три условия. Оставшиеся из шести незадаанных функций являются неизвестными, их тоже три. Для их нахождения служат псевдодифференциальные уравнения. В них содержится информация о всех типах граничных условий, которые могут быть поставлены данному дифференциальному уравнению. Решив эти уравнения и найдя неизвестные, будем знать все шесть функций (7) на границе.

Внесем эти функции в выражения внешних форм в (6). Тогда получим решение задачи для блока в виде

$$\varphi_1(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}) = \mathbf{F}^{-1}(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}) K_1^{-1}(\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}) \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[\int_a^b P_1(\alpha_1^{(1)}, \alpha_{2-}^{(1)}, \eta_1^{(1)}, 0) d\eta_1^{(1)} + \right. \\
& + \int_c^a P_2(\alpha_1^{(1)}, \alpha_{2-}^{(1)}, x_1^{(2)}, 0) dx_1^{(2)} + \\
& \left. + \int_b^c P_3(\alpha_1^{(1)}, \alpha_{2-}^{(1)}, x_1^{(3)}, 0) dx_1^{(3)} \right],
\end{aligned}$$

$$\mathbf{F}(\alpha_1^k) \varphi = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1^k) \exp i \alpha_1^k x_1^k dx_1^k,$$

$$\mathbf{F}^{-1}(x_1^k) \Phi = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\alpha_1^k) \exp(-i \alpha_1^k x_1^k) d\alpha_1^k,$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}(\alpha_1^k, \alpha_2^k) \varphi = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x_1^k, x_2^k) \exp i(\alpha_1^k x_1^k + \\
& + \alpha_2^k x_2^k) dx_1^k dx_2^k,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{F}^{-1}(x_1^k, x_2^k) \Phi = & \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\alpha_1^k, \alpha_2^k) \exp[-i(\alpha_1^k x_1^k + \\
& + \alpha_2^k x_2^k)] d\alpha_1^k d\alpha_2^k, \\
& k = 1, 2, 3, 4.
\end{aligned}$$

Аналогичные построения выполняются для каждого блока.

В случае, если имеется блочная структура, при составлении функциональных уравнений во все контактирующие блоки вносятся функции (7) соседних блоков, после чего составляются псевдодифференциальные уравнения по описанной схеме, как для одного блока. Получается уже система систем псевдодифференциальных уравнений, которую предстоит решать (аналог – многослойная область). После этого, внося найденные значения во внешние формы функциональных уравнений, строим для каждого блока представление решения.

Таким образом, в результате работы были проведены необходимые вычисления по подготовке требуемых данных по описанию литосферных плит с разломами территории Краснодарского края. Сформирован алгоритм реализации математической модели по оценке напряженно-деформированного состояния территории Краснодарского края. Окончательные расчеты требуют введения ряда механических и геофизических параметров среды для каждого блока. Наполнение модели параметрами позволит осуществить ее полную компьютерную реализацию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бабешко В.А., Бабешко О.М.* О некоторых проблемах в сейсмологии // Вестник Южного научного центра. 2004. Пилотный выпуск. С. 5–9.
2. *Бабешко В.А., Ратнер С.В.* О смешанных задачах для многослойных анизотропных композитов // Вестник Южного научного центра. 2006. Т. 2. № 4. С. 6–11.
3. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М., Горикова Е.М., Каишков Е.В., Плужник А.В., Федоренко А.Г., Шишкин А.А.* К проблеме оценки напряженно-деформированного состояния территорий с разломами // Экологический вестник научных центров ЧЭС. 2010. № 3. С. 5–11.
4. *Бабешко В.А., Бабешко О.М., Евдокимова О.В.* Об интегральном и дифференциальном методах факторизации // ДАН. 2006. Т. 410. № 2. С. 168–172.
5. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М., Зарецкая М.В., Павлова А.В.* Дифференциальный метод факторизации для блочной структуры // ДАН. 2009. Т. 424. № 1. С. 36–39.
6. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Дифференциальный метод факторизации в блочных структурах и наноструктурах // ДАН. 2007. Т. 415. № 5. С. 596–599.
7. *Евдокимова О.В., Бабешко О.М., Бабешко В.А.* О дифференциальном методе факторизации в неоднородных задачах // ДАН. 2008. Т. 418. № 3. С. 321–323.

MODELING OF STRESS-DEFORMED STATE OF LITHOSPHERIC PLATES WITH FAULTS IN THE KRASNODAR REGION

A.G. Fedorenko

The aim is the creation of mathematical tools, specifically designed for seismic studies. We have studied and proved the possibility of differential factorization method for studying the stress-deformed state space horizontal-oriented block structures consisting of blocks of complex shape. The algorithm of simulation using the block element method territories having faults has been developed. The methods for calculating the stress-deformed state area with faults, based on the use of different variants of models of lithospheric plates and the of block element method, allowing a limited amount of geophysical data to obtain concrete results on the state of lithospheric plates has been developed as well. Complex behavioral research and calculations for the Krasnodar Region in the light of all the faults in a mathematical model for calculating the stress-deformed state of lithospheric plates and evaluation of stress concentration zones has been carried out.

Key words: differential equations system in partial derivatives, boundary problem, block structure, differential factorization method, ruptures, strain.

REFERENCES

1. Babeshko V.A., Babeshko O.M. 2004. [Some problems in seismology]. *Vestnik Yuzhnogo Nauchnogo Tsentra*. (Pilot issue): 5–9. (In Russian).
2. Babeshko V.A., Lozovoy V.V., Ratner S.V., Syromyatnikov P.V., Fedorenko A.G. 2006. [Theoretical and experimental composition of earth in the arid zones of the south of Russia]. *Vestnik Yuzhnogo Nauchnogo Tsentra*. 2(4): 6–11. (In Russian).
3. Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Gorshkova E.M., Kashkov E.V., Pluzhnik A.V., Fedorenko A.G., Shishkin F.S. 2010. [On the problem of the stressed-deformed state estimation of the rupt]. *Ekologicheskii vestnik nauchnykh tsentrov Chernomorskogo ekonomicheskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva*. (*Ecological bulletin of research centers of the Black Sea economic cooperation*). 3: 5–11. (In Russian).
4. Babeshko V.A., Babeshko O.M., Evdokimova O.V. 2006. [On integral and differential factorization methods]. *Doklady Akademii Nauk*. 410(2): 168–172. (In Russian).
5. Babeshko V.A., Babeshko O.M., Evdokimova O.V., Zaretskaya M.V., Pavlova A.V. 2009. [Differential factorization method for block structure]. *Doklady Akademii Nauk*. 424(1): 36–39. (In Russian).
6. Babeshko V.A., Babeshko O.M., Evdokimova O.V. 2007. [Differential factorization method for block structure and nanostructure]. *Doklady Akademii Nauk*. 415(5): 569–599. (In Russian).
7. Babeshko V.A., Babeshko O.M., Evdokimova O.V. 2008. [Differential factorization method in inhomogeneous problems]. *Doklady Akademii Nauk*. 418(3): 321–323. (In Russian).